

保存性 2 次元傾斜サーマルの流動特性の普遍定量化

Flow Characteristics of Conservative Two-dimensional Inclined Thermals

秋山 壽一郎*・浦 勝**・斎藤 俊一郎***

By Juichiro AKIYAMA, Masaru URA, and Shunichiro SAITO

Flow characteristics of miscible conservative two-dimensional thermals traveling downslopes are investigated experimentally. A series of laboratory experiments is conducted for the range of bottom slope angles $\theta=5\sim90^\circ$. With use of a large volume of experimental data, such important flow characteristics as the spatial growth rate of maximum height, the dimensionless mass-centre velocity, the entrainment function, and others are quantified as functions of bottom slope angles.

Keywords: inclined thermal, gravity current, density current, flow characteristics

1. 序論

周囲より重い流体が傾斜面上に瞬間的に放出されると斜面に沿って流下・発達し、傾斜サーマル (Inclined Thermal) を形成する。傾斜サーマルは、粉雪雪崩や火山噴出物の流動などの自然災害問題のみならず、貯水池に流入する濁水や埋立工事のための土砂投下にもなる濁りの発生などの水質環境問題とも深く関わっており、その流動特性を明らかにすることは工学上きわめて重要かつ有用である。

傾斜サーマルに関する研究はこれまで活発に進められてきた。例えば、2 次元傾斜サーマルについては、Beghin et al.¹⁾によって塩水を用いた保存性傾斜のサーマルの形状、最大層厚変化率、移動速度、連行係数などの特性量と底面傾斜角度との関係が $\theta=5\sim90^\circ$ の範囲で理論的・実験的に明らかにされている。また、微細粒子を用いた低斜面上での堆積性濁水サーマルの濃度、最大層厚変化および移動速度などが芦田ら²⁾やLaval et al.³⁾によって調べられている。Hopfinger & Tochon-Danguy⁴⁾は、斜面上に堆積した雪の連行を考慮した簡単な雪崩のモデルを提案し、 $\theta=20^\circ$ の場合について移動速度および最大層厚について比較検討を加えている。さらに、Liu et al.⁵⁾は塩水ならびに温度差を

* 正会員 Ph.D. 九州工業大学助教授 工学部設計生産工学科建設工学教室 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)

** 正会員 工博 九州工業大学教授 工学部設計生産工学科建設工学教室

*** 学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程

用い、 $\theta=1\sim3^\circ$ の低傾斜角度で実験を行い、サーマル内部の温度分布を明らかにするとともに仮想原点の位置について考察を加えている。一方、保存性 3 次元傾斜サーマルについても、Beghin & Olagne⁶⁾ や福嶋ら⁷⁾ により、最大層厚・広がり幅の変化率、先端移動速度などについて知見が得られている。このように、様々なタイプの傾斜サーマルについてこれまで多くの有意義な知見が得られている。ところが、Beghin et al. の研究を除き、何れの研究も極めて限定された実験条件下で行われており、得られた結果は現象を理解する上で有益であっても、普遍性に乏しいことが問題である。また、Beghin et al. が得た結果についても、その定量性について具体的に検証されたわけではない。

本研究は、著者らが得た数多くの実験データに基づき、底面傾斜角度 $\theta=5\sim90^\circ$ の範囲における保存性 2 次元傾斜サーマルの主要な流動特性量を普遍的に定量化することを目的としたものであり、Beghin et al. の研究結果との比較検討も併せて行ったものである。

2. 実験

実験装置は、長さ9.0m、深さ1.22m、幅0.6mの大型水槽内にアクリル製の変勾配水路を設置したものである。底面傾斜角度が $\theta=5^\circ$ 、 15° の場合は、長さ4.0m、深さ0.49m、幅0.1mの水路を、それ以外の場合は、長さ2.0m、深さ0.36m、幅0.1mの水路を用いた。水路上流端に放流ゲートが付いた正方形断面(断面積 A_0)を有するタンクが取り付けられており、この箱にウラン色素で着色した塩水(初期相対密度差 $\varepsilon_0=(\rho_0-\rho_s)/\rho_s$)を満たし、ゲートを瞬間的に引き上げることで傾斜サーマルを発生させた。ここに、 ρ_0 、 ρ_s はそれぞれ初期塩水、周囲淡水密度である。タンク中の初期塩水濃度は、各傾斜角度につき3通りに変化させた。このようにして形成されたサーマルの流動状況をサーマルと同じ速度でVTRカメラを移動させながら水路側面より撮影を行った。収録されたVTR画像を解析することにより、先端移動速度 U_f および形状を求めた。また、流れの再現性は良好であったので、同一条件下で5回の繰り返し実験を行い、データの信頼性を高めた。実験条件を表1に示す。ただし、十分に発達した流れの領域の区間ができるだけ長くなるように各底面傾斜角度 θ において A_0 および ε_0 を変化させている。

