

貯留関数パラメータの不確定さを考慮した実時間流出予測手法

A Real-time Flood Runoff Prediction Method Considering the Uncertainty
of Parameters of the Storage Function Method

高棹琢馬*・椎葉充晴**・立川康人***・小南佳明****

By Takuma TAKASAO, Michiharu SHIIBA, Yasuto TACHIKAWA and Yoshiaki KOMINAMI

The storage function method developed by Kimura is often used for short-term runoff calculation, and some on-line prediction methods which use this storage function method and the Kalman filter have been developed by several investigators including the authors. In this paper, the framework of our flood runoff prediction method is introduced and treatment of uncertainty of parameters of the storage function method is newly devised. In the new method, a number of filters with different parameters are run simultaneously, and the probability distribution assigned to these filters is updated by using the Kalman filter theory with real-time observation data. The results of application of this treatment show that the new treatment enhances the prediction accuracy.

Key Words : Real-time runoff prediction, Storage function method, Kalman filter

1. はじめに

貯留関数法¹⁾は非常に簡便なモデルであるが、流出現象の非線形性を考慮しており、実際の流量ハイドログラフをよく再現することができる。貯留関数法の我が国における適用例が多いこと、計算負荷が少ないこと、洪水の再現性が高いことを考えると、それは実時間での流出予測に用い得る有力な洪水流出モデルの一つである。ただし、その最適モデルパラメータが出水ごとに変化するため、これまでに同定したモデルパラメータが現に起こりつつある洪水に適合するとは限らないという欠点を持つ。適合しない場合は当然良い予測結果は得られない。

これに対処する方法として、モデルパラメータを時々刻々推定し修正しながら将来の流量を予測する方法が考えられる。しかし、貯留関数法のモデルパラメータのうち特に遅滞時間 T_L は時々刻々修正するという取り扱いが難しい。取り扱えたとしても、 T_L を時々刻々修正することは、それに応じて入力となる降雨の時間順が変化することになり、場合によっては時間順が逆転することと考えられ、妥当な考え方とは言えない。そこで筆者らは、一洪水期間中は T_L は一定の値を取るものとし、洪水ごとに異なる T_L に対応するために、時々刻々パラメータを修正するのではなく、異なる T_L を設定した複数の流出予測システムを用意して同時進行させ、現在の出水に適合する予測システムを重視するように、時々刻々、予測システムに対する重みを修正する実時間流出予測法を提案した²⁾。この手法はモデルパラメータを適切に設定すれば出水の高い再現性を有する貯留関数法本来の利点を活かした方法と言える。

本研究では、さらに流出予測精度の向上を図るために、遅滞時間および流入係数が出水ごとに異なることを考慮するよう本手法を拡張する。また、既往洪水から貯留関数パラメータの頻度分布を求めてそれをもとに各流出予測システムに対する重みの初期値を設定することを考え、その効果を検討した結果を報告する。

＊	正会員	工博	京都大学教授	工学部 土木工学教室	(〒606 京都市左京区吉田本町)
＊＊	正会員	工博	京都大学教授	防災研究所 河川災害部門	(〒611 宇治市五ヶ庄)
＊＊＊	正会員	工修	京都大学助手	工学部 土木工学教室	(〒606 京都市左京区吉田本町)
****	学生会員		京都大学学生	工学部 土木工学教室	(同上)

2. 貯留関数パラメータの不確定さを考慮した洪水流出予測手法

筆者らはこれまで、貯留型の洪水流出モデルをもとにカルマンのフィルタリング・予測理論を応用した流出予測手法³⁻⁷⁾を提案してきた。これらの方法は、対象とする流域からの出水を貯留関数法または別の貯留型モデルを用いた状態空間型モデルとしてとらえ、カルマンのフィルタリング・予測理論を適用して対象地点の観測流量をもとに逐次、状態量を修正しながら将来時刻の流量を予測するというものであった。

ここでは、これらの手法を利用して貯留関数法を採用した流出予測システムを考え、それを基本として洪水ごとに貯留関数パラメータが異なることを考慮した洪水流出予測手法を構成する。

2.1 洪水流出予測システムの基本構成

貯留関数法をもとに、 $t_{k-1} \leq t \leq t_k$ における状態方程式を

$$\frac{d}{dt}x(t) = fr(t - T_L) - (x(t)/K)^{1/p} + w(t) \quad (1)$$

観測方程式を

$$y_k = (x_k/K)^{1/p} + v_k \quad (2)$$

とする。ここに $r(t)$: 時刻 $t_{k-1} \leq t \leq t_k$ における平均降雨強度、 x_k, y_k : 時刻 t_k における貯留高および流出高、 f, T_L, K, p : 貯留関数パラメータ、 $w(t), v_k$ はシステムノイズ、観測ノイズであり、白色正規性を仮定して固定的に与える。これらを一般的にかくと、

