

大空隙をもつ浸透層における物質の移動特性に関する研究

On the Mechanism of Convection and Dispersion Phenomena
in the Large Porous Media

松林宇一郎*, 井上 康**, 奥田 卓***, 高木不折****

By Uichiro MATSUBAYASHI, Yasushi INOUE, Takashi OKUDA, and Fusetsu TAKAGI

The convection and dispersion process in the large porous medium is investigated by applying mixing length theory. In which the eddy in turbulence is replaced by water passing through meandering water path in the media. The variability of pore water distribution is evaluated by two models. The one-dimensional convection-dispersion experiment was conducted. Based on the results dispersion coefficient and mixing length is estimated by this model, it is suggested that both structural and turbulent diffusion may occur in such a large pore.

Keywords: dispersion coefficient, mixing length, porous medium

1. まえがき

近年、社会の環境への関心の高まりと相まって、良好な河川環境の回復、創造や水質改善に関して、多様な新しい試みが提案、実施されてきている。つまり、治水、利水機能の追求と共に環境の保全、創出を目指した河川整備の実現が目標とされるようになった。特に、水域の水質に関して言えば、河川は元来、その流下過程において汚濁成分が河床の砂礫に沈澱、吸着したり、水中や河床に生息する微生物によって分解されるなど、自然の浄化作用を働かせることが知られている。こうした作用を利用した施設が礫間接触酸化施設や薄層浄化施設であり、人工的な礫層に河川水を通過させて浄化を図るものである。このような施設を有効、かつ安全であるように計画するためには、水質の改善を左右する礫層での水の滞留時間、礫との接触時間、流量、流速の状態を把握し、浄化能力を評価する必要がある。この中で、とくに水理学に関するものとして、礫層内の物質移動の特性の解明、把握は現在の早急な課題の一つであろう。

ところで、こうした多孔体中の移流・分散過程は、従来、おもに、地下水工学の分野で多くの研究が行われてきており、一様場から不均質場へと議論が進んで来ている。しかしながら、これらの問題は微小な土壌間隙や岩盤亀裂での層流を基礎とした現象であり、礫層のような大きな空隙内の層流～乱流状態での現象と

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)

** 名古屋大学大学院地圏環境工学専攻

*** 工修 日水コン

**** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

は大きく異なると考えられる。すなわち、河道や管路内での乱流拡散と多孔体内での機構的分散が同時に起こる現象である。

そこで、本研究ではこうした点を明らかにするため、自然河川の礫を用いた移流分散実験を行い、その結果得られる分散係数について、単に、現象論的係数と考えるのではなく、できるだけ論理的な説明を試みた。

2. 礫層内の移流・分散過程に関する理論的考察

2. 1 浸透流の移流分散現象への混合距離理論の適用

一般に、浸透流中における物質輸送は、平均流による移流と分子拡散のみによる拡散過程を考えたとき、質量保存の式は(1)式で表現される。¹⁾

$$\frac{\partial \lambda C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Cu) + \frac{\partial}{\partial y}(Cv) + \frac{\partial}{\partial z}(Cw) = \lambda D_m \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

ここに、 $u, v, w: x, y, z$ 方向の断面平均流速、 C : 濃度、 λ : 浸透層の空隙率、 D_m : 分子拡散係数である。

この式を用いて、浸透場における経路のランダム性による流速変動のある場合に拡張する。この場合、流速と濃度は時間的、空間的に不規則に変動するため、平均値と乱れによる変動分とに分け、(2)式で表わす。

$$u = \bar{u} + u' \quad , \quad v = \bar{v} + v' \quad , \quad w = \bar{w} + w' \quad , \quad C = \bar{C} + C' \quad (2)$$

これを(1)式に代入し変形した後、時間平均をとれば、

$$\frac{\partial \bar{\lambda C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u C}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v C}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w C}}{\partial z} = \lambda D_m \left(\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial (\bar{-u' C'})}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{-v' C'})}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{-w' C'})}{\partial z} \quad (3)$$

