

開水路乱流の粘性底層および壁面領域に及ぼす非定常効果

Unsteadiness Effects on Viscous Sublayer and Wall Region in Open-channel Flows

橋津家久*・門田章宏**・中川博次***

By Iehisa NEZU, Akihiro KADOTA and Hiroji NAKAGAWA

Near-wall region which consists of viscous sublayer and buffer layer in unsteady open-channel flows was measured accurately by making use of a two-component three-beam LDA system; the effects of pressure gradient produced by the time-variation of water surface and discharge were revealed experimentally. Friction velocities evaluated from linear formula and log-law formula coincided well with each other. However, the van Driest damping factor B which indicates the thickness of sublayer varied in the decelerating flows, whereas it showed an opposite manner in the accelerating flows. The von Karman constant κ is nearly universal one even in strong unsteady flows. The normalized turbulence intensity was affected by the pressure gradient. The Reynolds stress and other statistical quantities were also changed from their universal distribution of zero pressure-gradient flows.

KeyWords: *unsteadiness, viscous sublayer, van Driest damping factor, friction velocity, statistical quantities of turbulence*

1. はじめに

非定常開水路流れにおいては、不等流下で観察される乱流特性と同様に、時々刻々と変化する流量および自由水面によって引き起こされる圧力勾配が、外層における平均流、乱れ統計量に少なからず影響を及ぼす。圧力勾配を有する乱流境界層に関する研究は、古くはPreston tubeを用いて底面せん断応力を直接計測したStradford(1959)¹⁾の研究、粘性底層および外層の平均流速分布を圧力勾配の関数として評価したもの(Coles 1969²⁾, McDonald 1969³⁾)、スペクトル分布特性、乱れの高次相関を、剥離領域にまで詳細に調べたSimpsonら(1981)⁴⁾の研究が挙げられ、非常に多くの研究者によって精力的に行われてきた。一方最近では、計測機器および計算機の発達にともない、hot-wireを用いて粘性底層内を詳細に計測したNaganoら(1993)⁵⁾および佐野(1992)⁶⁾、周期的な圧力勾配を有する境界層についてLESを行った三宅ら(1990)⁷⁾、DNSによるSpalartら(1993)⁸⁾によって壁面領域内の乱流特性が調べられている。これらの研究によると、これまで普遍性を保つと考えられていた壁面領域の平均流特性が、ゼロ圧力勾配のものと大きく異なることが確認されている。Naganoらは、比較的強い逆圧力勾配の下でもKarman定数 κ は普遍であるが、流速分布自身は、標準型対数則分布

* 正会員 工博 京都大学工学部助教授 環境地球工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 学生員 工修 京都大学大学院 土木工学専攻

*** 正会員 工博 京都大学工学部教授 環境地球工学教室

表-1 実験条件

Case	T _d (sec)	Q _{min} (ℓ/s)	Q _{max} (ℓ/s)	h _{min} (mm)	h _{max} (mm)	Re _{min} (X10 ³)	Re _{max} (X10 ³)	Fr _{min}	Fr _{max}	α (X10 ⁻³)
MRA31	60			59.5	82.0	7.8	23.4	0.17	0.31	1.87
MRA32	90	3.0	9.0	59.0	81.5	7.9	23.6	0.17	0.31	1.24
MRA33	120			61.0	82.0	7.8	23.5	0.16	0.31	0.88
MRB31	60	1.2	3.6	72.0	86.0	3.1	9.4	0.05	0.11	3.19
MFA31	60			62.5	85.0	7.8	23.5	0.15	0.29	1.95
MFA32	90	3.0	9.0	62.0	84.0	7.8	23.5	0.16	0.30	1.26
MFA33	120			61.5	84.5	7.9	23.6	0.16	0.29	0.99
MFB31	60	1.2	3.6	72.0	87.0	3.1	9.5	0.05	0.11	3.45

Cases MRA and MRB indicate monotonical rising flows, MFA and MFB monotonical falling flows. T_d: duration time from minimum depth to maximum one (MRA, MRB), or from maximum to minimum (MFA, MFB), Q: discharge, h: depth, Re: Reynolds number, Fr: Froude number, α: unsteadiness parameter adopted in the present study.

