

小川原湖に発生する傾斜プルームの連行係数に関する考察

Entrainment Coefficient of Saline Plume on the Slope of Lake Ogawara

石川忠晴*、長尾正之**、長島伸介***

By Tadaharu ISHIKAWA, Masayuki NAGAO
and Shinsuke NAGASHIMA

Field Measurements were made on an inclined plume in Lake Ogawara in 1992.

The plume is a saline underflow of about 1 meter thick and several hundred meters wide along a bottom slope of 1/200. The scale and velocity of the flow are far larger than those of flume experiments so that the Reynolds number is very high.

The data are processed and analysed so that the entrainment rate and the Richardson number are estimated. The estimated values of entrainment coefficient is compared with a numerical calculation by $k-\varepsilon$ model (Fukushima, 1988). Both results are on a same line which decreases rapidly when Richardson number approaches to unity. This fact suggests that the entrainment law for inclined plumes of large Reynolds number is somehow different from that of small scale flows in laboratory experiments.

Keywords: Inclined plume, Field Measurement, Entrainment Coefficient

1. はじめに

周囲流体よりわずかに密度の大きな流体が斜面上を流下する現象は、貯水池への洪水侵入、海谷での濁水流、夜間に山頂から流れ下る冷気流など、自然環境中に様々の形で発生し、物質輸送や熱輸送に貢献している。この現象を傾斜プルームと呼ぶ¹⁾。

自然界に発生する傾斜プルームは、間欠的で且つ空間スケールが大きいいため、実物の直接測定は困難であることが多い。このため、傾斜プルームに関する従来の研究は、主に室内実験²⁾、理論的検討¹⁾及び数値計算³⁾によって進められてきた。しかし室内実験は通常、小スケールの流れで行われるから、斜面勾配や相対密度差の範囲に制約があり、また大きなレイノルズ数を取ることができない。したがって、その結果をどこまで外挿できるかという問題を常に抱えている。数値計算の場合は、表面上はそのような制約はないが、しかしパラメータ調整等を室内実験の結果にもとづいて行う以上、同様の問題を含んでいると言える。また、理論的検討にしても、多くの場合は実験事実を念頭において行われるから、室内実験に関する上記の制約の影響を全く受けないとは言えない。したがって、室内実験と異なるスケールの計測例を入手することは、既存の研究成果を再評価する上で極めて有用であり、また将来の研究への重要な資料を提供するであろう。

小川原湖は青森県の太平洋岸に位置する汽水湖であるが、最深部が海面下25mにあるため、排水河川を遡上した塩水が、湖内で傾斜プルームを形成する。この流れが形成される区間は約1.5kmあり、塩水流の厚さ

* 正会員 工博 東京工業大学教授 大学院総合理工学研究科 (〒226 横浜市緑区長津田町4259)

** 正会員 工修 東京工業大学助手 大学院総合理工学研究科 (〒226 横浜市緑区長津田町4259)

*** 正会員 神奈川県庁 (〒231 横浜市中区日本大通1)

か1 m程度、幅は数100mに及ぶ。自然界に発生する傾斜ブルームとしては小さい方だが、しかし室内実験に比較すると遥かに大きな流れである。そこで筆者らは、過去数年にわたって、この流れの計測に努力してきた。本論文では1992年の観測データを取りまとめ、連行係数について検討した結果を報告する。

2. 現地観測の概要

2-1 現地の状況

小川原湖は青森県東部(北緯40°45'、東経141°20')に位置する汽水湖で、湖面積(63.2km²)ではわが国で第11位の湖である。常時の水面標高は約40cm(TP)、平均水深は約11m、最大水深は約25mである。主な流入河川はいずれも湖の南西部に入り、流出部(高瀬川)は湖の北東端にある。大潮時に潮位が湖水位を長時間上回ると、塩水が高瀬川を遡上し、小川原湖に流入する。(河道距離が6.6kmあるために、塩水が湖まで達するのは比較的希な現象である。)小川原湖に進入した塩水は、湖内に少し入った地点で湖水の下に潜り込み、その後、図-1に斜線で示した部分の斜面を傾斜ブルームとなって流れ下り、湖心部に塩分成層を形成する。

