

急勾配管路における跳水の発生条件と管内圧力

Condition of hydraulic jump and pressure in a steep slope conduit.

宇井 正和* 安川 浩** 金 学秀***

Masakazu UI, Hiroshi YASUKAWA, Haksu KIM

Hydraulic gradients in a circular conduit with a hydraulic jump were investigated by experiments. It was made to confirm the results presented by Kalinske et. al. on closed conduit flow, and to establish a set of formula in determining the location and height of the jump. The experimental observations were conducted in three cases, i.e. 1) steady hydraulic jumps with different lengths, 2) moving hydraulic jumps due to pressurized flow coming from the inlet of the conduit and 3) the alternate flow of full flow and partly-full flow. Observation results on the hydraulic grade line of flows in the conduit, which are different from the previous researches, are discussed.

Keywords: Hydraulic jump, pipe flow, self priming.

1. はじめに

急勾配管路での自然流入時における管内跳水の発生特性を実験的に考察した。

近年豪雨時での内水氾濫を防止するため、大都市の幹線道路下部を利用した大型貯留水路の構築が進められている。これらの水路では豪雨時での下水管渠におけると同様に、流入口の特長、開水路流れより被圧流れへの遷移、また管内サージングの問題など多くの解明すべき課題を含んでいる。

流入口を貯水槽水面近傍に持つ急勾配管路では、その流入水位が管頂近くになると、満管流れと開水路流れが交互に生ずるセルフ・プライミング現象(pulsating flow)が発生する。この自励現象の発生動機、被圧部長さ、管内空気圧などの物理的特長については未だ明確にされているわけではない。

特に、この被圧管路部の長さは、流入量の増加に依存して長くなることが、筆者ら¹⁾の実験によって計測されているが、そこでの管頂圧や動水勾配などの特長については未知の事柄が多い。Kalinskeら²⁾は、この自励現象について報告しており、開水路流れから被圧流れの遷移ではピエゾ水頭は連続的であるが、被圧流から開

* 正会員 東京都立大学 工学部土木工学科

** 正会員 工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科

*** 学生員 東京都立大学大学院 工学研究科土木工学専攻

(〒192-03 東京都八王子市南大沢 1-1)

水路流れへの移行では不連続を生じ、一方その区間内の動水勾配は管路勾配と等しいものとしている（図-7参照）。またSmithら³⁾も矩形水路を用いた定常な管内跳水の実験を行い、やはり跳水による管内圧の付加を想定している。

しかし、一般に、跳水前後の水深の関係は運動量の式を適用して十分な結果が得られるものの、管内跳水の位置や圧力については明確ではない。

本研究では、管内跳水を急勾配管路で発生させてその特性を検討すると共に、加えて流入口からの被圧部進入に伴う管内圧の変化、およびセルフ・ブライミングが発生しているときの圧力特性などを実験的に比較検討するものである。

2. 基本理論

図-1は下流端の水槽水位を上げ管路内跳水を発生させたときの模式図である。跳水に対しては、断面ⅠとⅡで囲まれる領域に運動量の式を、跳水後の被圧部の流れに対しては摩擦損失の式を適用し、以下の式が成立する。

$$M_2 - M_1 = P_1 - P_2 + p_1 A - p_2 A + W \sin \theta - F_f \quad (1)$$

$$h = h_2 - h_3 = \left(f \frac{l}{d} + f_0 \right) \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (2)$$

ここで M はその断面を通過する運動量、 P は流体部分の及ぼす合圧力、 p は管内圧、 W は領域内の流体重量であり、 F_f はその壁面が及ぼす摩擦抵抗である。さらに h_2 、 h_3 は断面ⅡおよびⅢでのピエゾ水頭でありⅢを下流端貯水槽にとれば式(2)のように流出による損失 $f_0 v^2 / 2g$ が必要になるが、管路端部にとれば $f_0 = 0$ となる。 f はDarcy-Weisbachの式の摩擦損失係数であり、 d は管径、 l は被圧部の管路長である。

