

交換密度流に生じる内部波に関する数値解析的研究

Numerical Studies on Internal Waves Induced in a Densimetric Exchange Flow

細田 尚*・西澤賢太郎**・福住 晃***・大久保賢治****・村本嘉雄*****

By Takashi HOSODA, Kentaro NISHIZAWA, Akira FUKUSUMI,
Kenji OKUBO and Yoshio MURAMOTO

It is well known that a few kinds of internal waves, which are generated by the hydrodynamic instability of shear layer, can be seen in a densimetric exchange flow. The mixing process due to these internal waves as well as the propagation process of a density front is reproduced numerically by means of N·S equation. It is pointed out through the considerations of the numerical results that the typical flow patterns with both the Kelvin·Helmholtz and Holmboe instability waves can be simulated by using the numerical model, though the turbulence model should be introduced to reproduce the characteristics of internal waves such as the wave amplitude and the length of mixing layer precisely.

Keywords: *internal waves, hydrodynamic instability, stratified flows, numerical analysis*

1. はじめに

密度二成層流の遷移境界面には、Kelvin・Helmholtz (K-H) 不安定およびHolmboe不安定などの流体力学的不安定に起因する特徴的な内部波が生じることが知られている。本研究では、密度二成層流の基本的な例として交換密度流を取り上げ、密度フロントの進行とともに生じる上記の内部波を、Navier・Stokes方程式を用いた数値解析により再現する。交換密度流は、流体密度の非一様性に起因する流れの中で最も基本的な現象であり、従来、実験的研究を中心として密度フロントの形状や進行速度、密度境界面における混合や内部波について、数多くの研究が行われてきた^{1~4)}。本研究では、このような交換密度流の基本的特性に関して、Navier・Stokes方程式を用いた数値解析の再現を試みる。特に、上記の流体力学的不安定に起因する内部波の再現性に着目し、計算結果と従来の実験結果を比較することにより、用いた基礎式と計算法の妥当性および適用限界について考察する。これらの検討結果を通して、乱流モデルの導入など、内部波を伴う成層流の数値解析モデルを改良するための基礎資料を得ることを主な目的としている。

2. 基礎式と数値解析法

基礎式として、連続式、運動方程式 (Navier・Stokes方程式)、および密度と塩分濃度の局所的線形性を仮定した分子拡散方程式を用いて、鉛直二次元流れとして数値解析を行う。Boussinesq近似を仮定して、図-1に示した座標系のもとで基礎式を示せば次のようになる。

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工修 建設省土木研究所研究員 *** 学生員 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻

**** 正会員 工博 岡山大学助教授 環境理工学部 ***** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} = -\frac{\rho}{\rho_0} g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u\rho}{\partial x} + \frac{\partial v\rho}{\partial y} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

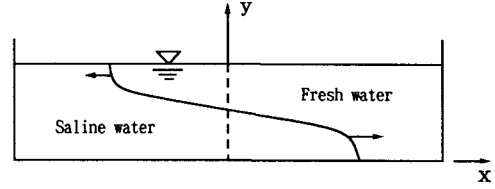


図-1 座標系と流れの概念図

ここに、 (u, v) ；流速ベクトルの成分、 ρ ；流体の密度、 ρ_0 ；流体の基準密度、 p ；圧力、 ν ；分子粘性係数、 λ ；分子拡散係数、 (x, y) ；空間座標、 t ；時間を表す。

数値計算法として、図-2に示した水理量の定義位置の下での有限体積法を用い、連続式を満たすように圧力を修正しながら時間積分を行った。運動方程式および密度保存則の移流項の離散化には可変格子系の2次元QUICKスキームを用いた。また表層では、表層の有限体積で積分した基礎式を用いている。

