

窪み渦の発生領域に関する研究

Generated Field with No Air Core Vortex

萩原 能男*・安藤 茂樹**

By Yoshio Ogihara, Shigeki Andou

A study was made on generated field with no air core vortex above the vertical outflow in a tank, based on the theoretical and experimental considerations.

This air core vortex was found to be affected by the inertial, viscous and surface tension forces. And thus there were examined using the dimensionless radial Reynolds number, R_r , and dimensionless radial Weber number, We . In terms of these numbers, it was found that the limitations of the core vortex could be clearly defined.

Keywords: Intake Vortex, Swirling Flow, Viscosity and Surface Tension Force

1. まえがき

河川、貯水池、水槽等から管路を用いて取水すると水面付近から管路の流出口にかけて流出渦という回転流が生じる。この流出渦は水面に窪みが発生するが空気は吸い込まれない「窪み渦」と、空気が管路の入口の部分に吸い込まれる「空気吸込渦」との2つに大きく分けられる。

流出渦の研究は古くから行われている。1957年のDenny and Youngの実験では、流出渦はある流量以下では発生せず、またある水深以上でも発生しないという流出渦の発生領域を確認し、Denny-Young曲線が示された。その後、流出渦に関する研究は行われてきたが、現象自体が不安定かつ不規則であるので発生機構を明確にするまでに至っていない。

この論文では、図-1に示すような水面に窪みができている状態の「窪み渦」の発生条件だけに着目して、

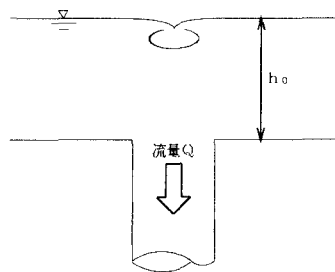


図-1 窪み渦

* 正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科

** 山梨大学大学院生 工学部土木環境工学科

水およびベントナイトの混合液体を用いて粘性を変化させて実験を行った。また新たに、流量の小さい範囲ではレイノルズ数、流量の大きい範囲では表面張力を考慮したウェバー数によって窪み渦の発生限界を示すことができることが判明した。

2. 窪み渦の発生を示す無次元数

本論文では実験の結果から流出流量の小さい範囲においては粘性の影響を多大に受け、また流量の大きい範囲においては粘性の影響がほとんどなくなり表面張力が関係していると想定した。以上のことから次の2つの無次元数を提案した。

2.1 半径方向レイノルズ数 R_r の誘導

(a) 基礎方程式

窪み渦を回転軸を中心軸とする軸対称流とし、図-2に示すような円柱座標系 (r, θ, z) を採用した。

u : r 方向の速度成分	g : 重力加速度
v : θ 方向の速度成分	R : r 方向の質量力
w : z 方向の速度成分	Θ : θ 方向の質量力
t : 時間	Z : z 方向の質量力
ρ : 流体密度	p : 圧力
ν : 流体の動粘性係数	

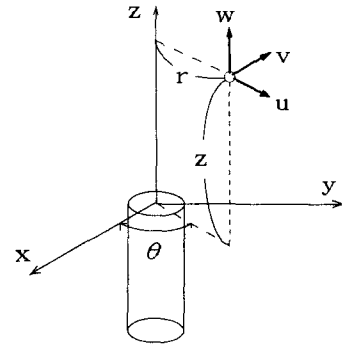


図-2 円柱座標系

図-2に示す円柱座標系により r 方向、 θ 方向、 z 方向の運動方程式および連続の方程式を次の条件によって整理すると式(1)~(4)のようになる。

- 1) 流れは z 軸に関し軸対称として、 θ 方向の微分量は無視する。
- 2) 流体は非圧縮性とする。
- 3) 2回微分項は他の項と比較して、微小として無視する。
- 4) 流れは定常とする。
- 5) 外力は重力のみで、 $Z = -g$ とする。

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u v}{r} = \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{u}{r} \quad (4)$$

次に式(1)~(4)の特性方程式を導くと

$$\frac{dr}{u \left(1 + \frac{1}{R_r} \right)} = \frac{dz}{w} \quad (5)$$

$$u du + w dw + \left(\frac{R_r + 1}{R_r - 1} \right) v dv + g dz + \frac{dp}{\rho} = \nu d \left(\frac{u}{r} \right) \quad (6)$$

$$d(vr) = 2\nu \left(\frac{1}{1 + R_r} \right) dr \quad (7)$$

となる。係数 R_r は半径方向レイノルズ数になっており、 $R_r = -\frac{u r}{\nu}$ である。

(b) 半径方向 (r 方向) の流速

図-3 に示すような Z 軸上の $z = \pm h_0$ に強さ Q の吸い込みが存在する 3 次元軸対称流の速度ポテンシャル ϕ は

$$\phi = \frac{Q}{4\pi} \times \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-h_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z+h_0)^2}} \right\} \quad (8)$$