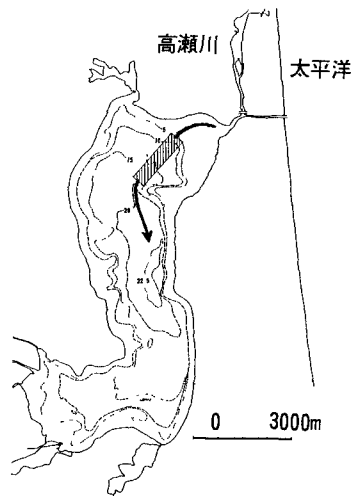


図-1 小川原湖地形図

2-2 観測の状況

観測期間は1992年6月29日から7月2日の4日間である。観測時間帯は、潮位予報表を参考に明け方から正午までとした。ただし、7月2日には測定器の一部が故障したため、まとまったデータが得られなかった。

観測区域の等深線と観測点の配置を図-2に示す。観測区域の斜面勾配はほぼ一様で約1/200である。塩水流は滞筋に沿って流れるが、その幅は下流に向けて狭まっている。各測点には、アンカーと目標ブイを設置している。測定には2艘の船を用い、うち1艘は観測点Bに2点アンカーして流速分布を測定した。流速計はアレック電子製電磁流速計 ACM200-PCを用い、計測時間間隔を1秒として60秒間計測し、その平均値をひとつの観測値とした。もう1艘の船は、各測点を順次まわって水温と塩分の分布を計測した。測定にはアレック電子製ACT-1000Mを用いた。また、観測点A、B、Cの湖底から50cmの位置にメモリー式電磁流速計(アレック電子製ACM-8M)を設置し、船による観測が行われていない時間帯の流れを継続的に記録した。

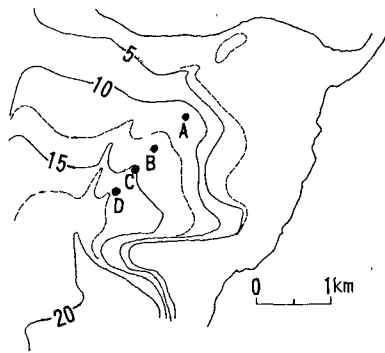


図-2 観測点の配置図

3. 解析

3-1 流れの平衡性

傾斜ブルームには、界面応力(連行による運動量輸送も含む)と重力と底面摩擦力がバランスした平衡状態が存在する²⁾。実験水路のように、断面形状が一様で且つ定常な条件の場合には、流下するにつれて比較的速やかに平衡状態に漸近する。この状態ではリチャードソン数や連行係数が安定しているので、従来の研究において連行則を検討する場合には平衡状態での実験結果が多く用いられている。

しかし現地では湖底地形が一様でなく、また現象が非定常であるから、上記のような理想的な状態は必ずしも出現しない恐れがある。そこで、運動方程式の加速度項、圧力項、重力項のオーダーを以下のように推算し、平衡状態に近い状況が形成されているかどうかを調べた。

$$\text{加速度項: } \frac{\partial U_1}{\partial t} + U \frac{\partial U_2}{\partial x} \quad \text{圧力項: } \varepsilon g \frac{\partial \delta}{\partial x} \quad \text{重力項: } \varepsilon g i \tag{1}$$

ここに、 ΔU_1 は1地点における Δt の間の流速変化量、 ΔU_2 は Δx だけ離れた2地点間の流速差、 U はその付近の代表流速である。また ε は相対密度差、 g は重力加速度、 δ は塩水層厚さ、 i は斜面勾配である。

図-3に塩分分布の縦断変化の1例を示す。これからわかるように、塩水層厚の空間変化率($\Delta \delta / \Delta x$)は斜面勾配 i に比べてかなり小さい。したがって圧力項は重力項に比べて小さいと考えられる。図-4に、湖底に設置したメモリー式流速計の出力の一例と、船を用いた観測の時間帯を示す。この図から、観測時間帯における加速度項のオーダーを推算できる。推算結果を表-1に示す。これから、加速度項は重力項に比べて1オーダー小さいことがわかる。したがって重力項はその他の応力項(底面摩擦項、界面応力項)とほぼ釣り合っていることになり、平衡状態に近い状況が成立していると推測される。