($\kappa=0.41$, $A_s=5.0$)より下方に逸れることを指摘した。また、同様な結果が Spalartらの直接数値計算(DNS)によって得られている。しかし、その結果はその他の研究者とは大きく異なり、 κ が圧力勾配に大きく影響を受け、逆圧力勾配での流速分布が標準型対数則よりかなり上方に逸れる結果を得たものもある。したがって、圧力勾配が境界層の挙動や熱・物質輸送現象にどのような影響をもたらすのかは未だ明らかにされていないのが現状である。

上述の機械工学の分野に比べ、水工学における非定常乱流の構造には不明な点が多い。特に、非定常開水路流れは圧力勾配の影響を受けるため、底面付近の乱流特性を実験的に検証する必要がある。また、定常流においても、粘性底層を含めた底面の極近傍を計測した例は皆無であり、摩擦速度の評価あるいは内部変数表示された乱れ特性量など、圧力勾配下の対数則の妥当性を検討する上で基本となる。本研究は、非定常開水路流れの粘性底層からバッファ層内の領域を、レーザ流速計によって詳細にかつ高精度に乱流計測し、その乱れ特性量について考察したものである。

2. 実験方法および解析方法

本実験で使用した水路は、長さ10m、幅40cm、高さ50cmの変勾配型循環式直線水路である。流量制御には、電磁流量計とインバータ・モータの回転数を同期・制御することによって行った。瞬間流速の測定には、3ビーム前方散乱型2成分レーザ流速計(DANTEC社製)を使用した。この流速計は、レーザの光軸まわりに光学系全体を回転でき、任意の2成分の流速を底面のごく近傍から水面までの全領域を高精度に計測できる。なお、サンプリング周波数および時間は、それぞれ200Hz、 $T=250\sim370\text{sec}$ とした。

流量変化には上流からの履歴の影響を最小限に防ぎ、非定常流れの基本的特性を検討するため、図-1に示すような単調増水、単調減水を用いた。実験は、単調増水、単調減水それぞれ4ケース行われ(表-1)、内1ケースは粘性底層の厚さが増すように設定された。なお、最大水深時ではアスペクト比が二次流の影響のある限界値($=6$)に達しているが、本研究は $y/h<0.2$ の壁面領域に着目したものであり、その影響は無視できると考えられる⁹⁾。水深の上昇あるいは下降時間 T_d は、30, 90, 120 secの3通り、最大流量 $Q_{\max}$ は、最小流量 $Q_{\min}$ のほぼ3倍になるように設定された。測定点は、 $y=0.5\text{mm}$ の地点から $y/h=0.4$ (対数則領域を僅かに越えたところ)までの領域を、底面近傍では0.1mm間隔で、対数則領域では1mm間隔で、ほぼ50点計測した。

非定常流れの乱流特性を検討する上で重要な点は、平均流速成分をいかに合理的に定義するかであるが、実験条件により差が出ないこと、長時間の計測を要しないことから周波数領域法を採用した¹⁰⁾。なお、フーリエ項数は $m=7$ とし、これにより決定される平均流速は、 $f=(m-1)/2T\approx0.01\text{Hz}$ 以下の周波数成分から構成され、乱れのバースト周波数($=U_m/\{h(1.4-2.7)\}\approx1.4\text{Hz}$)⁹⁾よりも十分小さいために、ごく低周波の平均流速成分と高周波の乱れ成分とを合理的に分離できると考えられる。