となる。この流れの r 軸より下側の部分を流出渦の流れに近似すると、

表面流速 (r 軸) の流速成分は $u = \frac{\partial \phi}{\partial r}$, $w = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ であるから

$$u = -\frac{Q}{2\pi} \frac{r}{(r^2 + h_0^2)^{3/2}} , \quad w = 0 \quad (9)$$

(c) 半径方向レイノルズ数 (Radial Reynolds number)

表面流速 u を用いて半径方向レイノルズ数を定義すると、

$$R_r = \frac{Q}{2\pi\nu} \frac{r^2}{(r^2 + h_0^2)^{3/2}} \quad (10)$$

となる。さらに図-4 に示すように $r = h_0/\sqrt{2}$ で表面流速は最大になるので、 $r = h_0/\sqrt{2}$ として半径方向レイノルズ数を書き改めると、

$$R_r = \frac{Q}{4\pi\nu h} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \quad (11)$$

となる。

2.2 ウェバー数 W_v の誘導

図-5 に示すように、窪み渦が発生した水面での水圧と表面張力の釣合を考える。水面上の A 点において水面の傾斜角度を α とすると、勾配 s は式(12)のようになる。

$$s = \tan \alpha \quad (12)$$

A 点より dr 離れた B 点においては傾斜角度が $\alpha + d\alpha$ 、勾配が $s + ds$ となるとすると、 ds と $d\alpha$ の間には

$$d\alpha = \frac{ds}{1+s^2} \quad (13)$$

なる関係が成立する。

一方、図-5 に示すように A、B 2 点に働く表面張力 T のベクトル和 dT の絶対値は、

$$dT \approx T d\alpha = \frac{T}{1+s^2} ds \quad (14)$$

となり、また図-5 に示すように、水面下の水圧を p とすると A B 間の力の釣合方程式は、

$$dT + p\sqrt{1+s^2} dr = 0 \quad (15)$$

となる。

さらに、式(14)を式(15)に代入すると

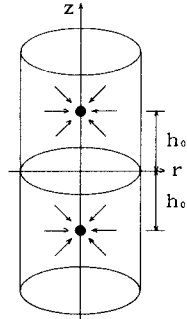


図-3 円柱座標系

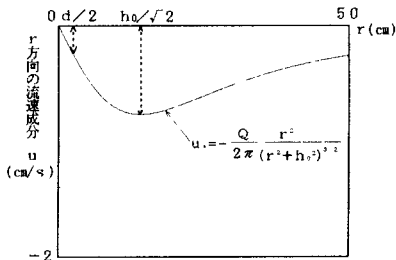


図-4 半径方向の表面流速

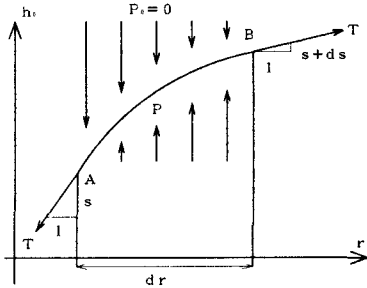


図-5 窪み渦の水面における力の関係図

$$\frac{T}{1+s^2} ds + p\sqrt{1+s^2} dr = 0 \quad (16)$$

となる。

$$\text{また、圧力を } p \text{ は式 (8) で示すポテンシャル流れにおいて } p = -\frac{\rho Q^2}{8\pi^2} \frac{r^2}{(r^2+h_0^2)^3} \quad (17)$$

となるので、式 (16) は、

$$\frac{1}{(1+s^2)^{\frac{3}{2}}} ds = \frac{\rho Q^2}{8T\pi^2} \frac{r^2}{(r^2+h_0^2)^3} dr \quad (18)$$

となり、積分すると

$$\frac{s}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{\rho}{64\pi^2 T} \frac{Q^2}{h_0^3} \left[\arctan\left(\frac{r}{h_0}\right) + \frac{\left(\frac{r}{h_0}\right)}{\left(\frac{r}{h_0}\right)^2 + 1} - 2 \frac{\left(\frac{r}{h_0}\right)}{\left[\left(\frac{r}{h_0}\right)^2 + 1\right]^2} \right] \quad (19)$$

