

雨水滞水池操作への適用を目的とした レーダ雨量予測の誤差構造に関する研究

A study on prediction error in radar rainfall forecasting
and its application to on-line operation of a detention storage

* * * * * * * * * *

江藤剛治 ・ 上林好之 ・ 中西祐啓 ・ 吉田正紀

By Takeharu ETOH, Yoshiyuki KAMIBAYASHI, Masanori NAKANISHI, Masaki YOSHIDA

Detention storages work for inundation control and water quality control. First flush is stored in the storage, treated after a rainfall event, and released to public water bodies like lakes, rivers, bays, etc. When rainfall forecasting by a radar is available and once a severe rainfall event is predicted, some amount of the stored first flush can be pre-released, and the resultant vacant capacity can be used for peak cut of the severe rainfall runoff to eliminate or reduce inundation volume. However large estimation error is inevitable in rainfall forecasting. In this paper, a basic study on on-line pre-release operation of a detention storage is reported, taking account of the large estimation error.

Keywords: radar rainfall forecasting, detention storage, on-line operation

1. はじめに

我国の都市雨水貯留施設の主たる機能は治水機能である。そのほかの直接的な機能として、初期雨水の貯留・処理による放流先水域の水質保全機能、貯留雨水を利用する利水機能がある。治水機能と、水質保全機能とは競合する。雨量予測を利用することができれば、常時は治水容量の一部を、水質保全・利水容量に当てておき、大きな流出が予測されるときに予備放流を行うことにより、本来の治水容量を確保すれば、より有効に都市雨水貯留施設の機能を発揮させることができる。

これは、多目的ダムにおける予備放流の考え方と同じである。多目的ダムと大きく異なる点は、ダムにおいては、予備放流を行うことによって、下流の釣り人などの人命の危険を伴うことから、予備放流操作の採用には慎重であった。しかし、都市の雨水貯留施設においては、予備放流によって放流先水質の急激かつ、

-
- * 正会員 工博 近畿大学教授 理工学部土木工学科 （〒577 東大阪市小若江3-4-1）
* * 正会員 工博 （株）ニュー・ジャック代表取締役専務 （〒188 田無市向台町5-4-1-512（自宅））
* * * 正会員 工修 （株）大本組
* * * * 学生員 近畿大学大学院 工学研究科土木工学専攻

一時的な悪化は招いても、人命の危険が生じる可能性は低い。このことから、多目的ダムの場合よりは、安心して予備放流操作を導入できる可能性が高い。

問題は雨量予測には常に大きな誤差が伴うことである。本研究の目的は、雨量予測に伴う非常に大きな誤差を考慮した上で、雨水滞水池の効果的なオンライン操作手法を開発することである。

本報告ではまず、レーダ雨量計による予測誤差の特性について検討する。予測のリードタイムや、予測された雨量の大きさ等とどのような関係にあるか、また、予測値まわりの予測誤差の確率分布等について検討する（第2章）。

次に、レーダ降雨予測値のまわりに分布する実際に降る可能性のある多数の降雨量時系列を時々刻々、電子計算機上で発生させる手法（降雨予測シミュレーション手法）を提案する（第3章）。さらにこれを雨水滞水池のオンライン操作に適用するための考え方を示す。

2. レーダ雨量系の予測誤差

2.1 上林（1990）の結果と問題点¹⁾

この研究では建設省の八重岳レーダと御在所レーダのレーダ雨量計を用いて、移流モデルにより、30分および、1時間単位で3時間先まで予測した予測雨量と、それに対する実際に降った実測雨量を比較している。本来なら、1地点を対象に多くの実測雨量に対してこのような検討をすべきであるが、レーダ雨量計の設置後必ずしも十分な数の豪雨が観測されていない。よってこの研究では、データ数を増やすために、いくつかの雨に対して、レーダ雨量計の観測範囲にある多くの地点の実測雨量記録とレーダ雨量予測との関係を解析している。

この研究成果には、実測降雨資料不足の問題の他に、次の3つの重要な問題点が含まれている。

- ①予測値と、実際に降った雨の平均値とが異なる。
- ②予測誤差（予測値 r_p のまわりに実際に降った雨のバラツキ（標準偏差 σ ））の評価式で、 σ が r_p に比例するとしている。
- ③予測値まわりの実際に降った雨の頻度分布に負をカットした正規分布を適用している。

