

## 気温変動を考慮した降水量の時系列解析

Time-Series Analysis of Rainfall Characteristics

Taking Account of Monthly Temperature

名倉陽子\*・端野道夫\*\*

By Yohko NAGURA and Michio HASHINO

The global warming phenomenon has become of major interest in recent years. It has become of importance in respect of the water resources. This study aims at formulating the nonstationary time-series model for long-term variation of rainfall characteristics: the occurrence number and rainfall amount of one storm cluster taking account of monthly air temperature. Mathematical models for rainfall characteristics consist of jump, trend, periodic and temperature components. Monthly rainfall changes for future 30 years in Tokushima and Niigata are shown.

Keywords: global warming, rainfall characteristics, temperature, nonstationary time-series, trend

### 1. まえがき

近年、人間活動による温室効果気体の増加が原因とされる地球温暖化問題が話題となっているが、地球温暖化は単に気温上昇のみならず、蒸発現象や降雨、土壌水分量などに及び、結果として河川流出量、水資源の変化にまで及ぶことが懸念されている。

そこで、本論文では、一雨発生回数と一雨降水量の平均値の経年変動に着目する。平均値の経年変動の有無を調べるには、移動平均法が簡便であるが、何年の移動平均をすれば良いかは主観的にならざるを得ない。また、この方法の最大の欠点はデータの無い将来予測はできないことである。したがって本論文では、平均値は、月平均気温に関連する成分とそれ以外の（自然的要因による）変動成分の和で表現できるものと考え、一雨発生回数および一雨降水量の平均値の経年変動をジャンプ、トレンド、周期成分および気温成分を含む時系列モデルで定式化する。さらに、この解析結果をもとに、将来30年間の月降水量の変化量を推定する方法を提示し、気温による降水変化の程度を定量評価する。ここでの使用データは表日本気候の徳島と裏日本気候の新潟における過去100年間程度の月平均気温と日別降水量データである。

---

\* 学生員 徳島大学大学院工学研究科 (〒770 徳島市南常三島町2-1)

\*\* 正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (〒770 徳島市南常三島町2-1)

## 2. 一雨降水特性の確率分布

日降水量データについては、月別に一雨降水群に整理し、その一雨降水時系列をマーカー・ポイント過程<sup>1)</sup>に従うものとする。図-1に示すように、日単位で連続して降る雨(0.5mm/day以上)を一雨降水群とし、一雨での総降水量を一雨降水量、一雨が生起する回数を一雨発生回数と定義する。以後、月平均気温および一雨発生回数、一雨降水量の2つの降水特性を解析に用いる。

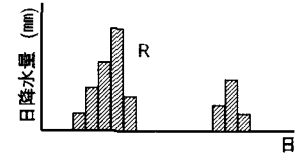


図-1 一雨降水特性の定義

### 2. 1 一雨発生回数の確率分布

一雨発生回数( $x$ )はしばしばポアソン分布から外れることがある。そこで、一雨発生回数データの平均、分散の大小関係から、二項分布(平均>分散)、ポアソン分布(平均=分散)、負の二項分布(平均<分散)の3分布形を考え、それらの確率密度関数と基本統計量(平均 $E_N$ 、分散 $V_N$ )を次式に示す。

$$f_N(x) = \frac{k_b!}{x!(k_b - x)!} p_b^x (1 - p_b)^{(k_b - x)} ;$$

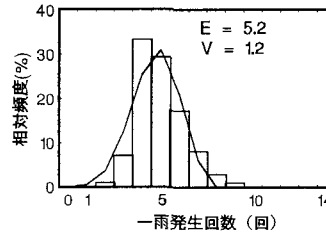
$$E_N = k_b \cdot p_b, \quad V_N = k_b \cdot p_b (1 - p_b) \quad (E_N > V_N)$$

$$f_N(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \exp(-\lambda) ; \quad E_N = V_N = \lambda \quad (E_N = V_N)$$