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{r}_k) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t), \quad t_{k-1} \leq t \leq t_k \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{G}\mathbf{v}_k \quad (4)$$

と表現でき、 $\mathbf{r}_k$: 時刻 $t_{k-1} \leq t \leq t_k$ での平均降雨強度ベクトル、 $\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k$: 時刻 t_k での状態量ベクトルおよび出力ベクトル、 $\mathbf{f}, \mathbf{g}$: 非線型のベクトル値関数、 $\mathbf{F}, \mathbf{G}$: 係数行列、 $\mathbf{w}(t), \mathbf{v}_k$: システムノイズベクトルおよび観測ノイズベクトルで、

$$E[\mathbf{w}(t)] = 0, \quad E[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}(\tau)^T] = \mathbf{Q}\delta(t - \tau) \quad (5)$$

$$E[\mathbf{v}_k] = 0, \quad E[\mathbf{v}_k\mathbf{v}_l^T] = \mathbf{R}\delta_{k,l} \quad (6)$$

である。ここに、 $\delta(t - \tau)$ は Dirac のデルタ関数、 $\delta_{k,l}$ は Kronecker のデルタ、 $E[\cdot]$ は期待値記号を表す。

将来時刻の流量予測は以下の手順で進める。まず、状態方程式(3)を、降雨 $\mathbf{r}_k$ を与えて現時刻 t_{k-1} での状態量 $\mathbf{x}_{k-1}$ の確率分布を初期条件として微小時間ごとに線型化・離散化することによって近似的に解き、将来時刻 t_k での $\mathbf{x}_k$ の確率分布を求める。次に、観測式(4)によって $\mathbf{x}_k$ の確率分布を将来時刻の流量 $\mathbf{y}_k$ の確率分布に変換する。時刻が進んで、時刻 t_k での流量の観測値 $\mathbf{y}_k$ が得られたら、カルマンフィルターを適用して観測式(4)をもとに状態量 $\mathbf{x}_k$ を推定し直す。この値を初期値とし再び状態方程式(3)を解いて次の時刻の予測値を求める。以上の計算の過程で $\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{v}$ は相互に無相関であることを仮定する。

流量予測およびカルマンフィルターを適用する際、非線型関数の線形化には、統計的線形化を用い、それを UD 分解フィルターと結合させる手法^{6,9)}を利用した。モデル化手法および数値計算法は、高棹ら^{2,7)}と同様なので、詳しくはそちらを参照されたい。なお、以降、基本予測システムと言えここで示した予測システムを指すことにする。

2.2 貯留関数パラメータの不確定さを考慮した洪水流出予測手法の構成

上述した基本予測システムを複数用意し、各予測システムの重みを逐次更新して、貯留関数パラメータの不確定さを考慮する洪水流出予測手法を考える。手順は以下の通りである。まず、各基本予測システムに異なる貯留関数パラメータを設定し、各基本予測システムに対する重みの初期値を設定する。次に、すべての

基本予測システムを同時進行させて、それぞれ流量の推定値・予測値とその予測誤差分散を求め、推定値の誤差の確率分布が正規分布に従うとして、現在観測された流量が生起する確率密度を基本予測システムごとに求める。次に、現在の観測流量が生起する確率密度をもとに各基本予測システムの重みを更新する。最後に、更新されたそれぞれの重みを、対応する流量の予測値に乗じて総和をとることにより、流量の予測値の最確値を得る。

ここでは貯留関数パラメータ、 f, T_L, K, p のうち流入係数 f と遅滞時間 T_L が出水ごとに変化すると考え、 K は永井らの研究¹⁰⁾ を参考にして流域面積から決定し、 p は 0.6 に固定する。 f と T_L が変化することを考慮した予測のアルゴリズムを具体的に書くと次のようになる。