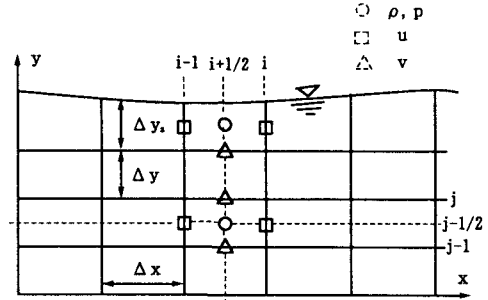


図-2 水理量の定義位置

3. Kelvin・Helmholtz型とHolmboe型内部波の再現

交換密度流の数値解析を行う前に、数値解析法の基本的な内部波に対する再現性を確認するために、tanh型の流速分布および密度分布を初期条件とした2層流の解析を行った。

3.1 計算条件

仮定した流速分布と密度分布は、図-3を参照して次式で表される。

$$u = V \tanh(y'/h_u) \quad (5)$$

$$\rho = (\Delta\rho/2) \tanh(y'/h_r) + (\rho_0 + \Delta\rho/2) \quad (6)$$

ここに、 h_u, h_r ；それぞれ流速と密度の遷移層厚さ。

水深は後述の交換密度流実験のスケールを考慮して4 (cm)、 $\rho_0 = 1.0(g/cm^3)$ 、 $\Delta\rho = 0.01(g/cm^3)$ とし、 $\nu = 10^{-2}(cm^2/s)$ 、 $\lambda = 10^{-5}(cm^2/s)$ た。底面境界条件をslip (摩擦無し) 条件として計算した。(擾乱は与えていない。)

3.2 計算結果の考察

Hazel⁵⁾は、(5) 式、(6) 式を仮定した非粘性安定解析により、位相速度と増幅率の大きさが等しく進行方向が逆の不安定波と、位相速度がゼロの不安定波の2通りのモードが存在することを示した。前者はHolmboe不安定、後者はKelvin・Helmholtz不安定と呼ばれる。西田・吉田^{6,7)}、Lawrence・Browand・Redecopp⁸⁾も、粘性安定解析により同様のことを指摘している。本研究では、まず、3.1で述べた方法を用いて二成層tanh型せん断流の数値解析を行い、これらの基本的な不安定波が再現されることを確認する。

図-4と図-5に $V = 6.2(cm/s)$ 、 $h_u = h_r = 0.32(cm)$ としたときの流速分布と密度分布を示した。ほとんど移動しない巻波形の内部波が発達し、Kelvin・Helmholtz不安定波が再現されていると考えられる。

図-6と図-7に $V = 4.0(cm/s)$ 、 $h_u = 0.5(cm)$ 、 $h_r = 0.1(cm)$ の場合の計算結果を示した。境界面の下側に三角形の波が発生し、流れの方向に伝播している。安定解析からHolmboe不安定波は境界面より上側と下側に生じ、互いに反対方向に進むことが知られている。しかし、Lawrence等⁸⁾は流速および密度分布形にひずみが生じると上側か下側のどちらかの波が卓越することを理論的に示しており、本計算結果はHolmboe不安定波の発達過程にお

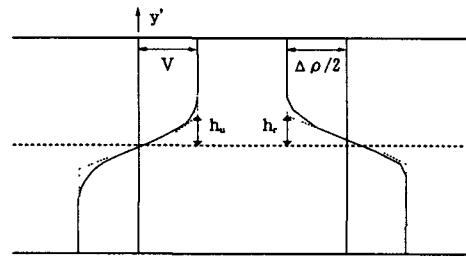


図-3 tanh型流速分布と密度分布

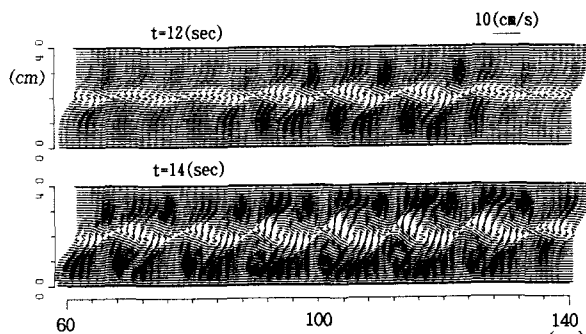


図-4 Kelvin・Helmholtz型内部波の流速分布
($V=6.2$ (cm/s)、 $h_u=h_r=0.32$ (cm))