以下これらについて説明する。

①予測雨量と実測降雨の平均値

図-1に八重岳レーダ雨量計のデータを用いて、昭和60年から61年の37年主要12降雨を対象に、移流モデルを用いて計算した予測雨量と実測値の平均値 $\bar{r}_p$ の関係を示している（データは文献1）のp.112）。本来45°の線上に並ぶはずであるが、予測時間（リードタイム）が長くなると、予測雨量より実測値の平均値の方が小さい値となる傾向がある。これは基本的に問題であって今後の検討を要する。

これは以下の理由による。移流モデルにより、例えば2時間先に15-20mm/hrと予測されたとき、実際に降った雨の平均値は、図-1より、約10.9mm/hrである。本来ならこの値が予測値となる。すなわち、15-20mm/hrの様な強い雨は、そのままの強度で継続する確率は低く、それが移流している間に、比較的強い降雨域としては保存される確率が高いが、雨量強度の絶対値そのものは、平均的にはもとの値より低くなる。それゆえ、予測値は、この低くなった平均値とする方が合理的である。

したがって以下では、図-1の実測値の平均値を予測値 r_p と呼ぶことにする。 r_p のまわりの実測雨量の分

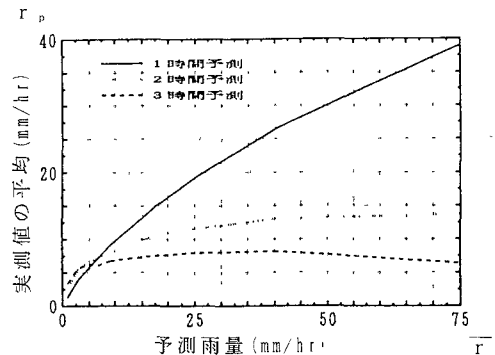


図-1 移流モデルの予測雨量 $\bar{r}$ と実測値の平均（予測値） r_p の関係

布が予測誤差の分布とみなせる。また、予測雨量 $\bar{r}$ と書いた場合は、図-1の横軸の、移流前の雨量強度を意味することにする。

②予測誤差の評価式

文献1)では、予測値 r_p まわりの標準偏差 σ を予測誤差としている。多くの資料解析の結果、 σ は予測値 r_p とリードタイム ℓ の平方根 $\sqrt{\ell}$ に比例するとしている。プロットされた点にこの仮定を当てはめると次式になる。

$$\sigma = a\sqrt{\ell} r_p \tag{1}$$

これを確かめたものが図-2である。この時 $a = 0.465$ である。図-2より式(1)は、ある程度実測値 σ の特性を表していることが分かる(補遺1)。しかしながら、リードタイムが大きくなるに従って、実測値のプロットと式(1)の適合性は悪くなることが分かる。また、標準偏差 σ と予測値 r_p が比例するという仮定には、後述のように大きな問題がある。

③予測値まわりの降雨量の分布

文献1)では平均値まわりの実測雨量の分布に、雨量の負の部分がカットされた正規分布をあてはめている。しかし実際のレーダ雨量計による降雨予測値まわりの実測値の分布については、ガンマ分布状に発生することが予想される。

ガンマ分布のあてはめには、式(2)に示すように、形状母数 α と尺度母数 β を求める必要がある。 α 、 β は平均値と標準偏差から求まる。

$$f(x) = \beta / \Gamma(\alpha) * x^{\alpha-1} * e^{-\beta x} \tag{2}$$

ここで、 α ; 形状母数 $= \mu^2 / \sigma^2 > 0$,

β ; 尺度母数 $= \mu / \sigma^2$, μ ; 平均値, σ ; 標準偏差

図-3にはガンマ分布の概形を示している。形状母数 α の値により、非負の逆J字型分布から正規分布まで幅広い分布に適合する。平均値 μ として、予測値 r_p を用いると、 r_p^2 / σ^2 がガンマ分布の形状母数 α となる。