- 1) 流入係数 f が $f_1, f_2, \dots, f_m$ の離散的な m 個のケース、遅滞時間 T_L が $T_{L1}, T_{L2}, \dots, T_{Ln}$ の離散的な n 個のケースをとり得ると考え、これらの組み合わせによる $m \times n$ 個の基本予測システムを用意する。
- 2) $f = f_i, T_L = T_{Lj}, (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n)$ であるような基本予測システムに対する重みを $P_{ij}(t)$ とし、 $P_{ij}(t)$ の初期値を設定する。
- 3) $m \times n$ 個の基本予測システムを同時進行させ、流入係数が f_i 、遅滞時間が T_{Lj} である基本予測システムの観測更新後の流量の推定値を $\hat{y}_{ij}(t_k)$ 、その推定誤差分散を $\hat{Y}_{ij}(t_k)$ 、流量の予測値を $\tilde{y}_{ij}(t_k + m\Delta T)$ 、その予測誤差分散を $\hat{Y}_{ij}(t_k + m\Delta T)$ として、全ての基本予測システムでそれらの値を算定する。ここで t_k は現在時刻、 m は 1 以上の整数であり、 ΔT は予測の時間ステップである。
- 4) $\hat{y}_{ij}(t_k)$ と $\hat{Y}_{ij}(t_k)$ から、観測流量 $y(t_k)$ が生起する確率密度を次式により求める。

$$g(y(t_k)|f = f_i, T_L = T_{Lj}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{Y}_{ij}(t_k)}} \exp \left[-\frac{(\hat{y}_{ij}(t_k) - y(t_k))^2}{2\hat{Y}_{ij}(t_k)} \right] \quad (7)$$

- 5) 前回の観測更新後の基本予測システムに対する重み $P_{ij}(t_{k-1})$ を次式によって更新する。

$$P_{ij}(t_k) = \frac{g(y(t_k)|f = f_i, T_L = T_{Lj})P_{ij}(t_{k-1})}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g(y(t_k)|f = f_i, T_L = T_{Lj})P_{ij}(t_{k-1})} \quad (8)$$

- 6) それぞれの基本予測システムにおける流量の予測値 $\tilde{y}_{ij}(t_k + m\Delta T)$ から総合的な予測値 $\hat{y}(t_k + m\Delta T)$ を求める。

$$\hat{y}(t_k + m\Delta T) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n P_{ij}(t_k) \tilde{y}_{ij}(t_k + m\Delta T) \quad (9)$$

- 7) 時刻が進んで新たに観測値を得たら 3) に戻って繰り返す。

ここで示したアルゴリズムは遅滞時間と流入係数の不確定さを考慮したものであるが、他のパラメータの変動も同様のアルゴリズムで容易に考慮することができる。

3. 実流域への適用と本手法導入の効果

木津川上流域の服部川流域(荒木水位観測所より上流域、94.0 km²)と木津川本川流域(依那古水位観測所より上流域、149.4 km²)を対象として、本手法の導入の効果を検証する。

3.1 貯留関数パラメータの頻度分布

本手法を適用するにあたって、基本予測システムに与える重みの初期値を設定するために、モデルパラメータがどの程度分布するのかを調査した。図-1、図-2 はそれぞれ服部川流域の既往 13 洪水、木津川本川流域の既往 15 洪水をもとに調べた f と T_L の頻度分布図であり、水平軸には f と T_L の値を、鉛直軸にはそれらが同定された出水の数を示している。これらのパラメータは、 p を 0.6 に固定し、 K は流域面積をもとに服部川流域で 10.4 (mm-h 単位)、木津川本川流域で 11.1 (mm-h 単位) として、観測値と計算値との偏差

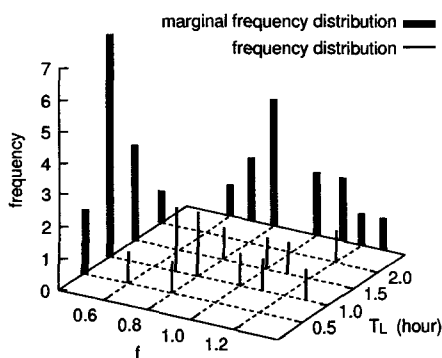


図-1 服部川流域における f 、 T_L の頻度分布

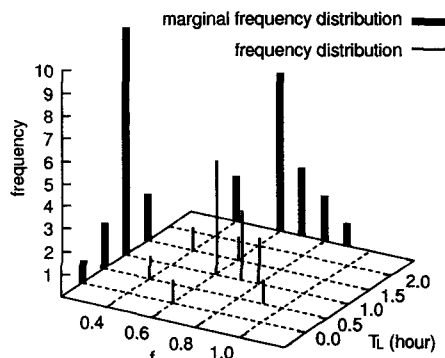


図-2 木津川本川流域における f 、 T_L の頻度分布

自乗和が最小となるように求めた値であり、 f は 0.1 刻みの値、 T_L は 0.5 時間刻みの値を取るものとした。これらの図中で太線で示したものは、 f および T_L の周辺頻度分布である。これらの結果から、服部川流域、木津川本川流域どちらも T_L は 1 時間の場合が最も多くそれらの周りに分布しており、 f は服部川流域では 0.8 の周りに、木津川本川流域では 0.6 の周りに分布していることがわかる。