となる。この(3)式で $\bar{u' C'}$, $\bar{v' C'}$, $\bar{w' C'}$ は乱れによって x, y, z 軸に垂直な単位面積を単位時間に輸送される乱流拡散量を表し、Prandtlの混合理論を援用すれば、乱れの強度を $\sqrt{u'^2}$, $\sqrt{v'^2}$, $\sqrt{w'^2}$ 、混合距離を l_x, l_y, l_z として

$$\bar{u' C'} = -l_x \sqrt{u'^2} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \quad , \quad \bar{v' C'} = -l_y \sqrt{v'^2} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \quad , \quad \bar{w' C'} = -l_z \sqrt{w'^2} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z}$$

で表される。これらの式の比例係数が乱流拡散係数 D_l である。

$$D_{lx} = l_x \sqrt{u'^2} \quad , \quad D_{ly} = l_y \sqrt{v'^2} \quad , \quad D_{lz} = l_z \sqrt{w'^2} \quad (4)$$

これらを用いると(3)式は

$$\frac{\partial \bar{\lambda C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda (D_m + D_{lx}) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \lambda (D_m + D_{ly}) \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \lambda (D_m + D_{lz}) \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right\} \quad (5)$$

となる。これらは、従来一般に言われている流体力学的分散係数 $D = D_m + D_l$ と同じ表現になっている。浸透流では D_l は機構的分散係数といわれる。場の特性量である分散度 α を用いると D は次式で表される。

$$D = D_m + \alpha \bar{u}_R^n \quad (6)$$

ここに n は定数であり、1~2の値をとるとされている。また、 $\bar{u}_R$ は平均実質流速である。以上の誘導では、乱流とのアナロジーにより混合距離の理論を用いたが、その元になっている乱れの考え方が浸透流の場合には注意を要する。すなわち、浸透流では、図-1のように水粒子は空隙の間をその濃度を持ってランダムに動く。これが乱流場での渦塊に相当する。したがって、この場合には乱れ速度・混合距離ともに浸透場の構造に強く依存する。

2. 2 浸透流の乱れ速度の評価

浸透場の構造は複雑であり、空隙の寸法・連結性を表すことは不可能である。そのため、常に何らかの単純化が行われる。ここでは、両極端と考えられる2方法を取り上げ、浸透場の乱れ速度を評価する。

(1) 粒径分布による方法

最初に、ある粒径 d の礫の近傍の流れは、浸透層を構成する礫が全て粒径 d の球である場合と同一であると仮定する。そして、その配列は角柱体型であると仮定する (λ は d によらず一定)。浸透場の流れは図-2のように屈曲して流れる。そのため、流れ方向の直線距離 l と実際の流下距離 l_e は異なる。その比を屈曲度 ($\beta = l_e/l$) という。ここで、屈曲しながら連続する空隙の中の流れを管路と考えると、空隙中の流れの損失水頭 h_f は Darcy-Weisbach の式を変形した(7)式で表される。

$$h_f = f \frac{\beta l}{d_e} \frac{u_R^2}{2g} \quad (7)$$

ここに f は摩擦損失係数、 d_e は有効空隙径である。均一粒径の浸透場の空隙の径深 R は(8)、有効空隙径 d_e は(9)式で表されるので、(7)式より u_R は(10)式となる。

$$R = \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{d}{6} \quad (8) \quad d_e = \frac{2}{3} \frac{\lambda}{1-\lambda} d \quad (9)$$

$$u_R = \sqrt{\frac{I}{\beta} \frac{2g}{f}} d_e \quad (10)$$

ここに I は動水勾配 ($= h_f/l$) である。つぎに、混合粒径の場の平均的特性について考える。平均粒径 $\bar{d}$ 、平均有効空隙径 $\bar{d}_e$ 、平均実質流速 $\bar{u}_R$ 、平均抵抗係数 $\bar{f}$ として同様に $\bar{u}_R$ を求めると(11)式となる。ここで、 λ が共通であることを考慮し、 $f = \bar{f}$ を仮定すると、個々の空隙の実質流速は(12)式で求めることが出来る。この式は、 u_R の分布が $\sqrt{d}$ の分布で評価できることを意味している。