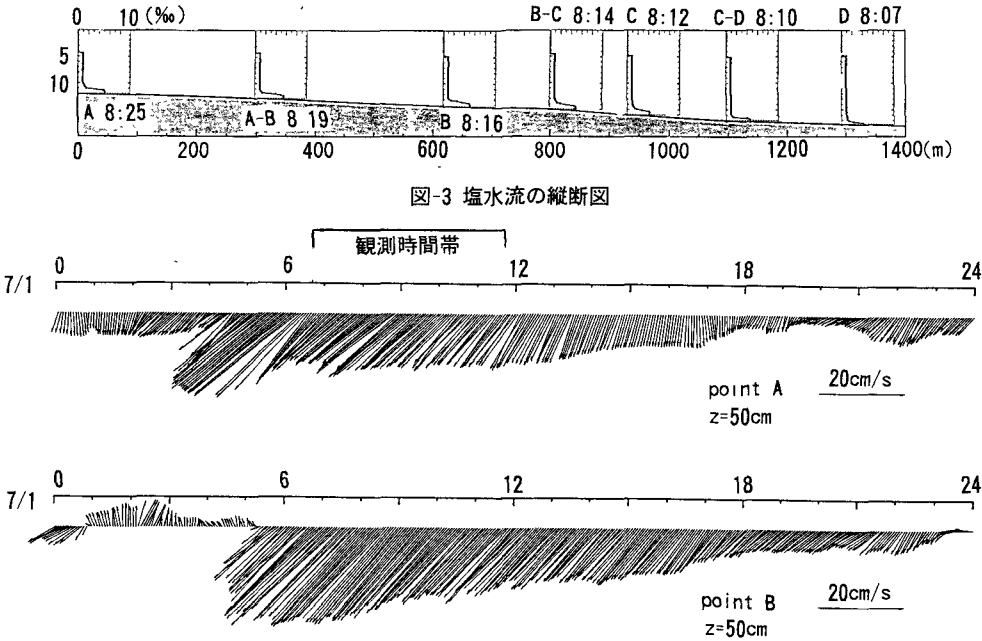


図-4 メモリー式流速計の記録

$\Delta U_1 \sim 0.15 \text{ m/s}$	$\Delta t \sim 5 \text{ hr}$	$\dots \dots \dots \frac{\Delta U_1}{\Delta t} \sim 8.3 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$
$\Delta U_2 \sim 0.06 \text{ m/s}$	$U \sim 0.26 \text{ m}$	$\Delta x \sim 600 \text{ m} \dots \dots U \frac{\Delta U_2}{\Delta x} \sim 2.6 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$
$\varepsilon \sim 5 \times 10^{-3}$	$i \sim 1/200$	$g = 9.8 \text{ m/s}^2 \dots \dots \varepsilon g i \sim 2.3 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$

表-1 非平衡性の検討

3-2 連行係数とリチャードソン数の算定方法

傾斜ブルーム内の流速と塩分濃度は連続的に変化する。したがって、観測データから層平均リチャードソン数や連行係数を算定する際に、「層の厚さ」、「代表流速」、「代表塩分濃度」の定義が問題となる。本論文では、後に福島³⁾の研究結果との比較を行うために、福島が用いている定義を使用する。なお、この定義は、Ellison & Turner²⁾が用いている定義式と基本的に同じである。

速度分布 $u(z)$ と相対塩分濃度 $s(z)$ (ブルーム内の濃度から湖水の濃度を引いたもの)が次式のように書けるものとする。

$$u(z) = U_{max} f(\eta), \quad s(z) = S_{max} h(\eta), \quad \eta = z / \delta_{1/2} \tag{2}$$