式(1),(2)において流量 Q と初期水深 y_1 を与えることにより運動は決定されるが、KalinskeやSmithらは跳水による被圧部の状況を図-1の h_2 の様に管頂圧 p_2 を想定している。したがって、 p_2 と l が変数として残り、管内跳水が何処で発生するかを一義的に決めることはできない。ゲート下部からのような噴流による跳水では、共役水深が管径を越え、運動量の一部が圧力となる場合があり(Smithらの行った対象)、このときは跳水前の流れのFroude数によって圧力が決定されることになる。しかし、自然流下の場合にはその圧力の生成によって跳水位置が移動し、新たな p_2 と l との関係が作られるものと思われる。

ここで扱うのは跳水による共役水深が管径より小さい場合も考え、その水深より被圧状態になるまでの水面形は、不等流の式に従うものとする。また円形管路を対象とした水路では図-2の様に変数をとることにより式(2)は次式に変形される。尚この場合跳水区間は短いものと考え、 W を省略しその結果 F_f も無視できるものとした。

$$\frac{Q^2}{g} \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right) + (A_1 - A_2)(y - r) + \frac{2}{3} r^3 (\sin^3 \alpha_1 - \sin^3 \alpha_2) + \left(\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} \right) A = 0 \quad (3)$$

ここで y_1 、 y_2 は跳水前後である断面Ⅰ、Ⅱにおける水深であり α_1 、 α_2 はそれぞれの水面幅を見込む中心角の半分であり、また A_1 、 A_2 は各断面における流水断面積である。 $y_2 \geq d$ のときは $A_2 = A$ (管路断面積) となる。

水面に作用する圧力を p で表し、 z を基準面からの管底高とすれば、被圧部での動水勾配線高度（ピエゾ水頭）の差は次式となる。

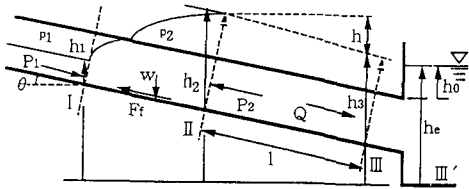


図-1 跳水概念図

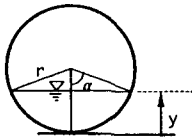


図-2 管路変数

$$h_2 - h_3 = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + d - \left(\frac{p_3}{\rho g} + z_3 + d \right) = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 - \frac{p_3}{\rho g} - z_3$$

また断面Ⅲを管路下流端にとると、 $\frac{p_3}{\rho g} = h_e - z_3 - d + f_0 \frac{Q^2}{2gA^2}$ でありほとんど下流端貯水槽の管頂上の水位 h_0 に等しい。したがって式(2)より p_2 は次式となる。最後の項はマンニングの式を用いたものである。

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{\rho g} &= \left(f \frac{l}{d} + f_0 \right) \frac{Q^2}{2gA^2} - (z_1 - z_2) + h_0 \\ &= \left(\frac{2gn^2 l}{R^{4/3}} + f_0 \right) \frac{Q^2}{2gA^2} - l \sin \theta + h_0 \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)から被圧部の管内圧 p_2 は流出口管頂上水位 h_e と摩擦損失水頭の和から管路高さの変化を引いたものと表され、 p_2 と被圧長 l との関係を与えるものである。

3. 実験装置とその方法

実験装置は図-3に示すように、可傾台の上に直径10cm、長さ1mの亚克力製管路を14本連結したもので流入口にはベルマウスを取り付けてある。まず三角堰からの計量された

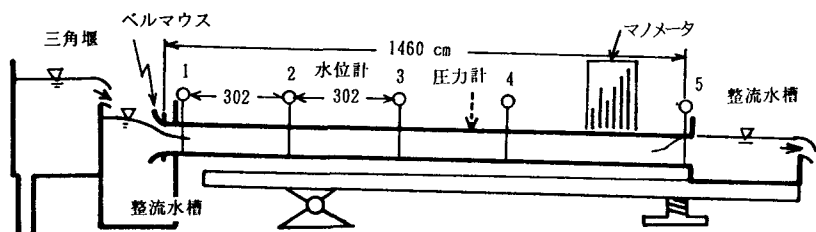


図-3 実験用管路

流量を整流水槽を通して管路へ導き、下流端のゲート付き水槽によって適当な跳水状況を確認した後に必要な計測を行った。計測方法としては三角堰付き計量水槽と整流水槽および下流端の整流水槽にサーボ式水位計をセットし、また全管路底部からビニールチューブで導いた15本のマノメーターをカメラで撮影するものである。また上流端より 8.65m の管路上部に圧力計を取り付け、被圧部が進入してくるときの管内空気圧を計測した。実験ではまず定常的な管内跳水を作り、その圧力特性を、また次に管内跳水の存在する管路に三角堰からの流量を増し、流入口から被圧部が進入するときの管内ピエゾ水頭と管内空気圧を計測した。さらに最後にセルフ・ブライミングが生じているときのピエゾ水頭変化を写真撮影によって記録した。