表 1 実験条件

$\theta(^{\circ})$	BOX(cm×cm)	ε_0
5	10×10	0.08
		0.10
		0.12
15	3.5×3.5	0.08
		0.10
		0.12
30	2×2	0.03
		0.06
		0.09
45	2×2	0.01
		0.03
		0.06
60	2×2	0.01
		0.03
		0.06
75	2×2	0.03
		0.06
		0.09
90	1.8×1.8	0.10
		0.12
		0.14

3. 実験結果

流れの定義図および用いた記号を図1に示す。十分に流下・発達した保存性傾斜サーマルでは、先端移動速度 U_f は流下距離 x の $-1/2$ 乗に比例することが理論的に知られている^{1),8)}。そこで本研究では、まずこの条件を用いて、大まかに流れの確立領域の範囲を決定し、さらにその範囲内でOver all Richardson 数 R_i が流下距離 x について一定となる領域を求めた。本研究では、この R_i ＝一定となる領域を「流れの確立領域」と呼ぶこととする。ただし、 R_i ＝一定となる x の範囲は $U\sim x^{-1/2}$ となる範囲よりも 全角度においてわずかながら狭いものの、大きな差異は認められなかった。

さて、保存性サーマルでは初期総浮力 $W_0(=A_0B_0)$ が保存されるので、 R_i 数 $(=BH\cos\theta/U^2)$ を式(1)で定義することができる。ここに、 B =浮力 $(=\varepsilon g)$ 、 g =重力加速度、 S_1 =断面面積比(式(3))、 F =サーマルの断面アスペクト比(式

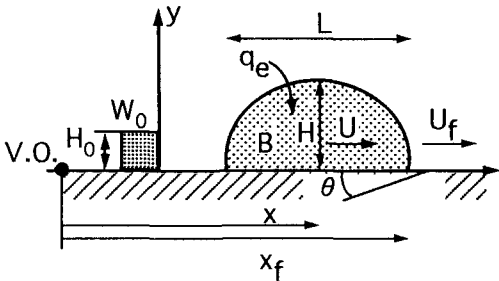


図 1 傾斜サーマルの定義図

(4))、 U =重心移動速度、 H =最大層厚である。式(1)で定義した R_i 数は、重心移動速度 U の代わりに先端移動速度 U_f を用いると、式(2)のように書き換えられる。式(2)中の S_1 、 F 、 H 、 U_f および dH/dx は、いずれも可視化実験により比較的容易に決定できるので、濃度測定などの厄介な計測を行わず、任意の流下距離 x における R_i 数を決定することが可能である。

$$R_i = \frac{FW_0 \cos \theta}{S U_f^2 H} \cdots (1) \quad ; \quad R_i = \left(\frac{FW_0 \cos \theta}{S U_f^2 H} \right) \left(1 + \frac{1}{2F} \frac{dH}{dx} \right)^2 \cdots (2)$$

以下、本研究で得られた主要な特性量について考察する。いずれの特性量も「流れの確立領域」における実験データから得られたものであり、流入条件の違いに起因する流動特性の顕著な差異は認められなかったので、各傾斜角度ごとの平均値として特性量の定量化を行っている。

(a)サーマル形状および形状係数(S_1 , F)

図2に傾斜サーマル($\theta=30^\circ$ 、 $A_0=2 \times 2 \text{ cm}^2$ 、 $\varepsilon_0=0.09$)の流動状況の一例を、図3に $\theta=45^\circ$ の場合の無次元サーマル形状を示す。同図より、サーマル形状を y 方向に最大層厚 H 、 x 方向に長さ L で無次元化すると、流入条件・底面傾斜角度にかかわらず、図中の実線で示される半楕円形状の相似形をほぼ保ちながら流下することがわかる。