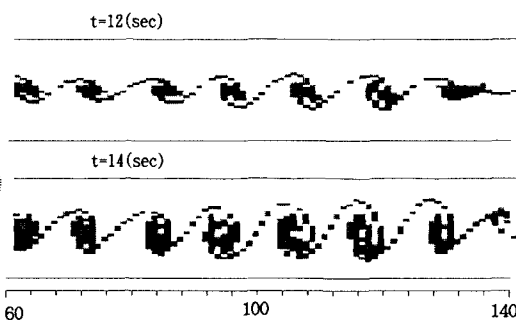


図-5 Kelvin・Helmholtz型内部波の密度分布
($V=6.2$ (cm/s)、 $h_u=h_r=0.32$ (cm))

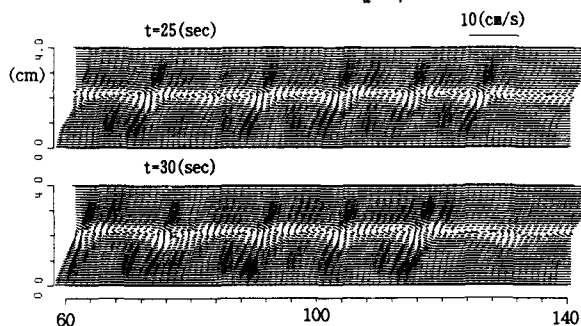


図-6 Holmboe型内部波の流速分布
($V=4.0$ (cm/s)、 $h_u=0.5$ (cm)、 $h_r=0.1$ (cm))

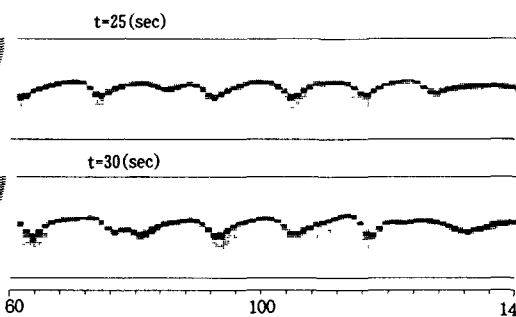


図-7 Holmboe型内部波の密度分布
($V=4.0$ (cm/s)、 $h_u=0.5$ (cm)、 $h_r=0.1$ (cm))

いて分布形にひずみが生じ、下側の波が卓越するようになったと考えられる。

このように、二種類の基本的な内部波が再現可能であることが分かる。次にRichardson数 ($Ri = \varepsilon g h_u / V^2$)、Reynolds数 ($Re = V h_u / \nu$)、 h_r/h_u の無次元パラメータを変化させて計算し、それぞれの波の発生領域について従来の理論結果と計算結果を比較した。(密度偏差 $\varepsilon = 4\rho/\rho_0$ は0.01に固定している。) 図-8には、 $h_r/h_u=1.0$ と0.2の場合の安定・不安定と内部波の分類を示した。これらの図を見ると、 h_r/h_u が小さいほうが限界Richardson数が大きくなり、 $h_r/h_u=0.2$ で Ri_{cr} がほぼ1程度であって、不連続な密度分布を用いた西田・吉田⁶⁾の安定解析結果($Ri_{cr}=1.3$ 程度)に近づいている。また、図-9に示した $h_r/h_u=0.2$ の場合のKeulegan数 ($\theta = (Ri/Re)^{1/3}$)とReynolds数の関係を見ると、2層流で提案されている安定限界にほぼ適合している。