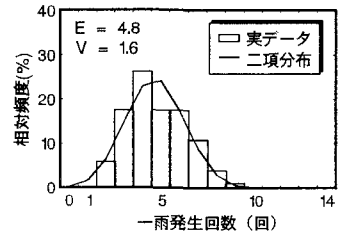
$$f_N(x) = \frac{(x + k_n - 1)!}{x!(k_n - 1)!} p_n^{k_n} (1 - p_n)^x ;$$

$$E_N = \frac{k_n (1 - p_n)}{p_n}, \quad V_N = \frac{k_n (1 - p_n)}{p_n^2} \quad (E_N < V_N)$$

ここで、 $k_b$ 、 $p_b$ は二項分布、 $\lambda$ はポアソン分布、 $k_n$ 、 $p_n$ は負の二項分布のパラメータである。式中のパラメータを求めるのに未知パラメータは2個ゆえ2式あれば良く、3次以上の積率は省略する。この結果、徳島、新潟とも全ての月で平均の方が分散より大きくなり、式(1.a)の



(a) 徳島 9月



(b) 新潟 1月

図-2 一雨発生回数分布

二項分布に従うものとする。図-2から、一雨発生回数は二項分布によく適合していることがわかる。

### 2. 2 一雨降水量の確率分布

一雨降水量( $x$ )は3母数ガンマ分布に従うものとする。その確率密度関数と基本統計量(平均 $E_R$ 、分散 $V_R$ 、歪係数 $C_R$ )は次式のように表される。

$$f_R(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (x - \gamma)^{(\alpha - 1)} \exp[-\beta(x - \gamma)] ;$$

$$E_R = \alpha / \beta + \gamma, \quad V_R = \alpha / \beta^2, \quad C_R = 2 / \sqrt{\alpha}$$

ここで、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ はガンマ分布のパラメータである。図-3に示すように一雨降水量は比較的良好にガンマ分

布に適合することがわかる。

### 2. 3 月降水量の確率分布

月降水量分布は一雨発生回数分布と一雨降水量分布の複合確率分布として表現できる。その確率母関数<sup>2)</sup>を用いれば、複合分布の平均  $E_C$ 、分散  $V_C$ 、歪係数  $C_C$  は一雨発生回数と一雨降水量の基本統計量（平均、分散、歪係数）から次式のように与えられる。

$$E_C = E_N E_R \quad (3.a)$$

$$V_C = V_N E_R^2 + E_N V_R \quad (3.b)$$

$$C_C = (C_N V_N^{1.5} E_R^3 + 3 V_N E_R V_R + E_N C_R V_R^{1.5}) / V_C^{1.5} \quad (3.c)$$

### 3. 気温および一雨発生回数、一雨降水量の平均値の時系列モデル

気温および一雨発生回数と一雨降水量のそれぞれの平均値についての時系列モデルの基本的説明変数としては、図-4に示すように、トレンド（T）、正弦関数で表す周期成分（S）、および観測所の移動によるジャンプ（I）<sup>3)</sup>の3成分を考える。この説明変数のパラメータ推定には最尤法を用い、その最適化にはシンプレックス法を用いることとする。ここでシンプレックス法を用いる場合、パラメータに初期値を入力する必要があるが、本研究ではまず実測データを目的変数とした変数増減法による重回帰分析を行い、その結果出力されたパラメータを最尤法における初期値として入力する方法を採用する。また、重回帰分析時の評価基準にはAIC基準を用いている。

#### 3.1 気温の平均値の時系列モデル

気温を考慮した降水特性の時系列モデルでは気温を説明変数として加えることを考え、気温成分として気温の平均値の時系列モデルを入力することとする。しかしながら、気温は降水特性に比べ、地形、地勢に大変影響されやすいため、観測気温から都市化による局地的気温上昇分を除いたものを降水特性の解析に用いるべきと考える。そこで上述の3基本成分に、都市化による気温上昇が集中人口に比例する人口成分（P）を加えた4成分の線形和により、気温平均値の時系列変化を次式で表す。

$$\bar{\theta}_{ij} = T_{\theta j} + S_{\theta j} + \{ I_{\theta j} + P_j \} \quad (4)$$