4. 実験結果と考察

4.1. 流量と跳水位置

図-4は下流側水槽ゲートを調節し、下流より 2.7m ほどの地点に跳水を発生させたときのピエゾ計水頭であり、流量 Q との関係、壁面粗度係数 n などの値を調べることが目的である。ゲートは設定後は固定とし、流量のみ4.3 l から5.6 l まで変化させた。

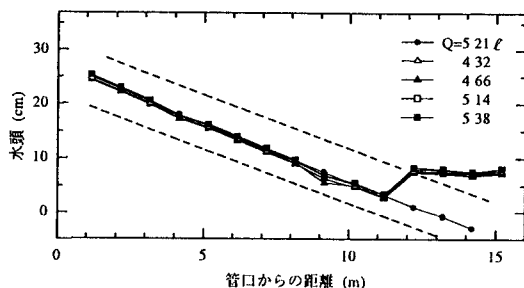


図-4 流量と管内跳水

図より、流量の増加に伴う整流水槽水深増によっては、跳水発生位置がわずかに前進しただけであり、流量変化の影響の小さいことが読める。図中、跳水のない曲線 ($Q = 5.2l$) は等流状態を見るために堰上げせず自由放流したものである。開水路区間での流れはよく一致しこの水深近傍での Manning 粗度係数が $n = 0.0085 \sim 0.0090$ として得られた。跳水後の被圧領域での動水勾配から管路流れにおける粗度係数が $n = 0.0095 \sim 0.011$ の範囲内に得られたが、開水路流れと被圧流とで差異の存在することが確認された。

4.2. 定常的跳水

ここでは流量を一定とし、下流端ゲートの堰上げによって跳水位置を変化させ各部のピエゾ水頭を読んで流れの特性を検討するものである。このとき流入口は閉塞されておらず管内は大気圧に保たれる。図-5は管勾配 $s_0 = 0.02$ で流量 $Q = 2.9l$ のケースである。堰上げによって跳水の長さが伸び上流へ進むが被圧領域での動水勾配は全て平行して移動していることが判る。この動水勾配と管路勾配は異なり、前者の方が緩勾配である。したがってこれら両直線は交わることが予想される。開水路等流水深にやや平行に引いた太い破線は、管路底と管頂を表す。この線を追っていくと、跳水直後のピエゾ水頭がこの線上に分布していることがわかる。跳水頂部から下流は被圧流で、ピエゾ水頭と管頂との差が被圧 p となるからこの交点では $p = 0$ であることが推測される。したがって以下の事がいえる。

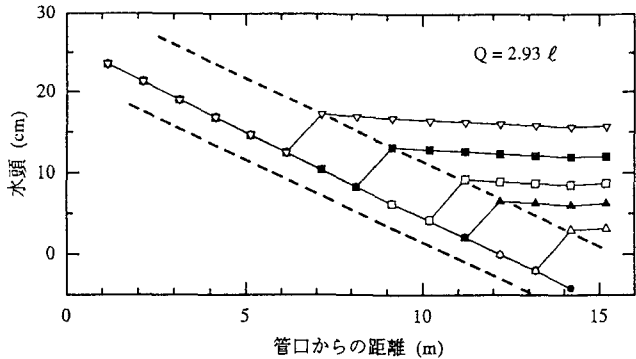


図-5 定常的跳水

1) 跳水頂部のピエゾ水頭は管頂の高さである。したがってそこでの管内圧は大気圧、すなわち 0 である。
 2) 被圧部の動水勾配は管路の摩擦勾配によって決まる。したがって下流端水位の堰上げは、動水勾配線を平行に高める効果をもつ。
 3) その結果、動水勾配線と管頂との交点が、跳水の頂点の位置となる。したがって下流端から跳水頂部までの距離 l は、式(4)から $p_2 = 0$ として得られ、次式となる。

$$l = \left(h_0 + \frac{f_0 Q^2}{2gA^2} \right) / \left(\sin \theta - \frac{n^2 Q^2}{R^{4/3} A^2} \right) \quad (5)$$