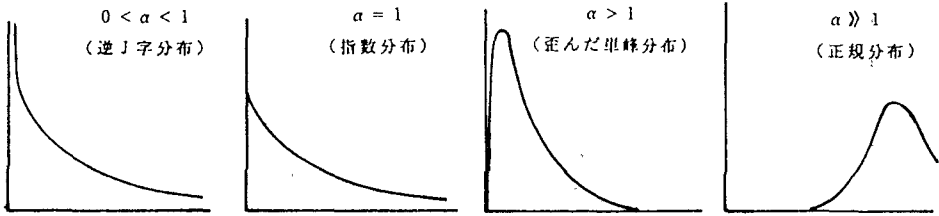


図-3 ガンマ分布の形状

2. 2 予測値まわりの実測雨量の分布特性

図-4に予測のリードタイム $\ell = 1$ 時間に対して、予測雨量が2~4mm/hrのときの実測雨量の頻度分布を示している。ガンマ分布が非常に良く適合していることが分かる。図-5には ℓ が1, 2, 3時間で、図1の横軸に示した予測雨量 $\bar{r}$ が2-4mm/hr, 8-10mm/hr, 50-100mm/hrのケースの組み合わせに対する実測雨量の分布を示している。各図は、図-4のように、予測値 r_p まわりの実測雨量の分布にガンマ分布をあてはめたものを横向きに示している。この図より、次のようなことが分かる。

(1) 予測雨量 $\bar{r}$ が8-10mm/hrと同一であると、リードタイムが長くなるとともに予測誤差が大きくなり、形状母数 $\alpha (= r_p^2 / \sigma^2)$ が小さくなる。そして、よりひずみの大きな逆J字分布になる。

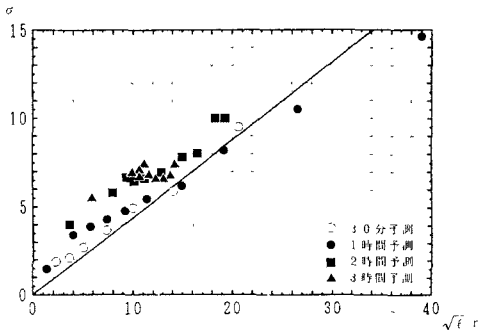


図-2 予測値 r_p 、リードタイム ℓ と予測誤差 σ の関係 (文献1)より再整理して作図、実線は式(1))

(2) リードタイム $\ell = 2$ 時間で一定の時は、 $\bar{r}$ が大きくなると、 r_p も大きくなるが、予測誤差 σ は、それほど大きくならず、その結果、 α が大きくなる。従って、分布形状はひずみの大きな逆 J 字型分布から、よりひずみの小さな単峰性分布に変わっていくことが分かる。すなわち、 $\alpha = r_p^2 / \sigma^2$ は一定ではないので、 r_p と σ は比例しない。

上記(2)の結果は式(1)と矛盾する。すなわち式(1)ではリードタイム ℓ が等しいとき、 σ / r_p は一定値 $0.465\sqrt{\ell}$ となり、 σ と r_p は比例する。しかしながら、上記(2)で述べたように、実測資料では σ と r_p は比例しない。直感的にも予測値が小さい(0に近い)ときは、分布はより大きくひずみ、 α の値は1よりかなり小さい値になり、逆に予測値が大きいときは、ひずみの小さい単峰性分布に変わるという結果の方が納得できる。