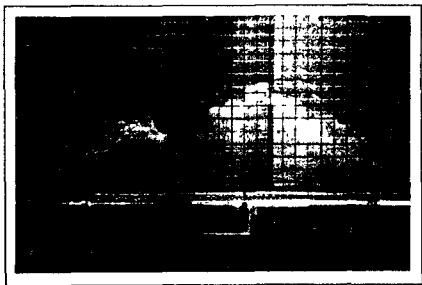


図2 傾斜サーマルの流況

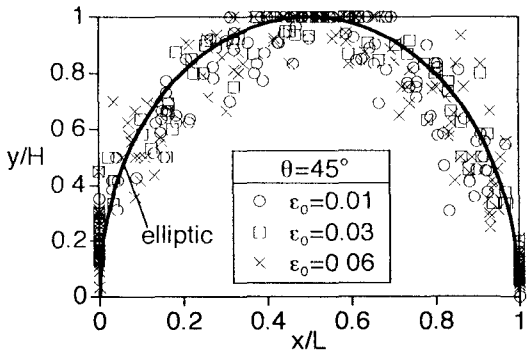


図3 無次元サーマル形状の一例

次に、式(3)および(4)でそれぞれ定義される断面積比 S_1 および断面アスペクト比 F について考察する。

$$S_1 = \frac{A}{HL} \cdots (3) \quad ; \quad F = \frac{H}{L} \cdots (4)$$

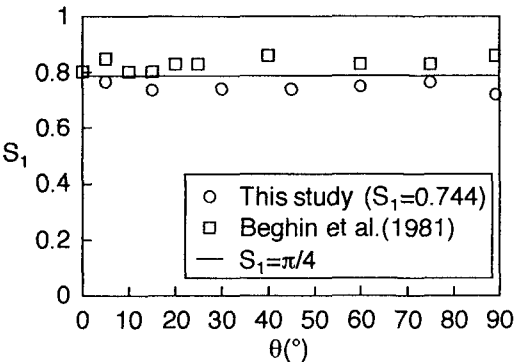


図4 S_1 と θ との関係

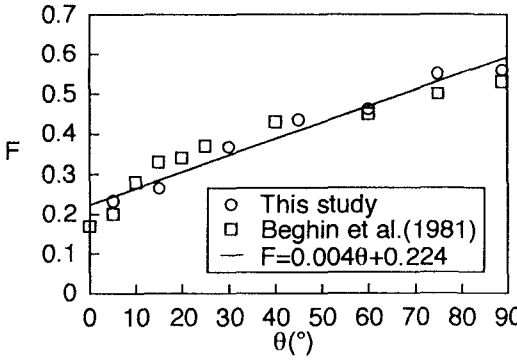


図5 F と θ との関係

図4に頻度分布から求めた S_1 の平均値と θ との関係を示す。同図には、Beghin et al.が求めた S_1 値および半楕円形状に対する S_1 値($=\pi/4$)も示してある。これより、 S_1 値は θ に依存せずほぼ一定値を取り、式(5)で近似的に与えられることがわかる。また、図5に頻度分布から求めた F の平均値と θ との関係を示す。同図には、Beghin et al.が求めた F 値も示してある。これより、 F 値は θ に対し線形的に増大し、式(6)で近似的に与えられることがわかる。

$$S_1 = 0.744 \dots (5) \quad ; \quad F = 0.004\theta + 0.224 \dots (6)$$

(b)最大層厚変化率 (dH/dx)

図6にdH/dxと θ との関係を示す。本研究で得られたdH/dx値は、Beghin et al.が得た結果と同様に、 θ に対し線形的に増大することが認められるが、その絶対値はBeghin et al.が得た結果と比較するとかなり小さいことがわかる。この差異については後ほど改めて考察する。本研究の結果に基づくと、dH/dxは近似的に式(7)で与えられる。

$$\frac{dH}{dx} = 0.004\theta \dots (7)$$

(c)無次元平均浮力(B*)