更に跳水の発生位置は頂点からの不等流水面形で決まる。
 跳水位置は、跳水直後の水位が管頂を越える場合でもそこでの管頂圧が 0 になるように位置を移動することが確認された。しかしこの実験は、流入口での空気疎通が可能で、管内が大気圧を保持できる場合であったが、Smithらは空気が閉塞され頂部での管内圧 p_2 が存在するような条件で行っている。

4.3. 被圧部伸長と跳水

図-6は、下流側整流水槽のゲートを上げ下流端より 4.8m の地点に跳水を生じさせた後、流入量を増やして流入口より被圧流れを進入させたときの管内動水勾配線である。したがって、管内空気は圧縮され圧力が上昇するものと予想される。図中の曲線は、直線で結ばれた点が同時刻における管路に沿ったピエゾ水頭であり、凡例に示す順番に新しい動水勾配の状態を表している。2本の平行な破線は管路頂部と底部の高さを示す。ま

ず、曲線1,2はまだ流入口が閉塞されない間の流量増加により、跳水位置がわずかに上流側に進む。しかし、流入水位が管頂に達した後は、跳水位置が下流側に移動していく様子が読みとれる。被圧流が発生した後は、流入口近傍であるNo.1のピエゾ水頭はほとんど一定の高さを保つが、これは上流側整流水槽水位がそれ程変化しなかったためと考えられる。その後、上流側被圧部フロントが下流へ移

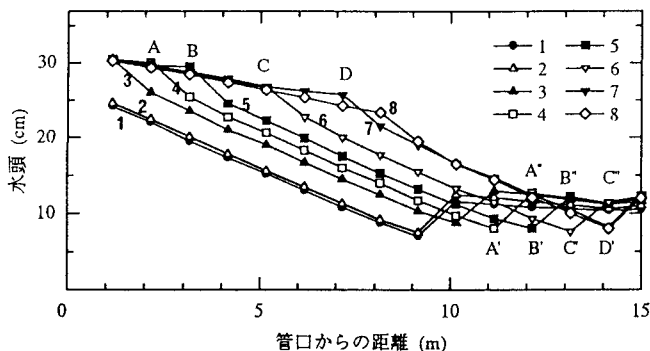


図-6 被圧部伸長と跳水移動

動するにつれて (A-D) 跳水の位置も下流へ押されている (A'-D')。図中 A~D は進入する被圧部の先端、A'~D' は跳水の発生位置、A''~C'' は跳水頂部と見なすことができる。進入する被圧領域の動水勾配は管内に伸長するに伴い緩やかに急勾配側へと変化する。AA'~DD' の区間は開水路状態でのピエゾ水頭であり、被圧部と比べてかなり低い値を示している。

この図から管内の動水勾配は、流れの状態によって大きく変化するものであり、Kalinske らの報告する、管路に平行になるような動水勾配線

(図-7 参照) は存在せずに、被圧部から開水路へ移動するときの水頭降下 h_d および跳水後に生ずる水頭上昇 h_j が明確に存在する (図-8)。開水路部が被圧部に挟まれた時の動水勾配を模式的に示したものが図-8 である。 h_j の値は跳水が下流域へ移動している間にも大きな変化はなく一定値を保っているように見える。それゆえ h_d とともに運動量の式によって説明しうるものと考えられるが、管内水深についてのデータをさらに補う必要がある。

A から D まで移動する中で開水路流れの中の動水勾配線が一定の割合で高くなっていることがわかる。しかし開水路部の長さ (AA'~DD') が短縮されたわけではなく、また水面がそれほど高まったとも言えない。この現象の明確な説明はされていない。