4. 交換密度流の数値解析

基本的な内部波の再現性がある程度確認されたので、次に流体の密度の非一様性に起因する典型的な流れであり、密度フロントの進行と複雑な内部波を伴う交換密度流の数値解析を行う。計算条件は大久保⁴⁾が行った実験の

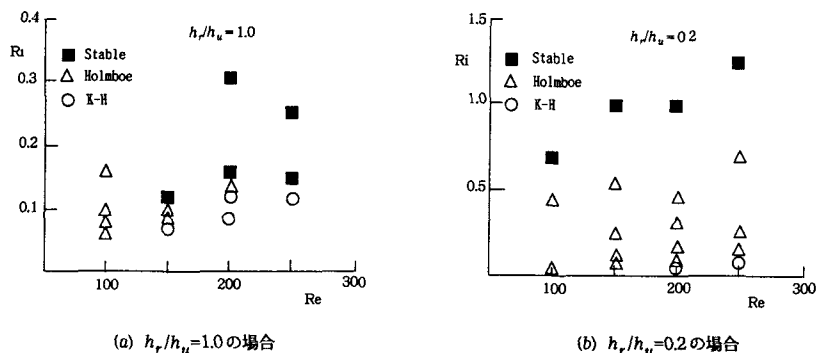


図-8 安定と不安定(内部波)の分類

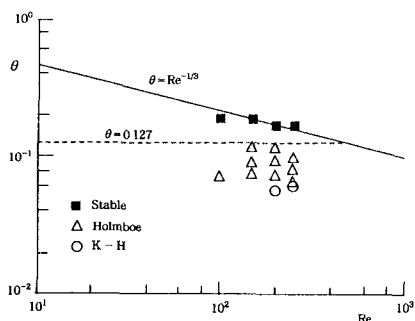


図-9 Keulegan 数 ($\theta = (Ri/Re)^{1/3}$) と Reynolds 数の関係 ($h_r/h_u=0.2$ の場合)

表-1 交換密度流の計算条件

	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4
H (cm)	6	8	4	11
ϵ	0.01	0.01	0.01	0.00101
V-2D/3D	V-2D	V-2D	V-2D	3D
wall boundary condition	non-slip	non-slip	non-slip	non-slip

V-2D : vertical 2-dimensional analysis

一部に合わせて設定し、表-1のようにした。

隔壁で分けられた2領域に各々の密度を設定し、その状態から計算を開始した。得られた計算結果を、以下のよう項目に分けて考察する。

4.1 密度フロントの進行と内部波の発生

図-10～12にRun 1～Run 3の密度フロントの進行過程を示した。図-10(水深6cm)と図-11(水深8cm)を見ると、隔壁解放直後にK-H内部波と考えられる巻波を伴う激しい混合が生じている。その後、フロントの形状が安定し、しだいにフロント後部の密度変動が小さくなっている。同様のことが、図-13に示した流速ベクトル図において界面付近に見られる渦が小さくなっていることから分かる。一方、図-12(水深4cm)の場合は、隔壁解放直後に巻波が発生せずにフロントが進行するが、ある程度時間が経過すると、突然Holmboeの内部波と考えられる3角形状を有する波が見られるようになる。大久保⁴⁾は交換密度流で見られる内部波を、① 隔壁解放直後にフロントで見られる巻波、② 巻波発生後、フロントの背後に続く内部波、③ Reynolds数が小さい場合に、ある程度時間が経過した後現れる三角形の波、の3通りに分類しているが、計算結果にはこれらの内部波が確認される。

さらに、図-12のHolmboeの内部波を境界面付近のみ着色して示したのが図-14であり、安定解析結果に対応して境界面上側だけでなく下側にも三角形の波が見られる領域がある。図-15には、この条件の場合の時間の経過とともにKeulegan数とReynolds数の変化を示した。不安定領域から安定領域に向かって変化しているが、安定領域に入る前に明確な内部波が確立していることが分かる。