これまでブルーム先端部やサーマル内部の鉛直濃度分布を幾つかの断面について計測した研究はあっても⁹⁾、クラウド全体の平均濃度特性を明らかにした例は全く見当たらない。ちなみに、サーマル内部の多点濃度測定を行い、それより平均浮力Bを求めることは技術的に可能である。しかし、そのためには膨大な量の計測が必要となり、このような方法による定量化は現実的に極めて困難である。そこで、ここでは濃度測定より平均浮力を求めるのではなく、保存性傾斜サーマルでは初期総浮力が保存されることを利用して平均浮力の算定を行った。つまり、 $W_0=W(=AB)$ なる関係があるので、式(8)で定義される無次元浮力 B^* は式(9)のように S_1 と F によって表現される。 S_1 と F はそれぞれ式(5)と式(6)から明らかなようにたかだか θ の関数であるので、 B^* は流下方向に一定となり、図7に示すように θ に関する1次関数で式(10)のように近似的に表現できる。また、式(8)より、 $B \sim x^{-2}$ なる関係があることもわかる。さらに、dH/dxが式(7)のように定まっているので、Bも簡単に求めることができる。ただし、底面近くの浮力流体がごく一部後方へ置き去られるため、保存性のサーマルであっても、完全に総浮力が保存されるわけではなく、得られる平均浮力は若干ではあるが過大評価される可能性がある。

$$B^* = \frac{B}{W_0/H^2} \dots (8) \quad ; \quad B^* = \frac{F}{S_1} \dots (9) \quad ; \quad B^* = 0.005\theta + 0.288 \dots (10)$$

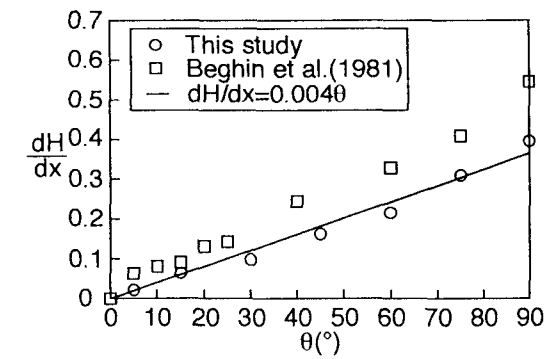


図6 dH/dxと θ との関係

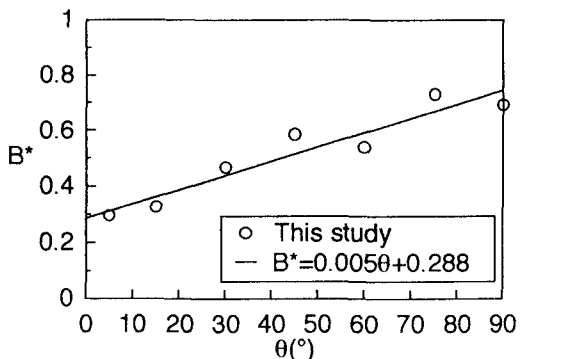


図7 B^* と θ との関係

(d) Overall Richardson数(R_i)および無次元重心移動速(U^*)

図8は確立領域における R_i 数($=R_{in}$)と流下距離 x との関係を示したものである。同図より、いずれの底面傾斜角度に対しても R_{in} は流下方向にほぼ一定値を取ることがわかる。さらに、図9に示すように R_{in} は θ の1次関数として式(11)で近似できる。

また、式(12)で定義される無次元重心移動速度 U^* と式(1)で定義した R_i 数との間には、式(13)の関係があるので、当然ながら U^* も流下方向に一定となり、 U^* と θ との関係は図10のようになる。さらに、式(12)より $U \sim X^{-1/2}$ なる関係が成立することもわかる。