ここに添字  $i$  は年、添字  $j$  は月を示し、集中人口とは人口密度が  $1 \text{ km}^2$  当たり4000人以上となる地域（人口集中地区と呼んでいる）<sup>4)</sup>の人口である。後述の降水特性モデル中の気温成分（ $\bar{\theta}$ ）には観測所の移動によるジャンプ（I）と人口成分（P）を除いた気温値を入力することとする。

図-5によれば、やはり平均値が一定というよりは経年変化しているほうが自然である。また、図-5中の点線で表されているモデル推定値と実線で表されている人口成分を除いたモデル推定値の差が人口成分の影響を示しており、これが都市化による気温上昇分である。新潟、徳島とも大半の月で明瞭に都市化の影響が現れている。また、月平均気温の経年変化は局所的な都市化要因以外に、地球規模での人間活動による

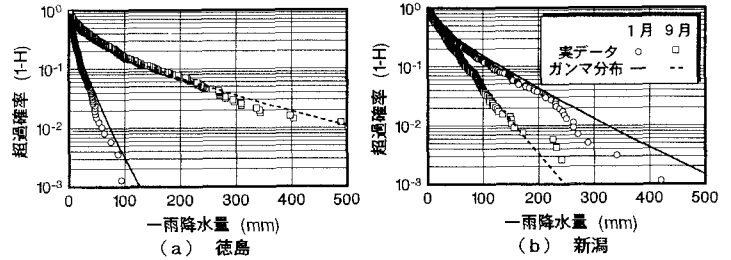


図-3 一雨降水量分布

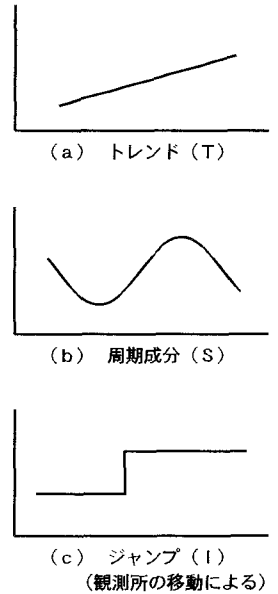


図-4 モデルの説明変数

CO<sub>2</sub>濃度の増加と太陽活動、火山の噴火、E N S O等の自然的要因の影響を受けていると解釈できる。

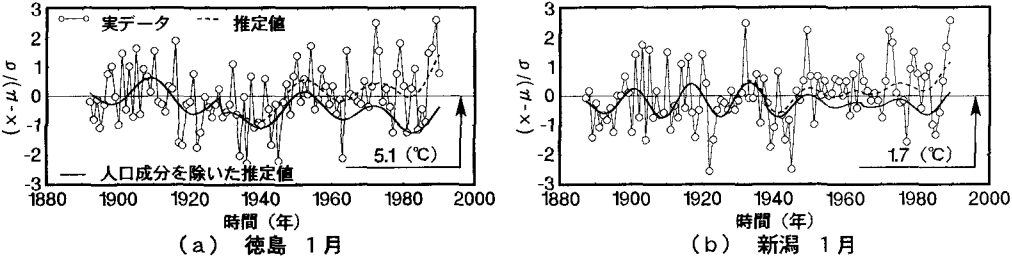


図-5 月平均気温の時系列変化

3.2 一雨発生回数の平均値の時系列モデル

一雨発生回数に二項分布を適合させたときの平均値は、式(1.a)から明らかなようにパラメータ  $k_b$ 、 $p_b$  で表される。そこで平均値の時系列モデルとしては、そのうちの  $k_b$  を一定、 $p_b$  が経年変化すると考えることとし、次式に示すように、基本の3成分に気温成分 ( $\bar{\theta}$ ) を含めた4成分の線形和の指数関数で表す。指数関数の理由として、平均値が負にならないための配慮である。

$$\overline{N_{i,j}} = k_{b,j} \exp ( \overline{\theta}_{i,j} + T_{N,j} + S_{N,j} + I_{N,j} ) \tag{5}$$