$$\bar{u}_R = \sqrt{\frac{I}{\beta} \frac{2g}{f} \bar{D}_e} \quad (11) \quad u_R = \bar{u}_R \sqrt{\frac{d}{\bar{d}}} \quad (12)$$

$$\sigma_u = \frac{\bar{u}_R}{E[\sqrt{d}]} (E[d] - E[\sqrt{d}]^2)^{1/2} \quad (13)$$

ここに、 E は平均操作を示す。この手法は、個々の空隙には1つの実流速が対応し、空隙内での流速分布は考慮しない形になっている。したがって、(13)式から得られる σ_u は過小評価されていることが予想される。

(2) 空隙の横断面形を基礎とする方法

礫層の個々の空隙も、実際には複雑で同一の空隙でも狭い部分と広い部分があり、前者では流速は小さく後者では大きいと考えられる。実際には、これらの流速の相違も分散に関連していると考えられる。そこで、ここでは、空隙の微小部分の流れを平行平板内の乱流として取り扱い、空隙の開きの分布が与えられたときの実流速の分布の評価法を考える。

流れが乱流であると、平板間の流速は(14)式で表される。ここに、 a は平板間距離、 C_d は抵抗係数である。

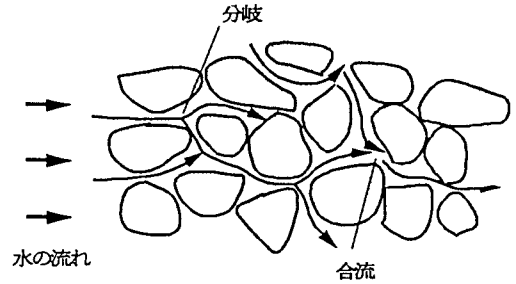


図-1 礫層中の流れの構造

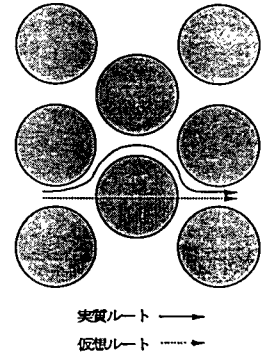


図-2 水みちの屈曲度

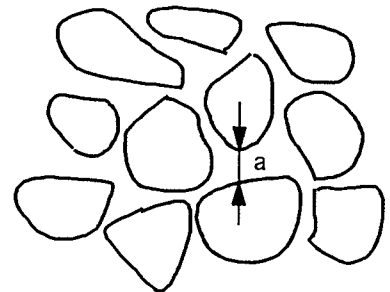


図-3 空隙内の隙間の分布

$$u_R = C_d \sqrt{aI} \quad (14)$$

a の分布は等方性であると仮定してもよいから、 $\sqrt{a}$ の確率密度関数を用いて平均値をとり、 $\overline{u_R}$ は (15) 式で表わされる。

$$\overline{u_R} = C_d \sqrt{I} E[\sqrt{a}] \quad (15)$$

従って、 σ_u は (17) 式で与えられる。

$$u_R = \overline{u_R} \sqrt{\frac{a}{a}} \quad (16) \quad \sigma_u = \frac{\overline{u_R}}{E[\sqrt{a}]} \left(E[a] - E[\sqrt{a}]^2 \right)^{1/2} \quad (17)$$