$$R_{in} = -0.0147\theta + 1.40 \cdots (11)$$

$$U^* = \frac{U}{(W_0/H)^{1/2}} \cdots (12)$$

$$R_i = \frac{F \cos \theta}{S_1 U^2} \cdots (13)$$

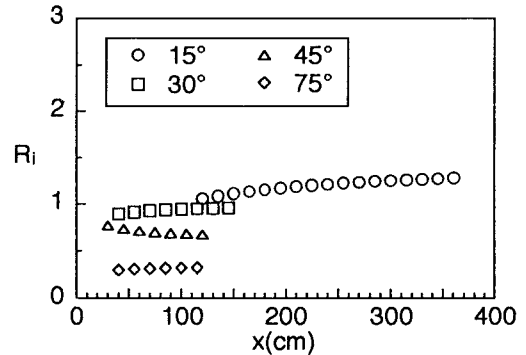


図8 R_{in} と x との関係

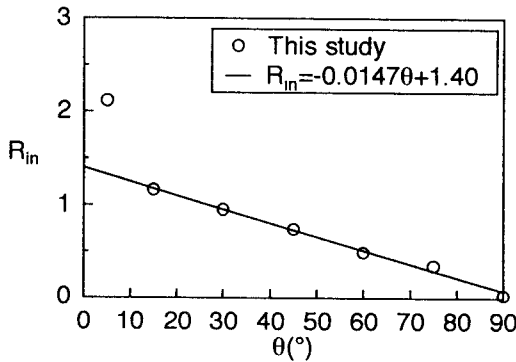


図9 R_{in} と θ との関係

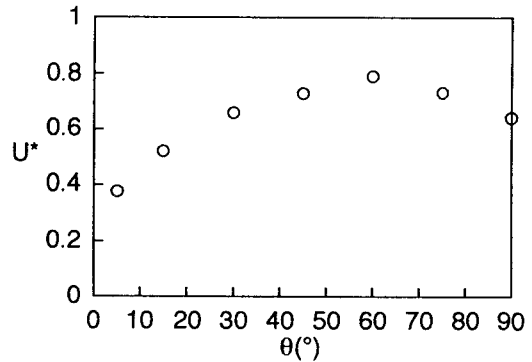


図10 U^* と θ との関係

(e) 連行係数(E_d)

連行係数 E_d は式(14)のように表わすことができる。

$$E_d = \frac{q_b}{CU} \cdots (14)$$

ここに、 q_b =連行量、 U =重心移動速度および C =サーマルの周囲長である。 E_d の算定に当たっては、最大層厚変化率に基づく方法I(E_{d1})ならびに体積変化率に基づく方法II(E_{d2})の2通りの方法を用いた。方法IはBeghin et al. が用いた方法であるが、 E_{d1} は体積保存則($dA/dt =$

q_b)より得られる式(15)に実験的に求められた dH/dx 値などの諸量を代入することにより容易に得られる。一方、 E_{d2} は画像解析より求めた数多くの $\Delta A/\Delta t$ 値の集合平均を取ることにより連行量 q_b を求め、これを式(14)を変形した式(16)に代入することにより得られる。

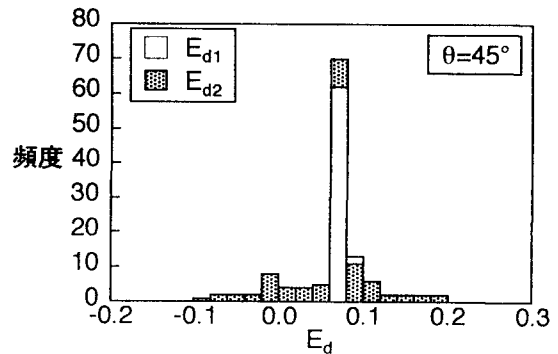


図11 E_d の頻度分布の一例

$$E_{d1} = \frac{2 \left(\frac{S_1}{S_2} \right) \frac{dH}{dx}}{\sqrt{F}} \dots (15) \quad ; \quad E_{d2} = \frac{q_e \sqrt{F}}{S_2 U H} \dots (16)$$