ここに添字  $i$  は年、 $j$  は月を示す。図-6中の実線は気温成分に図-5の実線を入力したモデル推定値を示しており、この図からモデルは一雨発生回数の平均値の経年変化をよく表現できていると判断される。また、一雨発生回数については観測所の移動によるジャンプが見られなかった。

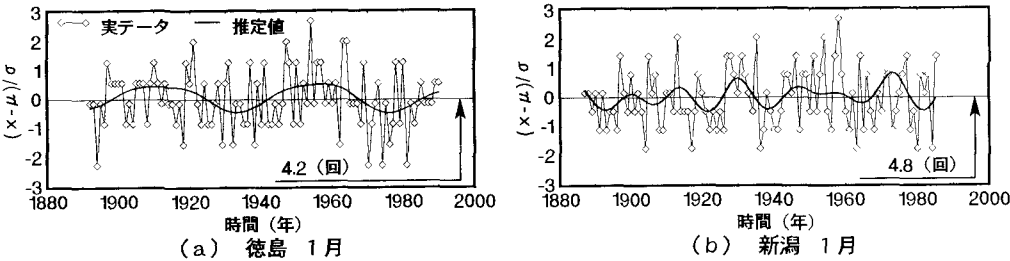


図-6 一雨発生回数の時系列変化

3.3 一雨降水量の平均値の時系列モデル

徳島の一雨降水量データから一雨降水量の51年移動平均とその分散を求め、平均と分散の関係を調べた結果、各月とも月毎に平均と分散は比例関係にあると見なすことができた。このことは式(2)の平均、分散式から得られる関係式： $E_R = \beta V_R + \gamma$  のパラメータ  $\beta$ 、 $\gamma$  は月毎に一定として良いことを示している。したがって、ガンマ分布を適合させたときの一雨降水量の平均値の時系列モデルとしては、パラメータ  $\alpha$  のみ経年変化し、 $\beta$ 、 $\gamma$  は一定と考えることとする。モデル式は次式に示すように、一雨発生回数と同様、基本の3成分に気温成分 ( $\bar{\theta}$ ) を含めた4成分の線形和の指数関数（非負条件考慮）で表す。

$$\overline{R_{i,j}} = \exp ( \overline{\theta}_{i,j} + T_{R,j} + S_{R,j} + I_{R,j} ) / \beta_j + \gamma_j \tag{6}$$

ここに添字  $i$  は年、添字  $j$  は月を示す。図-8中の実線も、一雨発生回数と同様の気温成分を入力したモデル推定値を示しており、この図からモデルは一雨降水量の平均値の経年変化をよく表現できていると判断さ

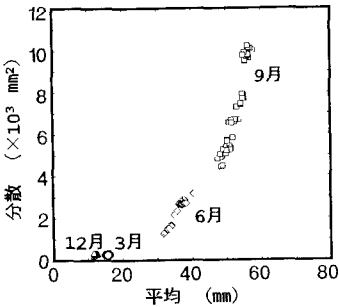


図-7 平均と分散の関係

れる。また、一雨降水量については観測所の移動によるジャンプが見られ、一雨降水量は気温と同様、観測所周辺の微地形に影響されるが、一雨発生回数には影響のないことがうかがえる。