4.2 フロントの形状特性

フロントの形状特性について、Simpsonら、および大久保の実験結果と比較したのが図-16と図-17である。

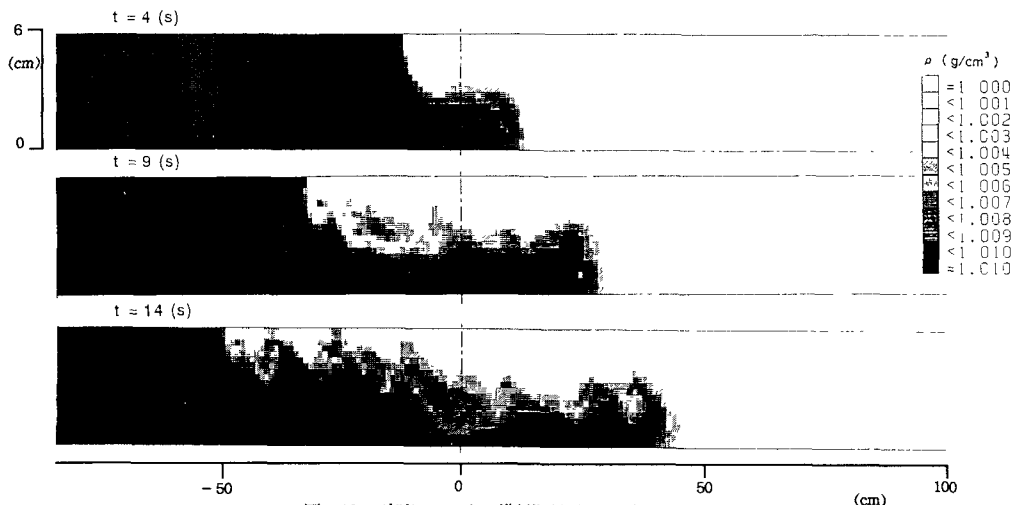


図-10 密度フロントの進行過程 (Run 1)

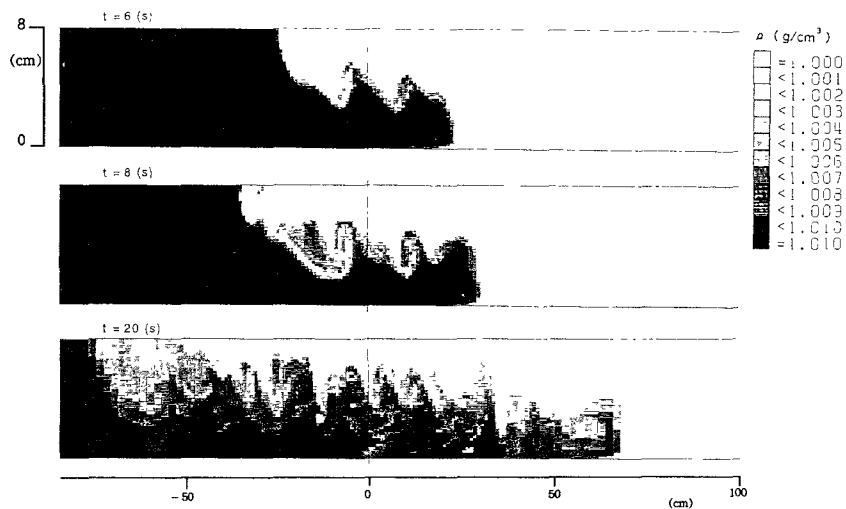


図-11 密度フロントの進行過程 (Run 2)