3. 実験および解析

3. 1 実験

実験には可変勾配水路を用い、これに粗空隙浸透層として砂利を詰めて行った。図-4はその概要を示したものである。可変勾配水路は鋼製の枠により補強された、厚さ1cmの亚克力樹脂製の開水路とそれを支持し、勾配を設定するための支持台から構成されている。水路は幅10cm、高さ3.5cm、長さ600cmであるが、水路の最上流部及び最下流部にそれぞれ給用水用、排水用の水だめが設けてあるため、浸透層の有効長は550cmである。水路の勾配は油圧ジャッキにより水平状態から0.1まで任意に設定可能である。二つの高水槽はそれぞれ水道水、及びトレーサであるNaCl水溶液を供給するためのものであり、それらの流量は高水槽の水位、及びバルブにより調整可能である。また、水路の下流端部には高さの変えられるゲートを設置、ここからのオーバーフローと供給流量により水深の制御を行い、水路勾配と動水勾配の一致をはかっている。

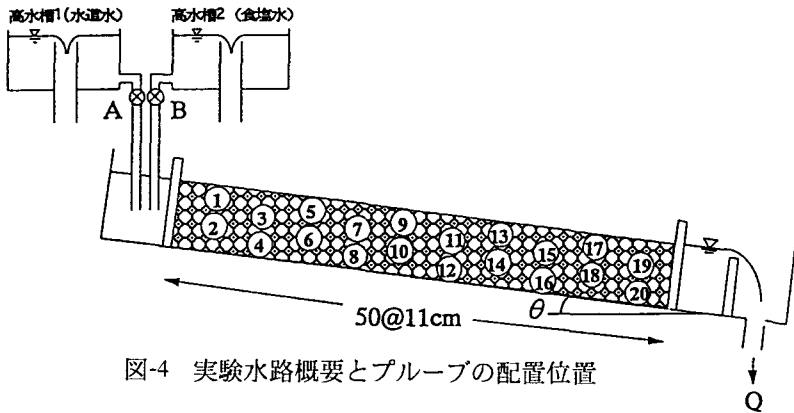


図-4 実験水路概要とプローブの配置位置

浸透層内には図-4に示した①～⑳の各位置に、後述する比電気伝導度測定用のプローブが配してある。

浸透層の材料としては川砂利を用いた。砂利はふるい分けにより粒径が15mm～20mmのものを使用した。この浸透層の間隙率は0.441、層厚は28cmである。

移流拡散実験には、トレーサとして比電気伝導度 $C(\mu S/cm)$ を用いる。比電気伝導度 C は1cm離れた1cm²の大きさの電極間の抵抗により決定される導電率を表す物理量である。これを測定するため図-5に示すプローブを設計、制作した。これは、外形

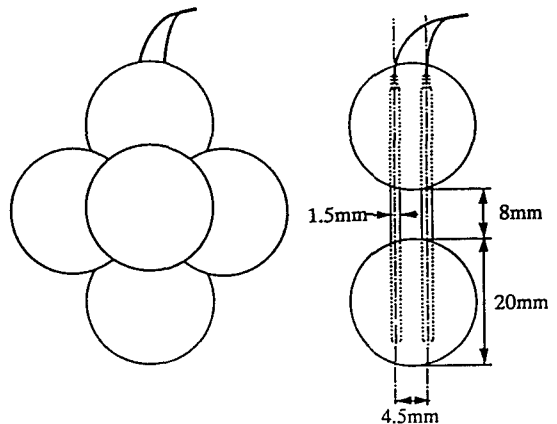


図-5 プローブの概要と寸法

1.5mmのステンレス棒を電極とし、周囲の流れを乱さず、かつ、測定部の近傍の導電体である水の分布状態が一定に保てるように、浸透層を構成する砂利の粒径、空隙率に近いゴム性のボールを固定した。このプループによる溶液の比電気伝導度の測定は、電極間の抵抗をパソコンによる制御により、一定時間間隔で測定した。そして、それを別途求めた検定曲線により溶液濃度に交換した。

実験は水路勾配の設定後、初期条件設定のため給水口Aから水道水を供給し、浸透層内の流れを飽和定常の等流状態にする。その後、水道水を止めると同時に、供給口Bより同流量のNaCl水溶液を供給し、その時刻($t=0$)からの浸透層内の比電気伝導度の変化を各プループにより測定する。測定は、排水が供給水と同一の比電気伝導度になるまで行った。水路勾配を変えて、これら一連の実験を繰り返した。