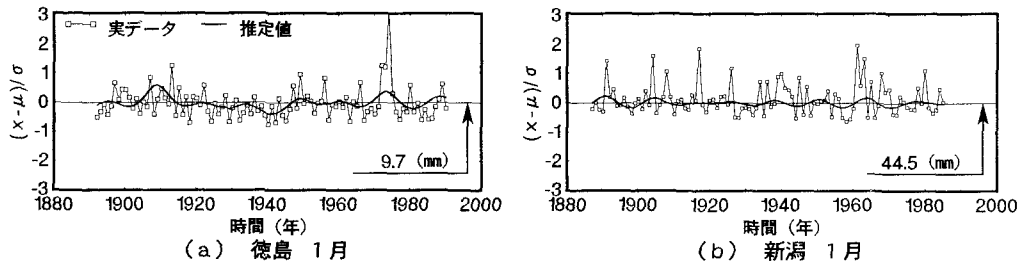


図-8 一雨降水量の時系列変化

4. 気温変化による降水特性  
の変化量評価

3. における気温と気温を考慮した一雨発生回数および一雨降水量の時系列解析結果を、月平均気温の平均とそれぞれの平均で整理したものの一部を図-9に示す。図中白丸は気温およびその他の自然的要因を全て含んだ平均値を平均で除して表示し、黒丸は気温のみによる変化を平均で除して表示する。黒丸に着目すれば、徳島では気温の上昇に伴い、一雨発生回数では1月は約10%増加、7月は約5%、9月は約10%減少傾向、一雨降水量に関しては図から傾向がはっきり認められない。新潟では気温の上昇に伴い、一雨発生回数では1月は約8%増加、7月は約20%減少傾向、一雨降水量では1月は約10%減少傾向が認められる。