となる。この方程式の右辺の [] に掛かる無次元数が、窪み渦の発生に関係すると考えて、次式で定義される無次元量 Π について実験により検討することにする。

$$\Pi = \frac{\rho Q^2}{Th_0^3} \quad (20)$$

ここに ρ は液体の密度、 Q は流量、 T は液体の表面張力、 h_0 は図-1 に示すかぶり水深である。

3. 実験装置および実験方法

3.1 実験装置と使用した液体

実験装置は図-6 に示すように低水槽に貯まっている試料をポンプで高水槽へ汲み上げ、高水槽から実験水槽へ流入する仕組みになっている。渦水槽は縦横が500mm、高さが810mmの箱型で水槽底面の中央から鉛直下方に流出管を出し流出渦を発生させるようにしてある。液体は実験水槽の横の流入管により補給され、一様に流入するように整流板を設置してある。流出管の内径は4.94cm、3.94cm、3.01cmの3種類が設置できるようにした。

今回の実験に用いた液体は、水とベントナイトの混合液である。ここでは水とベントナイトの混合割合を変えることによって液体の動粘性係数を変化させた。

3.2 測定方法

窪み渦発生時にかぶり水深、管内への流入流量、水温、動粘性係数、ベントナイトの重量濃度を測定した。動粘性係数は毛管式動粘度計を用いて直接測定した。重量濃度は液体の重量を測定した後、110℃に熱した乾燥器で24時間乾燥して、固相分の重量を測定して求めた。流量はバケツを用いて貯水重量と貯水時間を測定し求め、水深はスケールにより直接測定した。

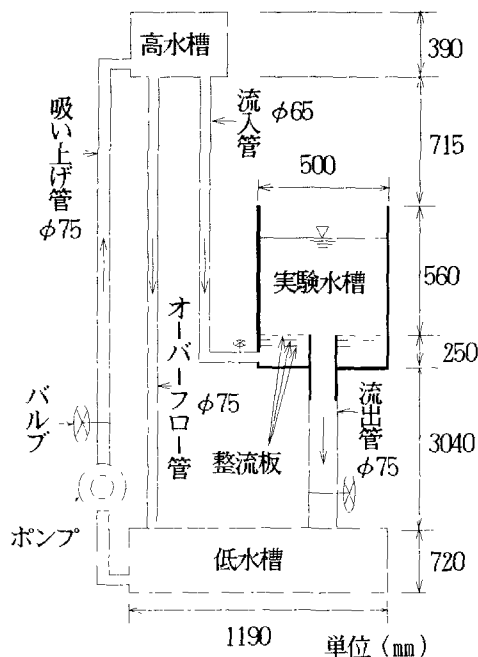


図-6 実験装置の概要

4. 実験結果

流出渦は水深が浅くなると発生しはじめ、その発生領域の中で最も水深が深いところが存在する。ここでは、この状態を「発生限界」とし、またこの時の水深を「発生限界水深」とする。
今回の実験結果をまとめたものが図－7である。図中の点は発生限界の実験値で、液体の粘性別にプロットしたものである。

4. 1 管内流入流量の小さい範囲（Q<2900㎤/s）

管内流入量の小さい範囲では、窪み渦の発生には慣性力、粘性力が大きく影響していると考えられる。そこでここでは、これらの力の比を表した無次元数として、式(5)～(7)の特性方程式で示された半径方向のレイノルズ数 R_r を用いた。式(11)を変形すると、水深と流量の関係は以下のようになる。

$$h_0 = \frac{Q}{4\pi\nu R_r} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (Q < 2900 \text{ cm}^3/\text{s}) \quad (21)$$

この範囲では粘性力の影響が大きいと考えられる。
図－7において流量の小さい範囲（Q<2900㎤/s）では窪み渦の発生限界が原点を通る直線にのり、式(21)において半径方向レイノルズ数 R_r が定数であることを意味している。また粘性が大きくなると発生限界水深が小さくなり、窪み渦は発生しにくくなるが判る。