3. 実験結果および考察

3. 1 圧力勾配パラメータ

本研究では、対象とする非定常流れがどの程度の圧力勾配に支配されるのかを検討するために、後述する

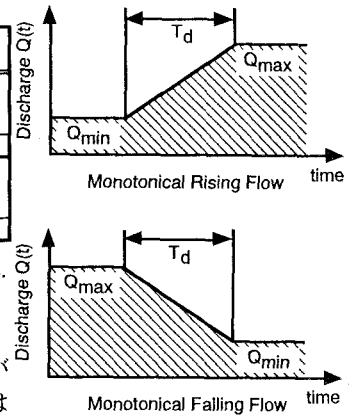


図-1 ハイドログラフ

圧力勾配パラメータの変化特性について考察した。まず、非定常開水路流れにおける圧力勾配は、水面勾配 $S_s = S_b - \cos\theta \cdot \partial h / \partial x$ を用いて次式で表される。

$$-\frac{dp}{dx} = \rho g \left\{ S_b - \frac{1}{U_c} \frac{\partial h}{\partial t} \left(1 - \cos\theta \frac{U_c}{c} \right) \right\} = \rho g \left\{ S_b - \frac{1}{U_c} \frac{\partial h}{\partial t} \right\} \quad (1)$$

ここで、 U_c は乱れの移流速度、 c は波速である。また、 p は重力 g の流下方向成分(x)を含めた全圧力である。圧力勾配の大きさを表す指標として、乱流境界層の解析で用いられている Clauser の圧力勾配パラメータ β 、無次元圧力勾配パラメータ p^+ などが、それぞれ次式で定義される。

$$\beta \equiv \left(\delta^* / \tau_b \right) \cdot dp / dx, \quad p^+ \equiv v \cdot (dp / dx) / \rho U_*^3 \quad (2), (3)$$

ここで、 $\tau_b \equiv \rho U_*^2$ (U_* : 摩擦速度)、 δ^* は排除厚である。式(2)および(3)で表されるパラメータは、互いにほぼ一対一に対応しており、 $\beta > 0, p^+ > 0$ ならば空間的な減速流(逆圧力勾配)を示す。図-2に、 p^+ の変化を示す。なお、式(3)における圧力勾配の計算は式(1)を用いて行われた。図中、 $T = t / T_d$ は水位上昇(下降)時間で無次元化された時間であり、 $T = 0 \sim 1$ が水深の変化する時間帯である。図中の α は、本研究で用いたマクロな非定常パラメータであり、次式で定義される。

$$\alpha \equiv \frac{1}{U_c} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{U_c} \frac{h_{\max} - h_{\min}}{T_d} = \frac{V_s}{U_c} \quad (4)$$

このパラメータは基本的に β および p^+ と同じであるが、これら二つのパラメータは各時刻の圧力勾配の大きさを表す局所値であるのに対し、 α は一つの波の非定常性の大きさを表すマクロ値である。したがって、 α は各実験ケースに対してただ一つ定義される。図-2の p^+ の変化特性から、単調増水ではゼロ圧力勾配から急激に増加し、 $T=1.0$ に近づくにつれて緩やかに減少する。一方、単調減水では圧力勾配の絶対値が単調増水と比較して大きく、そのピークの位置が各実験ケースで大きく変わることが分かる。時間が T_d で無次元化されているために、この図からは直接判断しがたいが、非定常性が大きなケースほど、圧力勾配は単調増水では早くピークに達し、その絶対値も大きくなる。一方、単調減水ではその逆の傾向が観察される¹⁰⁾。

3. 2 摩擦速度の評価および平均流速分布に関する検討

完全に発達した滑面鉛直二次元開水路流れにおいて、Reynolds応力 $-\overline{uv}$ をPrandtlの混合距離理論を用いて表すと、次式が得られる⁹⁾。

$$\frac{dU^+}{dy^+} = \frac{2(1-\xi)}{1 + \sqrt{1 + 4l^{*2}(1-\xi)}} \quad (5)$$

ここで、 $\xi = y/h$, $U^+ = U/U_*$, $l^* = U_* l / \nu$ (無次元混合距離)である。壁面領域 ($\xi < 0.2$) においては、次式のvan Driest