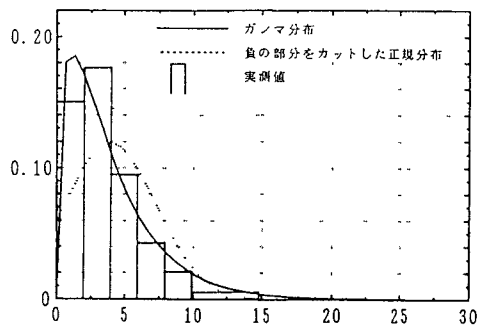


図-4 1時間予測の予測雨量が2~4mm/hrのときの、実測雨量の頻度分布

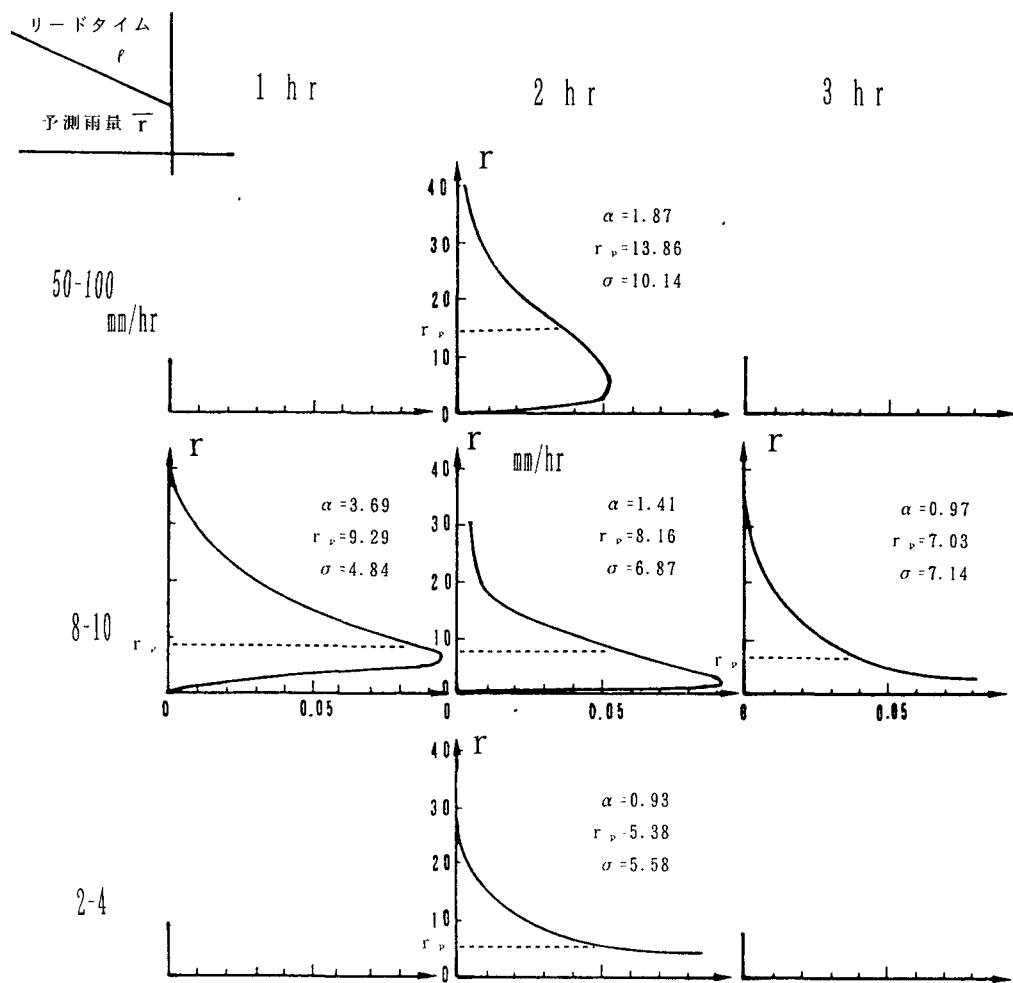


図-5 リードタイム ℓ , 予測雨量 $\bar{r}$, 予測値 r_p , r_p まわりの雨量の分布の関係

2. 3 新しい誤差構造式

上記(2)の問題点等を解決するために、文献1)のデータを再整理してみた。 $\sigma/\sqrt{\ell}$ と r_p との関係をプロットしたのが図-6である。両対数紙上にプロットすると(図-1に比較して)見事に一直線上に乗る。このとき次の式が成り立つ。

$$\log_{10}(\sigma/\sqrt{\ell}) = b \log_{10} r_p + c \quad (3)$$

すなわち、以下の関係が得られる。

$$\sigma/\sqrt{\ell} = a r_p^b \quad (4)$$

図-6に対しては $a=1.37$, $b=0.67$ である。ここで $b=1$ (σ と r_p が比例) でないことが重要である。これにより、同一の ℓ に対して r_p が大きくなるとき σ が大きくなって、逆J字型分布から単峰性分布に変わることが再現できる。