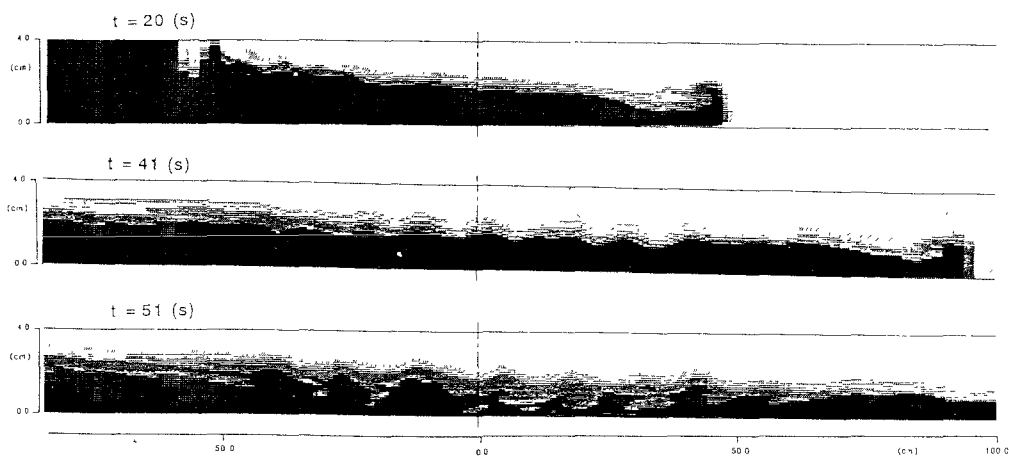


図-12 密度フロントの進行過程と Holmboe 内部波の発生 (Run 3)

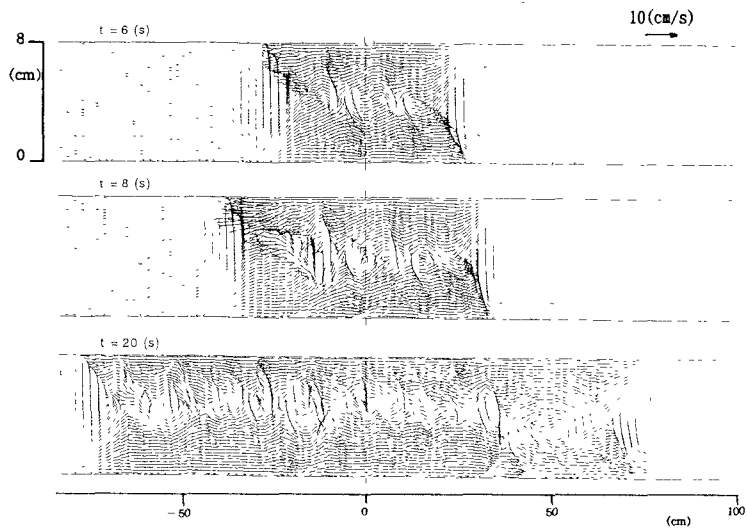


図-13 Run 2 の流速ベクトル図

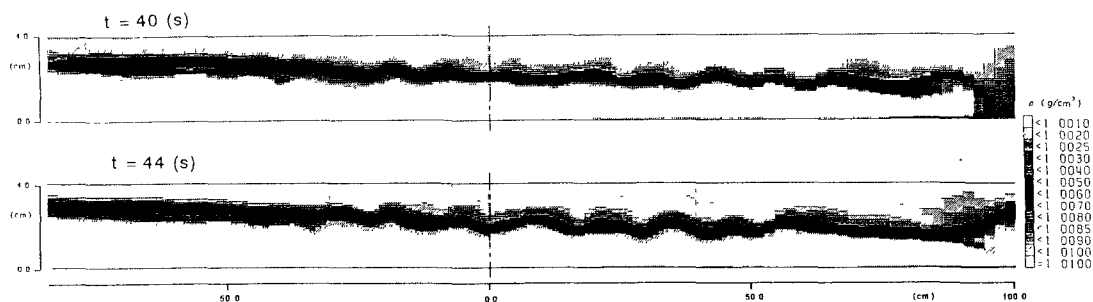


図-14 Holmboe内部波の境界面近傍を着色した密度分布 (Run 3)