ここに、 U_{max} は最大流速、 S_{max} は最大相対塩分濃度、 $\delta_{1/2}$ は流速の半値幅、 η は無次元の鉛直座標、 $f(\eta)$ 、 $h(\eta)$ は、流速と塩分濃度の無次元分布関数である。ここで形状係数を以下のように定義する。

$$I_1 = \int_0^\infty f(\eta) d\eta, I_2 = \int_0^\infty f(\eta)^2 d\eta, I_3 = \int_0^\infty h(\eta) d\eta, I_4 = \int_0^\infty f(\eta) h(\eta) d\eta \quad (3)$$

代表流速 U 、代表層厚 δ 、代表相対塩分濃度 S は次式のように定義される。

$$U = \frac{I_2}{I_1} U_{max}, \quad \delta = \frac{I_1^2}{I_2} \delta_{1/2}, \quad S = \frac{I_4}{I_1} S_{max} \quad (4)$$

さて、観測時の塩水及び湖水の水温差は 2°C 程度であり、密度に及ぼす影響は塩分に比べてはるかに小さい。また本観測では塩分を重量濃度で出力するようにキャリブレーションした機器を用いているので、相対塩分濃度は相対密度差 ε にほぼ等しいと考えてよい。そこで(3)、(4)式で定義された U 、 δ 及び S を用いて、リチャードソン数 Ri と連行係数 E を以下のように表す。

$$Ri = \frac{S g \delta}{U^2}, \quad E = \frac{W_e}{U} \quad (5)$$

ここに W_e は連行速度である。

B地点での流速分布の計測例を図-5に示す。計測時間の関係でこのように鉛直方向の測点数に限られている。そのため(3)式の形状係数 I_i の値を個々のデータについて求めることは難しい。そこで、3日間の観測結果全体から形状係数を推定する。流速及び塩分を流速の半値幅と各最大値で無次元化して重ねてプロットすると、流速分布 $f(\eta)$ について図-6-1、相対塩分分布 $h(\eta)$ について図-6-2を得る。このように、どちらの関数も概ね相似関数と考えてよいことがわかる。そこで図中に実線で示す相似関数を仮定し、これらについて(3)式の数値積分を実行したところ、以下の値を得た。ただし、無次元高さ η が2以上の流速データは吹送流などの影響でばらついているので、 $\eta > 2$ については $f(\eta)$ 、 $g(\eta)$ とともにゼロとした。

$$I_1 = 1.00, \quad I_2 = 0.756, \quad I_3 = 0.812, \quad I_4 = 0.638 \quad (6)$$

この結果から、(4)式は次のようになる。

$$U = 0.756 U_{max}, \quad \delta = 1.323 \delta_{1/2}, \quad S = 0.638 S_{max} \quad (7)$$

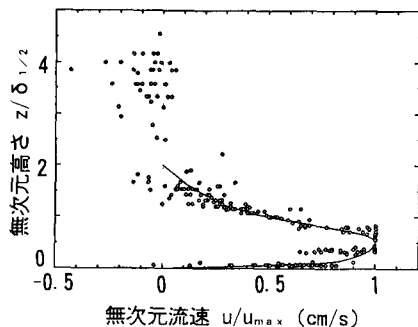


図-6-1 流速分布の無次元表示

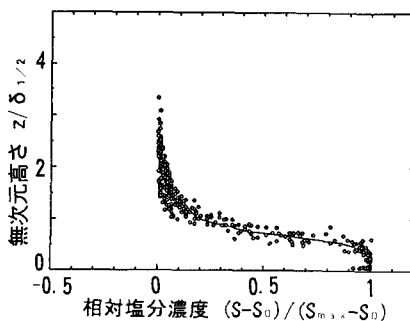


図-6-2 塩分分布の無次元表示

3-3 連行係数の算定

3-3-1 算定式の導出

次に連行速度を現地観測データから求める方法について述べる。本現地観測では、流速分布測定はB地点でしか行われていないから、流量収支を計算することは不可能である。しかし塩分濃度測定は複数点で行われているので、塩分濃度の時空間変化から、以下のような計算式を用いて連行速度を推定した。まず塩分の保存式と連続条件式は次のように書ける。

$$\frac{\partial(S \cdot A)}{\partial t} + \frac{\partial(Q \cdot S)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = W_e \cdot B \quad (9)$$