3. 2 結果と解析

分散実験の結果より得られた溶液の比電気伝導度 C ($\mu\text{S}/\text{cm}$) の測定結果を(18)式により無次元表示し、1次元移流分散の解析解(19)式と比較し両者が最も一致する分散係数 D を両者の2乗誤差最小の基準で求めた。

$$C^* = \frac{C - C_i}{C_0 - C_i} \quad (18)$$

$$C^* = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{T}} (1 - T) \right\} + \exp(B) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{T}} (1 + T) \right\} \quad , \quad X = \frac{x}{L} \quad , \quad T = \frac{\bar{u}_R t}{L} \quad , \quad B = \frac{\bar{u}_R L}{D} \quad (19)$$

ここで、 C_0 は時刻 $t=0$ での比電気伝導度、 C_i は時刻 $t=t_i$ での比電気伝導度、 L は上流端からプループまでの距離である。このようにして求めた各プループの比電気伝導度 C の破過曲線(Break Through Curve)の一例が図-6のプロットである。図-6には、同定された $\bar{u}_R$ 、 D を用いた理論曲線が実線で示されている。この図から礫層においても物質移動が移流分散方程式によって表現できることが示された。

図-7には、得られた $\bar{u}_R$ 、 D の関係を示している。これから(6)式に対応するものとして、 D の式として次式を得た。

$$D = 1.4 l \bar{u}_R^{1.46} \quad (20)$$

4. 結果の考察

前節で得られた分散係数を基礎にして、2. の理論的考察で述べた混合距離理論、あるいは、乱れ速度の評価法を検討してみる。

まず、乱れ速度の評価について、(1)の方法については100個の礫を無作為に選び出し、その重さを測定

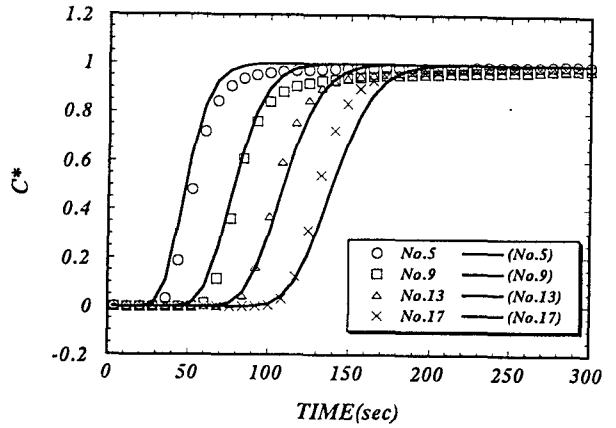


図-6 破過曲線

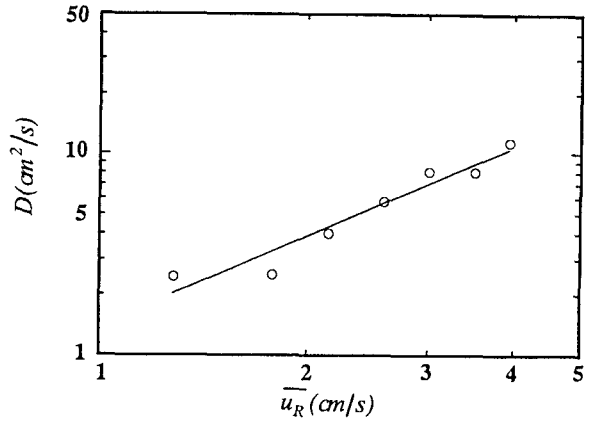


図-7 D - $\bar{u}_R$ 関係

し、礫の比重を一定(2.5)として体積を求め、等価な球の直径として粒径分布を求めた。そして、(11)、(13)式により $\overline{u_R}$ 及び、 σ_u を求め、実測の D より混合距離を求めた。表-1にその結果を示す。