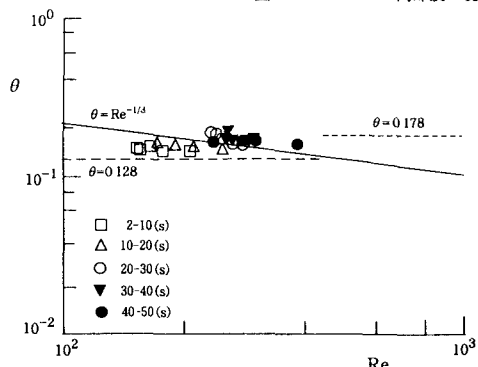


図-15 Keulegan数と Reynolds数の時間変化と Holmboe内部波の発生

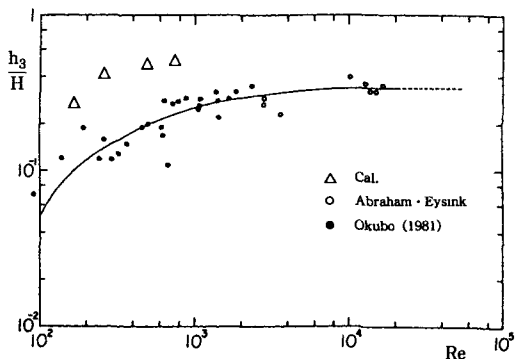


図-16 混合層厚と下層厚の関係

計算結果は実験結果と定性的には適合するが、混合層厚が実験結果よりかなり大きい。これは計算初期の K-H 内部波の振幅が大きいためと考えられ、DNS 以外のある程度の大きさの空間格子を用いた N-S 方程式の数値解析の適用限界を示すものと考えられる。

5. おわりに

本研究では、N-S 方程式を用いて交換密度流に見られる密度フロントの進行と特徴的な内部波の数値解析を行い、従来の実験結果および理論結果と比較することにより、解析法の検証および適用限界の考察を行った。今後、高次乱流モデルを導入するなどしてより高精度のモデルへの改良を試みて行きたい。

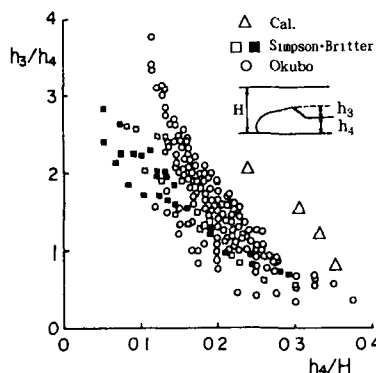


図-17 混合層厚と Reynolds 数の関係
(Re は $u_2 R/\nu$ で計算。R は実験は下層流の径深、計算は $H/4$ として評価。 u_2 はフロントの伝播速度。)

[参考文献]

- 1) Keulegan, G. H.: An experimental study of the motion of saline water from locks into fresh water channel, U.S. National Bureau of Standards Report No.5168, 1957.
- 2) Keulegan, G. H.: The motion of saline fronts in still water, U.S. National Bureau of Standards Report No.5831, 1958.
- 3) Simpson, J.E.・Britter, R.E.: The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface, J. Fluid Mech., Vol.94, pp.477 - 495, 1979.
- 4) 大久保賢治: 湖における吹送流と密度流の発生・流動機構に関する研究, 京都大学学位論文, 1988.
- 5) Hazel, P.: Numerical studies of the stability of inviscid stratified shear flows, J. Fluid Mech., Vol.51, pp.39 - 61, 1972.
- 6) 西田修三・吉田静男: 二層流の安定解析, 第29回海岸工学講演会論文集, pp.550 - 554, 1982.
- 7) 西田修三・吉田静男: 二層流の安定限界, 第27回水理講演会論文集, pp.549 - 553, 1983.
- 8) Lawrence, G. A., Browand, F. K. and Redekopp, L. G.: The stability of a sheared density interface, Phys. Fluids A 3 (10), pp.2360 - 2370, October 1991.