ここに、 A は塩水流の断面積、 Q は流量、 B は塩水流の幅である。これらを連立して変形すると次式を得る。

$$A \frac{\partial S}{\partial t} + Q \frac{\partial S}{\partial x} + S \cdot W_e \cdot B = 0 \quad (10)$$

これから連行速度は、

$$\begin{aligned} W_e &= - \frac{1}{SB} \left(A \frac{\partial S}{\partial t} + Q \frac{\partial S}{\partial x} \right) \\ &= - \frac{\delta}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} \right) = - \frac{\delta}{S} \frac{DS}{Dt} \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 DS/Dt は実質微分である。したがって連行係数は次式で表される。

$$E = \frac{W_e}{U} = - \frac{\delta}{S \cdot U} \cdot \frac{DS}{Dt} \approx - \frac{\delta}{S \cdot L} \cdot D(S) \quad (12)$$

ここに、 L は2断面間の距離、 $D(S)$ は2断面間での「塩分濃度のラグランジュ的増分」である。この式は、要するに、相対塩分濃度が減少した分だけ連行があったものとして連行量を逆算するものである。

3-3-2 具体的な算定方法

流下に伴う塩分濃度の変化は1(‰)以下であるため、連行係数の推定精度を高めるためにはなるべく離れた2断面での濃度差を取る必要がある。しかし、A地点では流れが横に広がっているために塩水層の最も濃い部分が計測できない場合があった。そこでB地点とD地点の濃度差を用いて計算することとした。

図-7-1~3にB地点とD地点での塩分濃度 S_{max} の時間変化を示す。このように全体としては非定常であり、ピーク発生時刻に地点間の時差がある。また非定常の具合はその日の上げ潮の具合で異なっている。前述のように、塩水流は概ね平衡状態の流れに近いと考えられるが、しかし非定常性の影響をなるべく受けないように、塩分濃度が停留する時間帯でのデータから連行係数を求めるようにする。そこでD地点のデータとして、図中に◎印で記してあるものを使う。

2地点間の時差を考慮して $D(S)$ を求めるために、B地点で観測されている速度データから(7)式の U を求め、2地点間の距離から移動時間を求める。(この過程で数回の繰り返し計算を要する。)移動時間を差し引いた時刻でのB地点の相対塩分濃度を、観測データを内挿して求める。その後、(7)式と(5)式からリチャードソン数 Ri と連行係数 E を求める。(図中の矢印参照) 計算結果を表-2に示す。

以上の方法で整理された連行係数とリチャードソン数の関係を図-8に示す。図中の白丸は福嶋が $k-\epsilon$ モデルで数値計算した結果である。福嶋の計算結果は斜面勾配が 90° から 0.46° の範囲についてのものであるが、

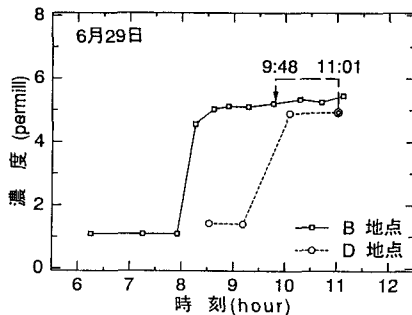


図-7-1 塩分の時間変化 (6月29日)

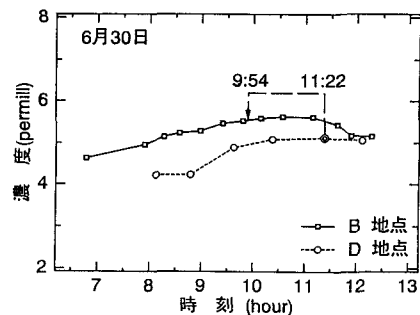


図-7-2 塩分の時間変化 (6月30日)

勾配が減少するとリチャードソン数が1に近づき連行係数が急激に低下する傾向が見られる。一方、筆者らが観測を行った区間の斜面勾配は約 0.29° ($1/200$)である。観測結果はかなり散らばっているが、破線で示すように、福嶋の計算結果のちょうど延長線上にあることがわかる。