b の値は1よりもむしろ0.5 (r_p の平方根) に近い。

以上より、以下の結果が得られる。

- ① 予測値まわりの予測雨量の分布はガンマ分布に従う。分布の平均値は予測値とし、標準偏差は次の③で示す式(4)より求まる。
- ② 予測誤差(標準偏差) σ は、予測のリードタイム ℓ の平方根に比例し、予測(平均)値 r_p の b 乗 ($b < 1$) に従う。これにより予測値が小さいときは、予測値まわりの実測雨量は、歪の大きな逆J字型分布に従い、予測値が大きいとき、比較的歪の小さい単峰性分布に従うことが再現できる。

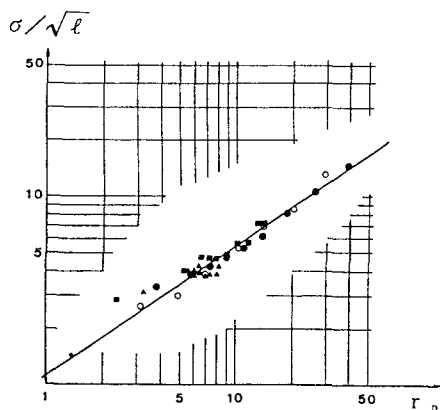


図-6 リードタイム ℓ , 予測値 r_p と予測値まわりの誤差 σ の関係 (実線は式(4))

3. 誤差を含む雨量系列の模擬発生

3. 1 基本的な考え方

ある時点で、30分単位で3時間程度先までの予測雨量が与えられたとする。予測値には大きな誤差を含む。特に3時間も先になると、実際に降る雨は、予測値とはほとんど無関係に大きくバラついて分布する。30分～1時間程度先であれば、実際の雨は予測値を含むある範囲の値に分布する(それでもバラツキは大きい)。

このバラツキの程度は、式(4)の形で表される。

30分ごとの予測値のまわりにガンマ分布状にランダムに分布する雨量を3時間分(6個)発生させれば、3時間の模擬発生降雨系列が一つ得られたことになる。これを電子計算機上で1000回程度繰り返せば、1000系列の模擬発生降雨が得られる。これらの1000系列の降雨は、ある予測値が与えられた条件下で、以後3時間に等確率で降る降雨量系列となっている。これを都市流出モデルで流量、水質時系列に変換し、雨水滞水池操作計算の入力とすれば、仮定した操作方式の効果や、失敗して氾濫する確率などが計算できる。このような手法を、以後「予測シミュレーション手法」と呼ぶことにする。

一つの問題点は、降雨量時系列に内在する自己相関特性の問題である。自己相関係数は0.3～0.4程度と比較的低いが、無視すると、総雨量などに推定誤差が生じる。

一方、時々刻々形状母数、尺度母数が変わるガンマ分布乱数に、自己相関を持たせるのは、かなり面倒な計算アルゴリズムが必要になる(例えば、井沢の2変数ガンマ分布理論^{2) 3)} などを用いる必要がある)。

幸い、今回の6個の予測シミュレーション系列のように、平均的な傾向を示す時系列が一つ与えられ、そのまわりに時系列的にランダムに発生する乱数を作ると、0.3～0.5程度の自己相関係数が生じることが経験的に分かっている。これは例えば、傾向線(6個の予測値)そのものが、大きな雨の後は大きい雨が続く傾向を持ち、これにより、最終的に得られる乱数系列も、やや大きな値になるからである。逆に、予測値が小さい

と、6個の乱数全てがやや小さくなる傾向を与える。このようにして模擬発生させた多数の系列を作ると、大きい雨の後は大きい雨が、小さい雨の後は小さい雨が生ずる傾向が生じ、予測値まわりのガンマ乱数系列は独立ではあるにも関わらず、模擬発生降雨は正の自己相関を持つ。

以上より、本報告では予測値まわりのガンマ乱数は、時系列的には独立とした。

3. 2 模擬発生例

30分ごとの予測雨量を0.7, 3.4, 6.9, 3.5, 0.0, 0.0mm/(30分) (実測降雨の例) とし、予測誤差構造を式(4)の形で与えて、1000系列の降雨を模擬発生した。平均値、標準偏差は当然与えた r_p , σ にほぼ一致した。