3.2 本手法導入の効果

本手法導入の効果を検証するために以下の 4 つの場合の予測結果を比較検討した。

Case 1 ある洪水に対して、その洪水で同定した f と T_L を設定した単一の基本予測システムを用いた場合の予測結果

Case 2 ある洪水に対して、その洪水とは異なる洪水で同定した f と T_L を設定した単一の基本予測システムを用いた場合の予測結果

Case 3 f と T_L の値の異なる複数の基本予測システムを用意し、逐次、各予測システムの重みを更新した場合の予測結果（各基本予測システムに与える重みの初期値をすべて等しく設定する場合）

Case 4 f と T_L の値の異なる複数の基本予測システムを用意し、逐次、各予測システムの重みを更新した場合の予測結果（各基本予測システムに与える重みの初期値を、既往の洪水から求めた f と T_L の頻度分布を参考に設定する場合）

いずれのケースもシステムノイズは $10 \text{ (mm}^2/\text{hr}^2)$ 、観測誤差はピーク流量の約 10% 程度を目安として $10 \text{ (mm}^2/\text{hr}^2)$ とした。また、本手法自体の性能を検証するために、観測降雨を予測降雨として与えた。実際には降雨も予測することになるので、その予測誤差が流出予測システムの誤差に加わることになる。

服部川流域でのある洪水に対する Case 1、Case 2、Case 3、Case 4 の予測ハイドログラフを図-3、図-4、図-5、図-6 に示す。図-3 は、この洪水で同定したパラメータ $f = 0.8$ 、 $T_L = 1.5 \text{ (hr)}$ を与えた単一の基本予測システムによる 1 時間先の予測結果と観測値を示したもので、1 回目のピークは多少過大に予測しているものの 2 回目のピークは良く合っており、当然ながら良い予測結果が得られている。図-4 は、同じ流域で起こった別の洪水で同定した f と T_L を与えた場合の予測結果であり予測の精度は悪い。現在起こりつつある洪水に適合するパラメータとモデルに設定したパラメータが異なる場合にはこのような結果となる。

図-5 は、 T_L が $0.0 \text{ (hr)} \sim 2.0 \text{ (hr)}$ まで 0.5 時間ごとに 5 種類、 f が $0.6 \sim 1.3$ まで 0.1 ごとに 8 種類、これらの組み合わせで合計 40 種類の基本予測システムを同時進行させ、基本予測システムに与える重みの初期値をすべて $1/40$ とした場合の予測結果である。一方、図-6 は同じく 40 種類の基本予測システムを同時進行させるが、基本予測システムごとに異なる重みの初期値を設定した場合の予測結果である。重みの初期値は、既往の洪水によって同定したパラメータの頻度分布 図-1 を参考に、 T_L が 0.0 (hr) 、 0.5 (hr) 、 1.0 (hr) 、 1.5 (hr) 、 2.0 (hr) である基本予測システムの重みが $1:2:7:2:1$ の比率となるように、また同じ T_L の値を持ち

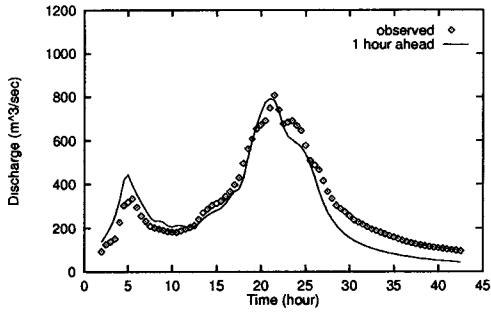


図-3 単一の基本予測システムによる最も適合するパラメータを用いた場合の予測結果 (Case 1)