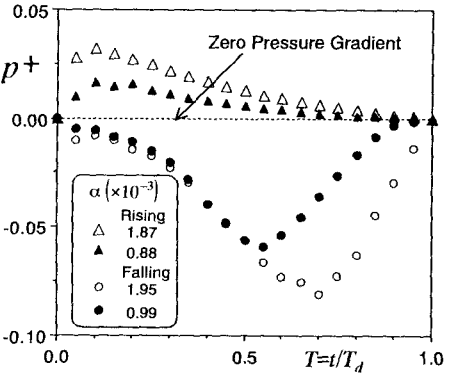


図-2 圧力勾配パラメータ p^+ の変化

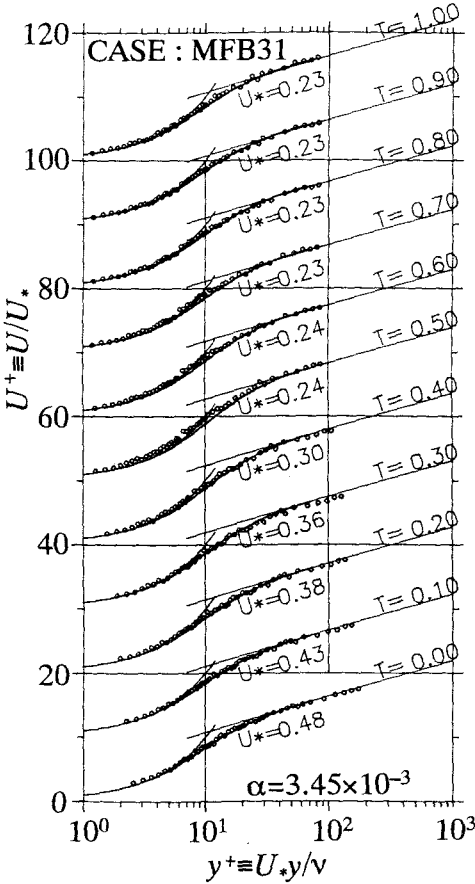


図-3 平均流速分布(単調減水)

のdamping function Γ を用いて混合距離 l^+ が与えられる。

$$l^+ = \kappa y^+ \Gamma(y^+), \quad \Gamma(y^+) \equiv 1 - \exp(-y^+ / B) \quad (6)$$

ここで、 $y^+ = y U_* / \nu$ 、 B はvan Driest damping factorである。その結果、式(6)を用いて式(5)を積分することにより、以下の壁法則が得られる。

$$U^+ = y^+ \quad (y^+ < B) \quad (7)$$

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + A_s \quad (B < y^+ < 0.2 R_*) \quad (8)$$

ここで、 $R_* = U_* h / \nu$ である。

図-3は、最も圧力勾配の影響が大きい実験ケース(MFB31)における平均流速分布を内部変数表示したものである。なお、この図に表示されている摩擦速度 U_* は、式(8)の対数則分布から評価されたものであり、理論曲線式(5)および(7)の分布も併示した。また、各位相の分布は、それぞれ縦軸方向に10ずつ移動させて図示されている。この図より、全ての位相において、強い圧力勾配の下でも、 $y^+ > 30$ の内層で平均流速が対数則分布しており、また、粘性底層内では式(7)の直線分布式にほぼフィットしていることが分かる。しかしながら、式(7)と式(8)の交点の位置を観察すると、流速分布自身が相似な形状を保ちながら上下に変化し、粘性の影響する領域が変化していることが分かる。図-4に、粘性底層の厚さを表すパラメータである式(6)のvan Driest damping factor B の変化を全ての実験ケースについて示した。単調増水における B の変化は、定常等流時における値(=26)から減少し、水深がピークとなる以前に最小値に達する。その後、 B が定常等流時の値に戻っていく様子が観察される。すなわち、粘性底層厚が、 B の変化とともに減少し $T=1.0$ に近づくにつれて回復することを示している。また、その絶対値は非定常性の強いケースほど大きくなる。式(1)より、単調増水が逆圧力勾配(空間的減速流)に対応することから、このような変化特性は、Naganoら(1990)⁵⁾の逆圧力勾配乱流境界層における結果と一致する。一方、単調減水では、単調増水とは逆の傾向を示している。図-5は、damping factor B の変化を圧力勾配パラメータ p^+ に対して示したものである。圧力勾配に対する B の変化は、定常等流時の値($p^+=0$ で $B=26$)を原点として、単調増水では第4象限に時計回りの変化を、単調減水では第2象限に時計回りの変化を示している。このようなループ状の変化は B と p^+ の変化に位相差が存在しているためであり、両者の関係が線形的に決まる境界層流れとは異なり注目される。すなわち各時刻の圧力勾配で特性が決まるのではなく、多少の遅れを持って変化する開水路特有の現象と考えられる。