表-1に1000系列のうち、総雨量の大きかったものを上位から選んで示す。表-2はピーク雨量の大きかった系列である。これらの表より次のことがわかる。

- ① 予測値の総雨量は14.5mmであったが、予測シミュレーション値では最大51.7mmの総雨量が生じている (ケース番号571)。逆に表には示していないが総雨量がほぼ0のケースもある。
- ② 最大ピークは35.5mm/30分におよぶものもある (ケース番号997)。このケースでは予測値が最大であった90分後 (6.9mm/30分) に生じているが、別のケース (571) では、120分後に28.3mm/30分のピーク雨量が生じているケースもある。
- ③ 最大の問題点は、予測値が0mm/30分であると、式(4)の構造式より $\sigma=0$ となり、シミュレーション値も全て0となることである。

表-2のケースでは実績雨量系列1例を予測値のかわりに用いたので、 $r_p=0.0\text{mm}/30\text{分}$ という値が与えられている。実際には大きな降雨が継続しているときに、2~3時間先に、降雨が0mmと予測されることは、ありえないと考えて良い。あるとすれば、これは降雨予測手法の問題である。しかしながらこのような問題も生じないとはいえないので、若干の対応を予測シミュレーションのアルゴリズムの中に組み入れておく必要がある。

4. まとめ

- ① 雨水滞水池のオンライン操作への適用を目的として、ある時点の降雨予測値のまわりに予測誤差に従って分布する模擬降雨系列を発生するための手法を示した。
- ② 予測誤差 σ は、予測のリードタイム ℓ , 予測値 r_p などに関係する。文献1)のデータの再整理により予測誤差構造について、より合理的な構造式を与えた。この式は次の式で表される。

$$\sigma = a\sqrt{\ell} r_p^b$$

今回のデータ整理では $a=1.37$, $b=0.64$ であった。

- ③ 予測値まわりの実績降雨のパラツキは、ガンマ分布で良く近似できることを示した。

表－1 模擬発生した降雨の例（総雨量（mm）の大きいもの）

順	降雨番号	30分後	60分後	90分後	120 分後	150 分後	180 分後	総雨量
位	降雨予測値	0 700	3 400	6.900	3.500	0 000	0 000	14.500
1	5 7 1	0.564	0 924	21 914	28 326	0 000	0.000	51 728
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	2 8 1	0 954	0.829	31 736	16 419	0.000	0 000	49.938
5	9 9 7	0.225	0 889	35.529	6 0781	0 000	0.000	42 723
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.

表－2 模擬発生した降雨の例（ピーク雨量（mm／3 0 分）の大きいもの）

順	降雨番号	30分後	60分後	90分後	120 分後	150 分後	180 分後	総雨量
位	降雨予測値	0.700	3 400	6 900	3 500	0.000	0.000	14 500
1	9 9 7	0.225	0 889	35.529	6 0781	0 000	0.000	42.723
2	2 8 1	0.954	0.829	31 736	16.4187	0 000	0 000	49 938
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	5 7 1	0.564	0.924	21 913	28 326	0.000	0 000	51.728
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.

補遺 1

文献1)中の図3-3-8（p. 115）では、 $\sigma \sim \sqrt{\ell} r_p$ の関係は良く成り立っているように見える。この図では文献1)中のもとの表（p. 114 表3-3-6）から、比較的小さい雨量を除いてプロットしている。それでも、大きな雨に対してはプロットされた点は、直線から外れている。小降雨も含めて全ての降雨をプロットすると、本論文の図-2のようになる。

5. 参考文献

- 1)上林好之：レーダ雨量計を利用した洪水流出予測に関する研究，河川情報センター，1990，pp.108-121.
- 2)井沢竜夫：2変数のガンマ分布について（続），気象と統計，第4巻，第2号，1953，pp.15-19.
- 3)長尾正志・角屋 睦：2変数ガンマ分布とその適用に関する研究，京大防災年報，13号，14号，1970，1971.