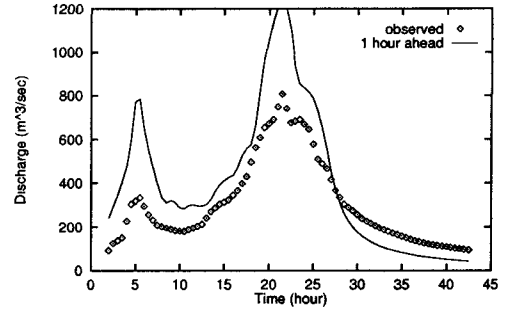


図-4 単一の基本予測システムによる適合しないパラメータを用いた場合の予測結果 (Case 2)

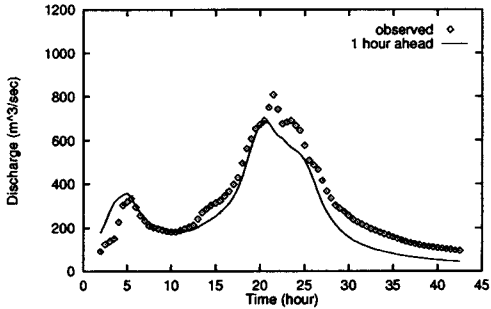


図-5 複数の基本予測システムを同時進行させ、各予測システムの重みの初期値を全て等しく設定した場合の予測結果 (Case 3)

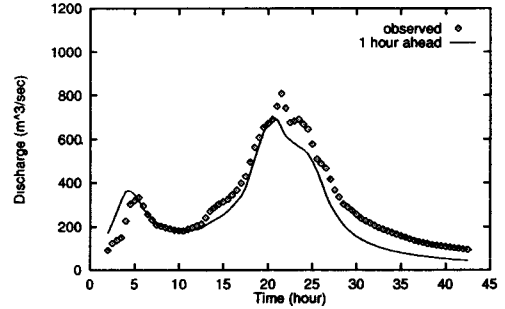


図-6 複数の基本予測システムを同時進行させ、各予測システムの重みの初期値を既往洪水をもとに設定した場合の予測結果 (Case 4)

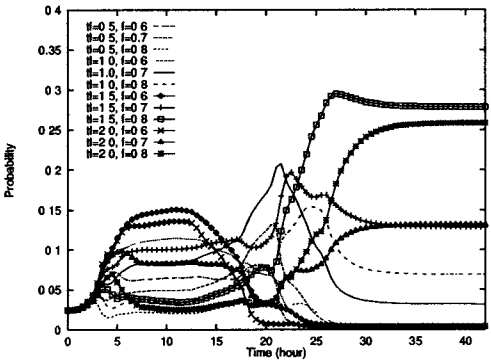


図-7 基本予測システムの初期の重みを等しく設定した場合の重みの推移 (case 3)

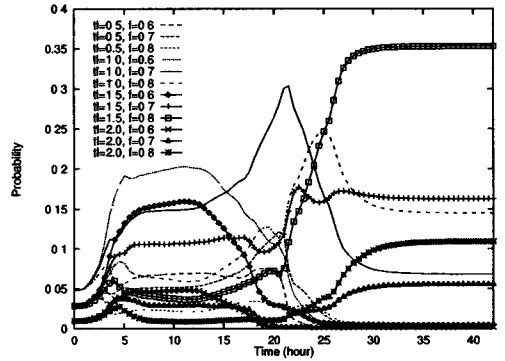


図-8 基本予測システムの初期の重みを既往洪水をもとに設定した場合の重みの推移 (Case 4)

f の値の異なる 8 種類の基本予測システムの重みは同じ値を取るよう設定した。すなわち、 T_L が 0.0 (hr)、0.5 (hr)、1.0 (hr)、1.5 (hr)、2.0 (hr) の場合のそれぞれの 8 種類の基本予測システムの重みを 1/104、2/104、7/104、2/104、1/104 とした。図-7 と 図-8 はそれぞれの場合の重みの時間推移を表したものであり、40 種類の基本予測システムのうち大きな重みを示した 12 種類の基本予測システムの重みの推移を示している。

これらの 2 つのケースの予測ハイドログラフを 1 回目のピーク生起時刻に注目して比較すると、Case 4 の方は実測よりも 1 時間早く、Case 3 の方が観測値に近いことがわかる。重みの推移を見ると、1 回目のピーク付近で Case 3 は T_L が 1.5 (hr)、次に 2.0 (hr) の基本システムの重みが大きく、Case 4 では重みの初期値に影響されて T_L が 1.0 (hr)、次に 1.5 (hr) の基本予測システムの重みが大きくなっており、Case 4 では Case 3 よりも小さな T_L を持つ予測システムが重視されている。この結果が予測ハイドログラフに現れ