乱流境界層の解析では、粘性底層内の流速分布が、比較的

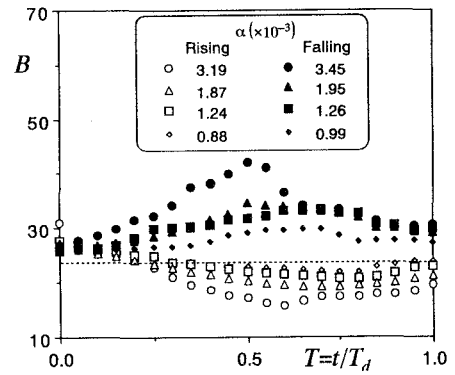


図-4 van Driest Damping factor B

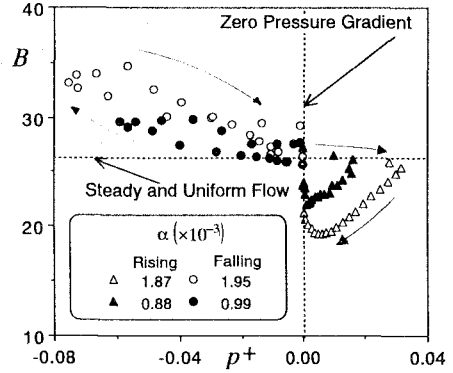


図-5 圧力勾配パラメータ p^+ に対する B の変化

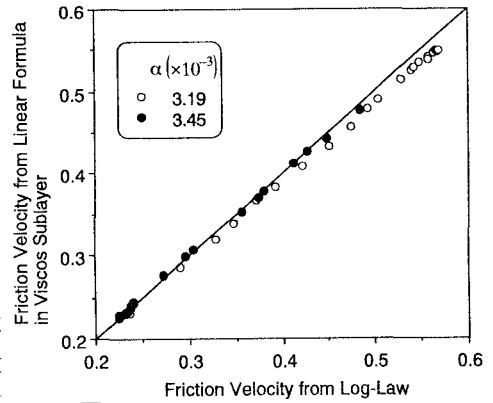


図-6 摩擦速度の評価方法の比較

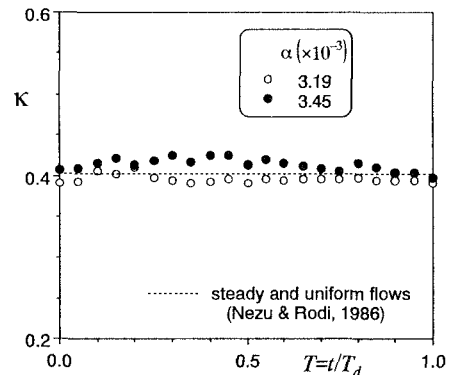


図-7 Karman定数 κ の変化

大きな圧力勾配の下でも式(7)の直線分布に従うとし、この式から摩擦速度 U_* が評価される。そこで本研究でも、同様に粘性底層の式から U_* を評価し、対数則による摩擦速度の評価方法の妥当性を検討した。図-6は、式(7)と(8)から評価された摩擦速度の比較を行ったものである。両者は、摩擦速度の大きな領域を除いてほぼ一致していることが分かり、対数則による評価方法が、強い非定常性の下でも妥当であることが示されている。図-7は、粘性底層の直線分布式から評価した摩擦速度を式(9)に代入してKarman定数 κ が逆算され、それを時間軸に対して示したものである。 κ はどの位相においてもほぼ0.41の一定値を示しているが、単調減水では僅かに上方に逸れ、単調増水では下方に移動する。しかし、ここで示した実験ケースはかなり非定常性の強いクリティカルなケースであるので、通常の開水路における非定常性ならば、ほぼ0.41の普遍定数であると結論づけてよい⁹⁾。