次に、一雨発生回数および一雨降水量の平均値の時系列変化から求められる月降水量の平均値を用いて、将来の月降水量の現在に対する変化量予測を行うことにする。以後、

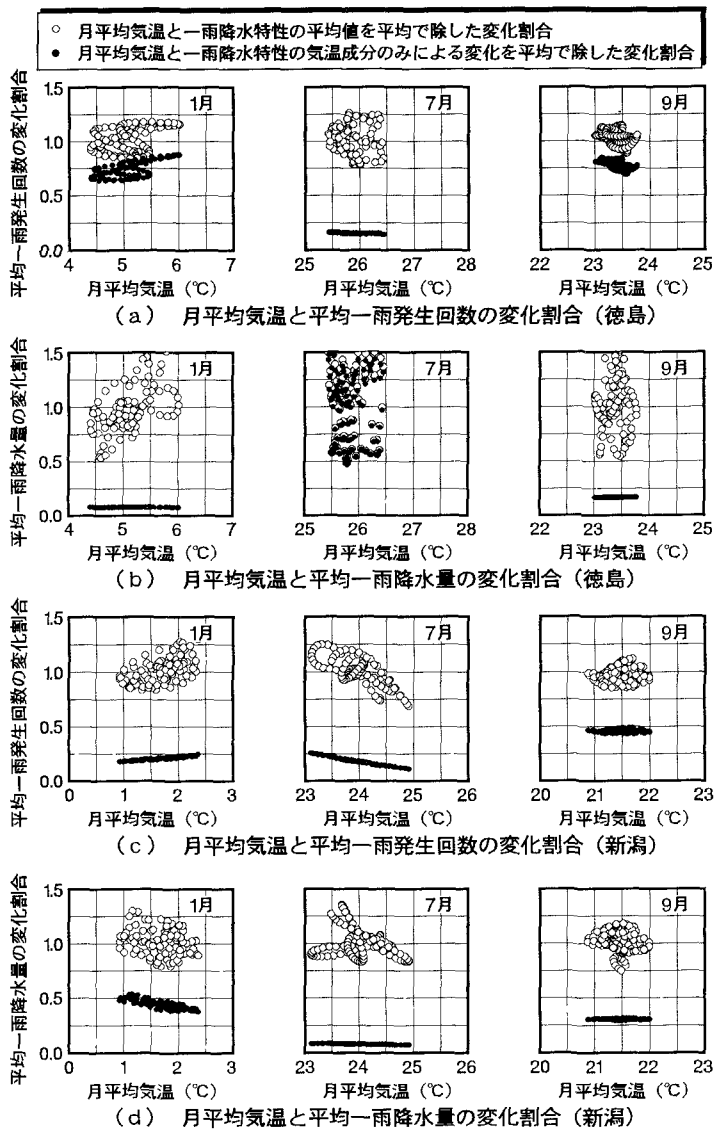


図-9 気温と平均一雨降水特性の変化割合

その計算手順について説明する。まず、式(4)の月平均気温の平均値の時系列モデルを用いて、2026-2055年までの月平均気温の平均値を予測し、その値を式(5),(6)の一雨発生回数および一雨降水量の平均値の時系列モデル中の気温成分に入力し、2026-2055年までの一雨発生回数および一雨降水量の平均値を予測する。そして、求めた一雨発生回数および一雨降水量の平均値を式(3.a)に代入し、月降水量の平均値を予測する。この結果を、将来(2026-2055年)30年間の現在(1966-1995年)30年間に對する月降水量の30年平均値の変化量として図-10に示す。徳島では、3、10、11、12月で気温の上昇に対し月降水量は5～20%減少しているが、全般的には増加傾向にあり、年降水量では9%増加となっている。新潟でも、5、8、11月では気温の上昇に対し月降水量は2～15%減少しているものの、やはり全般的には増加傾向であり、年降水量では4%増加となっている。気温が経年的に降水量へ及ぼす影響の割合という観点から、年降水量で現在と将来との比較をすれば、気温の影響割合が減少傾向にあるのに対して降水量は増加傾向にある。したがって太陽活動、火山の噴火、ENSOといった自然要因が気温変化を通してのみならず、直接的にも降水量に対して影響を及ぼしている可能性が示唆される。一方で、季節的な観点では、気温によって説明される降水量の割合は月毎で大きく異なる。

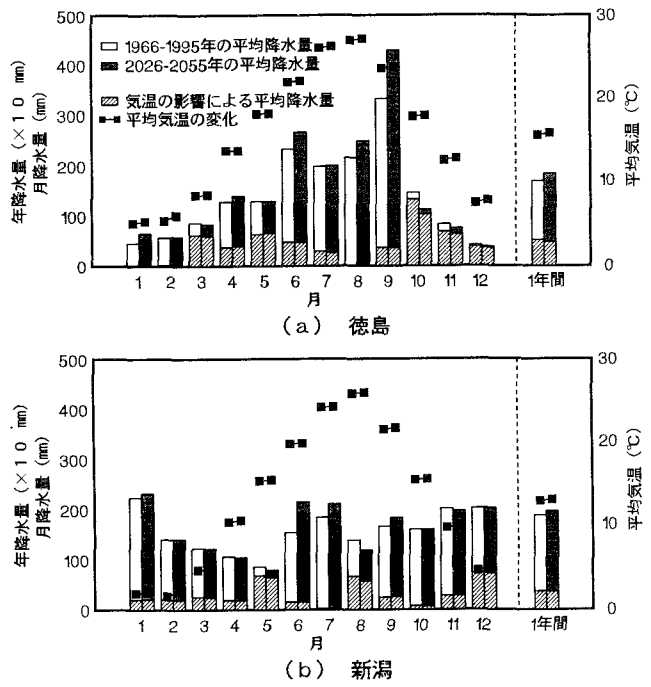


図-10 現在と将来における30年平均降水量の比較

これは必ずしも局所的な気温因子のみでは降水量を十分に説明できないことを意味しており、例えば季節風、梅雨前線、台風といった総観規模以上での大気循環現象等による影響が強く現れていると解釈できよう。

### 5. あとがき

本論文では、降水特性(一雨発生回数、一雨降水量)の平均値の経年変動を、月平均気温に関連する成分とそれ以外の変動成分の和で表現できるものと考え、一雨発生回数および一雨降水量の平均値の経年変動をジャンプ、トレンド、周期成分および気温成分を含む時系列モデルで定式化する方法を提示した。徳島と新潟における月平均気温と日別降水量データによりモデルの妥当性を確認した。本モデルにより各月の気温変動による降水特性への影響度を評価することができるとともに、将来の気温上昇等による月降水量の変化量を定量評価することができる。最後に、本研究は平成6,7年度河川整備基金(代表:端野道夫)による研究成果の一部であることを記し、謝意を表します。

### 【参考文献】

- 1)土木学会:水理公式集, p.137, 1980.
- 2)竹内 啓・籾野和建:2項分布とポアソン分布, 東京大学出版会, p.38, 1981.
- 3)端野道夫:水文量の確率・統計解析, 土木学会水理委員会, 1982.
- 4)東洋経済新報社:完結昭和国勢総覧第一巻, p.541, 1991.