ここに、 S_2 =形状係数 ($= C / \sqrt{HL} = (\pi / 2^{3/2}) \sqrt{4F^2 + 1} / \sqrt{F}$) である。得られた E_d 値の頻度分布の一例を図11に、頻度分布から得られた平均の E_d 値と θ との関係を図12に示す。図6で示したように、本研究の dH/dx 値がBeghin et al. のものと大きく異なるため、 E_{d1} 値に明らかな差異が認められる。ところが、本研究で得られた E_d 値は相異なる2通りの算定方法を用いているにもかかわらず、各角度において両者はほぼ一致した結果を与えており、その信頼性は高いと考えられる。いま、Beghin et al.が得た dH/dx 値が妥当なものであるとすると、この差異は実験装置・方法の違いにより生じたものであると推測される。著者らは、その理由の一つとして、Beghin et al.が完全に閉じた水路を用いていることが原因ではないかと考えている。各角度におけるすべての E_d 値の平均を取り、式化したものが式(17)である。これより E_d は θ に対し線形的に増大することがわかる。また、 E_d と R_i との関係を示したものが図13である。図中の実線はTurner¹⁰⁾が提案した連行係数に関する経験式の関数型を若干修正し、本研究で得られた実験データに当てはめたものであるが、 E_d 値は R_i 数の関数として式(18)によっても良好に表現できることがわかる。

$$E_d = 0.0036\theta \dots (17) \quad ; \quad E_d = \frac{0.37 - 0.15R_i}{1 + 0.94R_i} \dots (18)$$

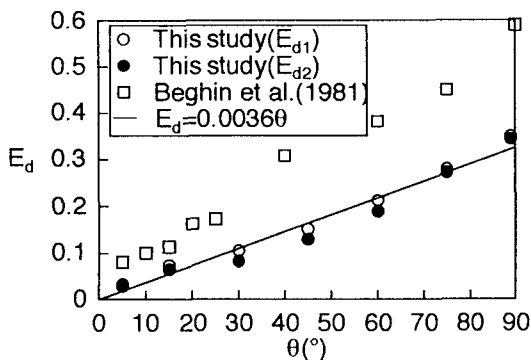


図12 E_d と θ との関係

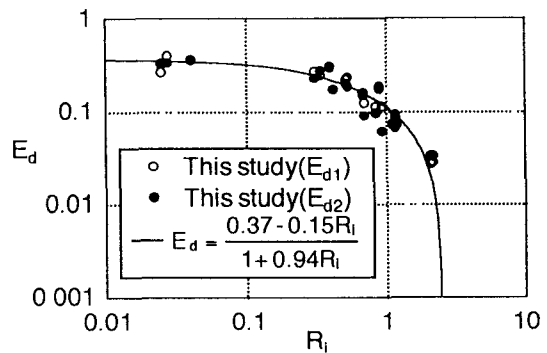


図13 E_d と R_i との関係

謝辞：本研究の一部は、文部省科学研究費、一般研究(C)（代表者：秋山 壽一郎、課題番号06650568）の援助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Beghin, P., Hopfinger, E.J. & Britter, R.E. (1981): Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, J. of Fluid Mechanics, Vol.107, pp.407- 422.
- 2) 芦田和男・江頭進治・中川一(1982): 密度流先端部の解析における相似理論の適用性、京都大学防災研究所年報、第25号、B-2、pp.1-17.
- 3) Laval, A., Cremer, M., Beghin, P. & Ravenne, C. (1988): Density surges: two-dimensional experiments, Sedimentology, Vol.35, pp.73-84.
- 4) Hopfinger, E.J. & Tochon-Danguy, J.C. (1977): A model study of powder-snow avalanches, J. of Glaciology, Vol.19, No.81, pp.343-356.
- 5) Liu, Q., Schlapfer, D. & Buhler, J. (1991): Motion of dense thermals on incline, J. of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.117, No.12, pp.1588-1599.
- 6) Beghin, P. & Olagne, X. (1991): Experimental and theoretical study of the dynamics of powder snow avalanches, Cold Regions Science and Technology, Vol.19, pp.317-326.
- 7) 福嶋祐介・早川典生・備前亭(1993): 三次元傾斜サーマルの流動特性、土木学会論文集、No.473/II-24, pp.17-24.
- 8) 秋山壽一郎・浦勝・富岡直人・今宮盛雄(1996): 保存性2次元傾斜サーマルの流動特性の予測、水工学論文集、第40巻.
- 9) 例えば、福岡捷二・木村和正・加納敏行(1978): 密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究、第274号、pp.41-55.
- 10) Turner, J.S. (1986): Turbulent entrainment: the development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows, J. of Fluid Mechanics, Vol.173, pp.431-471.