ている。このことは、当初、重視した予測システムとは異なる予測システムを重視した方が良い場合、さらに言えば、既往の洪水にあまり無いパターン洪水に対応する場合は、重みを等しく設定しておいた方がよいことを示している。次に、1 回目のピーク流量に注目すると、Case 3、Case 4 はともに最も適合するパラメータを設定した Case 1 よりも良い結果を示している。Case 1 では、全洪水期間を考えた場合に最も適合する f の値は 0.8 であるが、1 回目のピークだけを考えるとこの値は大きい。Case 3、Case 4 とともに f の値が 0.6 の基本予測システムの重みが重視されており、予測システムが柔軟に対応していることがわかる。しかし、2 回目の洪水ピークは Case 3、Case 4 とともに予測しきれていない。2 回目のピークが起る 20 時付近の重みの推移を見ると、Case 3、Case 4 とともに T_L が 1.0 (hr)、 f が 0.7 の予測システムが重視されている。今回の洪水に適合する T_L が 1.5 (hr)、 f の値が 0.8 であることを考えると、ピーク生起時刻を早く、ピーク流量を小さく予測するシステムが重視されていることになり、実際にこのことが予測結果に表れている。これに関しては、重みの更新の方法を変更するなど、本システムに改良の余地がある。ただし、最終的には、Case 3、Case 4 とともに今回の洪水に適合する $T_L = 1.5$ (hr)、 $f = 0.8$ の予測システムの重みが最も大きくなっており、ともに Case 1 の予測結果にはおおよばないものの、実際の洪水に適合するパラメータとモデルに与えたパラメータとが合わない場合の Case 2 よりはかなり良い予測結果を示した。他の洪水に対しても同様の検討を行なったが、いずれもここで示したのと同様の結果を得た。

4. まとめ

本研究で得られた結果を以下にまとめる。

- 貯留関数パラメータの不確かさを考慮した予測手法は、出水に最も適合するパラメータを用いた場合の予測結果よりも劣るものの、パラメータが適合しない場合の予測結果よりもかなり良い予測結果を示す。つまり、安定した洪水予測手法である。
- 当初、既往洪水をもとに貯留関数パラメータの頻度分布をもとめ、それをもとに基本予測システムの重みの初期値を設定する方法が合理的な方法であると考えていたが、予測結果は重みの初期値を均等に設定する方法とほとんどかわらないという結果を得た。予想外の洪水に対応することを考えると、むしろ均等に設定する方法の方が良い。
- 今回示した例では、2 回目の洪水ピークを予測しきれなかった。これに関しては重みの更新の方法を変更するなど、本システムに改良の余地が残されている。

なお、本研究で利用したデータは建設省近畿地方建設局木津川上流工事事務所より提供して頂いた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 木村俊晃：貯留関数法 (II)，土木技術資料，vol. 4，no. 1，pp. 41-51，1962。
- 2) 高埴琢馬・椎葉充晴・立川康人：河川水位実時間予測手法の開発と木津川上流域への適用，土木学会論文集，No. 503/II-29，pp. 19-27，1994。
- 3) 高埴琢馬・椎葉充晴・宝 馨：集中型流出モデルの構成と流出予測手法，京都大学防災年報，第 25 号 B-2，pp.221-243，1982。
- 4) 高埴琢馬・椎葉充晴・宝 馨：貯留モデルによる実時間流出予測に関する基礎的研究，京都大学防災年報，第 25 号 B-2，pp. 245-267，1982。
- 5) 高埴琢馬・椎葉充晴・宝 馨：複合流域における洪水流出の確率予測手法，京都大学防災年報，第 26 号 B-2，pp.181-196，1983。
- 6) 高埴琢馬・椎葉充晴・富澤直樹：統計的 2 次近似理論を適用した流出予測システムの構成，京都大学防災年報，第 27 号 B-2，pp. 255-273，1984。
- 7) 高埴琢馬・椎葉充晴・宝 馨：リアルタイム洪水予測のモデルと手法，水資源研究センター研究報告，第 5 号，pp.19-31，1985。
- 8) 高埴琢馬・椎葉充晴・立川康人・森田健太郎：河道の実時間水位予測を用いた遊水地樋門操作，水工学論文集，第 37 巻，pp.81-86，1992。
- 9) Bierman, G. J. : Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation, Academic Press, 1977。
- 10) 永井明博・角屋 睦・杉山博信・鈴木克英：貯留関数法の総合化，京都大学防災年報，第 25 号 B-2，pp. 207-220，1982。