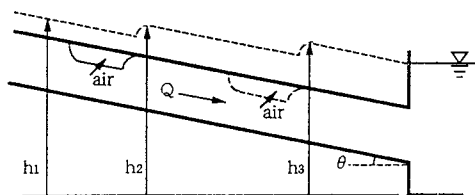


図-7 Kalinske による動水勾配

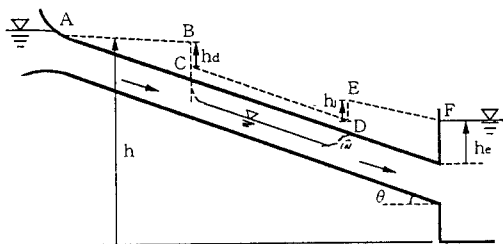


図-8 実験による動水勾配

4.4 セルフ・ブライミング時の動水勾配

図-9 は管路勾配 1/90 で約 5.2 l の流量を流したときに生ずるセルフ・ブライミング時のピエゾ水頭を示したものである。水頭はビニール管で導いた水中の高さで計測するため、このような非定常運動の計測に適合するものではないが、被圧部の移動が遅いときには、その現象の特性を見いだすことはできる。

ここでセルフ・ブライミングとは前に記したように、被圧流と開水路流が交互に発生する現象を指し、被圧領域の長さは流量に依存することが検証されている。このケースでも 8m 程の被圧流が生じていた事が確認さ

れている。しかし水頭記録によるとA,B,C,Dと記した辺りのピエゾ水頭が管頂に接しているにすぎない。流れが満管状態であったとすれば、それらはほとんど負圧状態であったことに示すものである。さらに開水路部での水頭は水面の高さ近傍を示していると考えられるので、この点においても図-7の Kalinskeの動水勾配線と大きく異なっていることがわかる。セルフ・ブライミング等の自励現象を解明する上でも重要な相違点と考える。

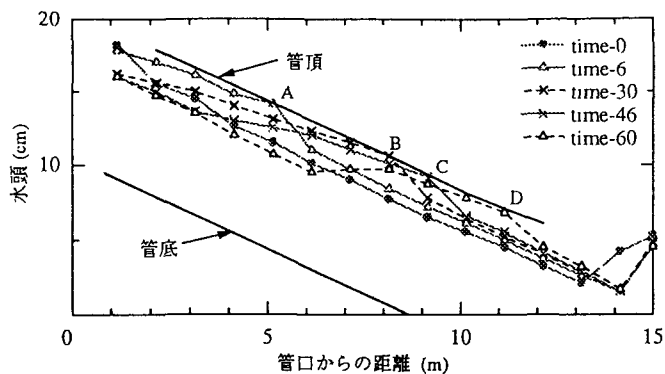


図-9 Self priming 時の動水勾配線

5 まとめ

被圧流と開水路流が交互に流れるセルフ・ブライミングの存在条件を検討するなかで、管路内跳水の発生位置、長さおよび管内圧の特性を実験的に検討した。事前に念頭にあった流れの様相は、Kalinskeらの論文によるものであったが、動水勾配線に関しては極めて異なった結果が得られた。

以下のことが明らかとなった。

- 1) 自然流入する管路内での跳水では跳水頂部の圧力は 0 である。
- 2) 跳水後の被圧領域の動水勾配は管路の摩擦勾配に等しい。
- 3) したがって摩擦勾配線と管頂との高度差が管内圧として作用し、管内圧が 0 のとき、すなわち両者の交点で跳水が発生することになる。
- 4) 流入口から被圧流が伸長する場合でも、被圧領域では定常時の摩擦勾配へと漸近する。
- 5) 開水路と被圧流とのインターフェイスでは水頭は上がり、被圧部から開水路部へのインターフェイスでは水頭は降下する。
- 6) セルフ・ブライミング発生時での動水勾配は一部が管頂と同じピエゾ計水頭高を示し、その点から離れるにつれて負圧を呈しながら管路流れを保つように見えるが、この点は十分な検討が必要である。

6. 参考文献

- [1] 宇井 正和、安川 浩、流入口形態による管内流況特性、土木学会水工学論文集、Vol.37,1993
- [2] Kalinske, A. A. and Robertson, J. M., Closed conduit flow, ASCE, Transactions, Vol.108, 1943
- [3] Smith C. D., Chen W., The Hydraulic jump in a steeply sloping square conduit., Journal of Hydraulic Research, Vol. 27, 1989, No.3.