一方、(2)の方法については、数10個の礫をシリコン充填剤と混ぜ合わせ、実際の礫の配置に近い状態でシリコンを固まらせる。その後、礫をシリコンから取り出し、礫と礫の間の膜状のシリコンを、礫と礫に直交する方向に切り刻んでその断面形状から隙間の厚さ a を測定し分布を求めた。図-8に $\sqrt{a}$ の頻度分布を示す。分布は若干歪んではいるがほぼ正規分布とみなせることがわかる。この分布から、同様に σ_u を求め混合距離を求めたものを表-1に合わせ示した。

これらの結果から、(1)の方法では混合距離は平均的に43.9 cm、(2)の方法では7.11 cmであった。ガラスビーズを用いた分散の実験²⁾からは飽和状態で混合距離は平均粒径の約2倍程度の値が得られており、常識的にも妥当である。このことからすると、(1)の方法による結果は、極めて大きな値であり、 σ_u

がかなり過小評価されていると判断できる。(2)の方法による結果は、一見はかなり実際に近いようにも見えるが、(2)の方法の問題点も見逃す訳には行かない。すなわち、この方法で求めた微小区間の流速は解析では互いに独立であると仮定しているが、実際には連続しており、相関がある。このため(2)の方法は逆に σ_u を過大評価している可能性がある。こうして考えると、実験により得られた D は、常識的な l と適切な σ_u を用いて(4)式により計算される値より大きいと考えるのが妥当であろう。この、1つの解釈として、空隙内の乱れが考えられる。すなわち、大空隙の多孔体では、地下水帯とは異なり機構的分散以外にも、空隙内の乱流拡散が働き、結果として分散係数が大きくなったのではと推察される。

5. まとめ

本研究では、比較的空隙の大きい多孔体内での分散特性を考察した。得られた結果は以下の通りである。

- 1) 多孔体の分散過程に混合距離の理論を援用し、分散係数がどのように構成されているかを示した。
- 2) 多孔体内浸透流の間隙の実質流速の分布を評価する2つの手法を提案した。
- 3) 傾斜水路の浸透流において移流分散実験を行い、分散係数を求め、混合距離理論を当てはめてみた。その結果、混合距離がかなり大きくなる事が分かった。これは、浸透流による分散が単なる機構的分散だけではなく、空隙内の乱流拡散も効いているためと考えられた。

6. 参考文献

- 1) 椿東一郎：水理学2，森北出版，pp186，1974
- 2) Matsubayashi et al., Devkota L.P.: Characteristics of Mixing Length in Dispersion Through Unsaturated Glass Beads Media, Annual J. Hydraulic Engineering, 1996

表-1 混合距離

勾配	u_m (cm/s)	混合距離(cm)	
		方法(1)	方法(2)
0.038	3.93	54.0	8.72
0.031	3.50	51.1	8.27
0.026	3.00	47.7	7.70
0.020	2.59	44.5	7.20
0.016	2.15	40.8	6.61
0.012	1.78	37.4	6.06
0.008	1.28	32.1	5.21

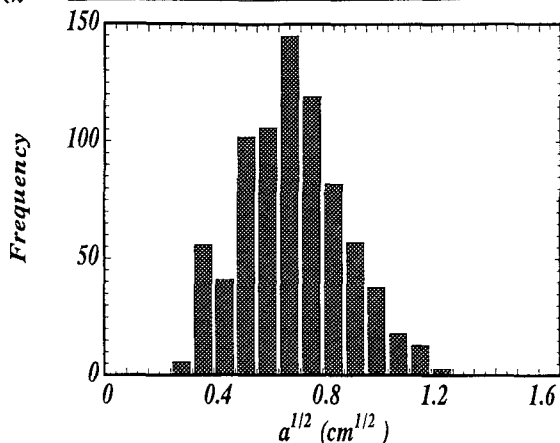


図-8 $\sqrt{a}$ の分布