液体の粘性別に窪み渦発生限界を示す R_r の値を表－1に示す。

4. 2 管内流入流量の大きい範囲（Q>3800㎤/s）

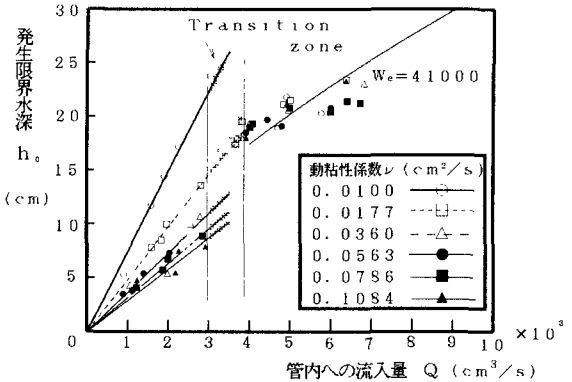
管内への流入流量が大きい範囲では粘性が変化しても発生限界水深はあまり変化しない。すなわちこの場合の窪み渦の発生は管内流入流量が小さい場合とは違った力によっているものと推定される。そこで流入流量の大きい範囲では慣性力と表面張力が大きく働いていると想定し、前述のウェバー数 W_e を用いて窪み渦の発生限界を推定してみた。水の表面張力を用いて W_e 数を計算すると、次式のようになる。

$$W_e = 13.35 \frac{Q^2}{h_0^3} \quad (\text{cm, sec 単位}) \quad (22)$$

図－7の実験値にこの関係を示すと、 $W_e=41000$ の値で窪み渦発生領域が説明できる。

4. 3 遷移領域（2900㎤/s<Q<3800㎤/s）

流量の小さい範囲、すなわち粘性の影響の大きい範囲と、流量の大きい範囲、すなわち粘性の影響がない範囲との間には遷移領域（Transition Zone）が存在する。この範囲では発生限界が図－1に示すように不連続になっている。流量が小さい範囲（Q<2900㎤/s）においては半径方向レイノルズ数が一定の直線が窪み渦発生限界線になるのに、流量の大きい範囲（Q>3800㎤/s）になると半径方向レイノルズ数は一定にはならずウェバー数が一定の曲線が窪み渦発生限界線になる。



図－7 窪み渦の発生限界（管内径4.94cm）

表－1 各粘性別の半径方向レイノルズ数
（管内径4.94cm）

液体の動粘性係数 ν (cm ² /sec)	半径方向レイノルズ数 R_r
0.0100	434
0.0177	486
0.0360	321
0.0563	209
0.0786	167
0.1084	134

5. おわりに

本研究では、液体の粘性を変えて実験を行い、それをもとに、窪み渦の発生限界と液体の粘性の関係を検討した。その結果をまとめると次のようになる。

流量の小さい時、本実験では $Q < 2900 \text{ cm}^3/\text{s}$ においては半径方向レイノルズ数、流量の大きい時、本実験では $Q > 3800 \text{ cm}^3/\text{s}$ においてはウェバー数を用いて発生限界を定められるものとする。両者の間には不連続の遷移領域が存在する。

本実験を行うにあたり、山梨大学大学院生の本多重徳氏他に御協力を頂いたことを付記し謝意を表す。

【参考文献】

- 1) Denny, D. F., An Experimental Study of Air-Entraining Vortices in Pump Sumps, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 170-2(1956), 106-116. Denny, D. F. and Young, G. A. J., The Prevention of Vortices and Swirl at Intakes, *Proc. 7th Congr. Int. Assoc. Hydraul. Res.*, (1957), C1-1~18.
- 2) Einstein, H. A. and Li, H., Le Vortex Permanent Dans un Fluide Reel, *La Houille Blanche*, No. 4, (1955), 483-496
- 3) 栗津, 流出渦について, 土木学会論文集, 13(1952), 46-54.
- 4) 豊倉・赤池, 吸込みうずについて, 日本機械学会論文集(第2部), 35-275, (1969), 1466-1473.
- 5) 荻原能男: 空気吸い込み渦に関する研究, 土木学会論文報告集 第215号, 1973年7月, pp. 15~25
- 6) 花岡・清水・前野, 容器内の定常排水渦流れに関する研究, 日本機械学会論文集, 53-489, B(1987), 1521-1526
- 7) 荻原能男: 流出渦の発生と液体の粘性について, 土木学会水工学論文集 第37巻, 1992年3月
- 8) 荻原能男: 空気吸い込み渦の発生を示す新たな係数の提案, 日本機械学会論文集 B編59巻559号, 1993年3月, pp. 32~37
- 9) 吉本尚樹・荻原能男・野村浩正: 空気吸い込み渦に関する研究, 土木学会第49回年次学術講演会論文集, 1994年9月, II-177, pp. 354~355