図中の直線は、種々の2層流の実験結果をもとに従来から提案されてきた連行則⁴⁾である。本観測の結果はこの式から大きくはずれている。しかし既存の実験データの多くは傾斜プルームについてのものではなく、これらが同じ連行則で記述できるとは限らない。本研究では濃度減少量か

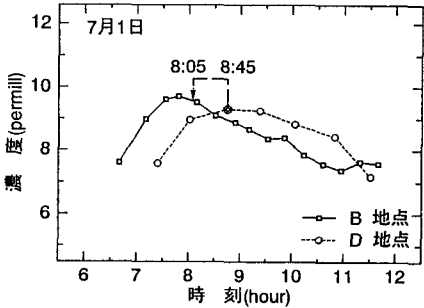


図-7-3 塩分の時間変化（7月1日）

日付	U_{max} (m/s)	U (m/s)	$\delta_{1/2}$ (m)	δ (m)	S (‰)	$D(S)$ (‰)	L (m)	E (10^{-4})	Ri
6月29日	0.220	0.166	1.52	2.01	4.13	0.28	730	1.87	1.88
6月30日	0.183	0.138	1.47	1.94	4.41	0.42	730	2.53	2.80
7月1日	0.400	0.302	1.50	1.98	8.45	0.26	730	0.83	1.15

表-2 連行速度とリチャードソン数の推定表

ら連行量を推算しているが、この方法では(少なくとも)縦軸に関して1オーダー以上の誤差が生じることは考えられない。したがって、傾斜プルームの連行則は、点線で描かれているようになっている可能性があると考えられる。

4. おわりに

本研究では、青森県小川原湖に発生する塩水傾斜プルームを観測した結果から、連行係数とリチャードソン数を推定した。連行係数は、既存の室内実験等から予想されるより遥かに小さな値となった。しかし、本研究での推定方法は塩分濃度の減少率をもとにしているから、(少なくとも)1オーダー以上の誤差が生じる恐れはない。

本研究の結果を福嶋³⁾の数値計算結果と比較したところ図-8の結果を得た。もちろん数値計算と現地観測の結果をつなぎ合わせるにはさらに慎重な検討が必要であるが、しかし傾斜プルームの連行機構に関して何らかの示唆を与えているものと思われる。

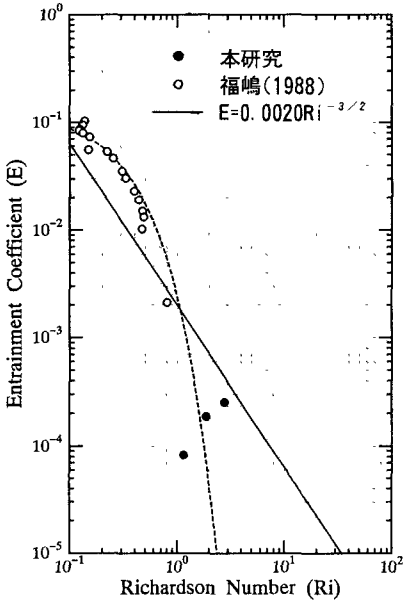


図-8 連行係数とリチャードソン数の関係

現地観測を行うにあたり、東北大学土木工学科山路技官にご協力いただいた。また建設省東北地方建設局及び小川原湖漁業協同組合には種々便宜を図っていただいた。記して謝意を表する。

【引用文献】

- 1) 椿東一郎, 小松利光: 傾斜Plumeの流れと連行現象, 第23回水理講演会論文集, pp. 415-422, 1979.
- 2) Ellison, T. H. and J. S. Turner: Turbulent entrainment of stratified flows, JFM, Vol. 6, pp. 423-448, 1959.
- 3) 福嶋祐介: 乱流モデルによる傾斜壁面密度噴流の解析, 土木学会論文集, 第399号, pp. 66-74, 1988.
- 4) 須賀亮三, 高橋晃: 淡塩二層流の連行係数, 土木学会第31回年講, pp. 383-384, 1976.