3. 3 乱れ特性値の変化特性

図-8は、主流方向(x)および鉛直方向(y)の乱れ強度分布 u', v' を内部変数表示したものである。なお、図中の曲線は、van Driest のdamping function Γ を導入して、粘性の効果を取り入れた主流方向の乱れ強度分布である⁹⁾。

$$u'/U_* = D_u \exp(-y^+/R_*) \cdot \Gamma(y^+) + Cy^+ \cdot \{1 - \Gamma(y^+)\} \quad (9)$$

なお、定常等流時では $D_u=2.30, C=0.3$ 、および式(6)のdamping factor B は粘性底層厚の $B=10$ となる⁹⁾。境界層流あるいは不等流下で観測されるように、単調増水では空間的な減速の効果によって定常等流時の分布より大きく上方に逸れ、逆に単調減水では下方に逸れる。また、単調減水では乱れの等方化指向が、 $y^+ > 40$ の領域で観察される。一方、ごく底面近傍($y^+ < 10$)の領域では、 u' および v' にほぼ原点を通る比例関係があるようである。この傾向は、定常流に関する実験結果からも示されている⁹⁾。 y^+ のごく小さな領域に限定して考えると、式(9)は、

$$u'/U_* = Cy^+ \quad (10)$$

に漸近する。図-9は、主流方向の乱れ強度 u' の分布を粘性底層の部分拡大して示したものである。 u' は粘性底層内($y^+ < 5$)においてほぼ比例関係にあり、単調増水では定常等流時の勾配よりも急になる。一方、単調減水では緩やかになる。この勾配 C の時間変化を図-10に示す。ほぼ同程度の非定常性を持つ単調増水および単調減水の C の変化はほぼ対称的であり、定常時の値からピーク時までの差は約0.2程度である。このような乱れ強度分布の変化特性は、水工学の分野では初めて明らかにされたものであり、先述した粘性底層厚の変化に関係していると考えられる。すなわち、図-8で示されたように、単調増水では、乱れ強度分布の勾配が急になる結果、底面付近の分布が突き出したような分布となり、さらにその乱れ強度のピークの位置が底面側に移動する。単調減水ではその逆のことがいえる。

図-11は、Reynolds応力分布を、乱れ強度分布と同様に内部変数表示したものである。図中の曲線は、定常

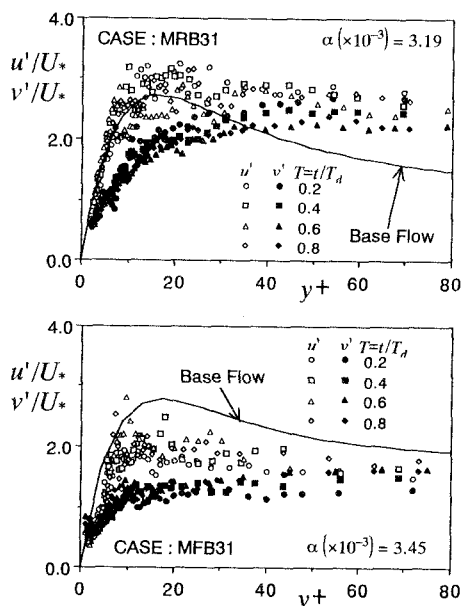


図-8 乱れ強度分布(上図:増水,下図:減水)

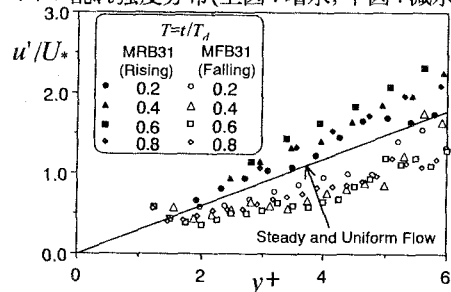


図-9 粘性底層における乱れ強度分布

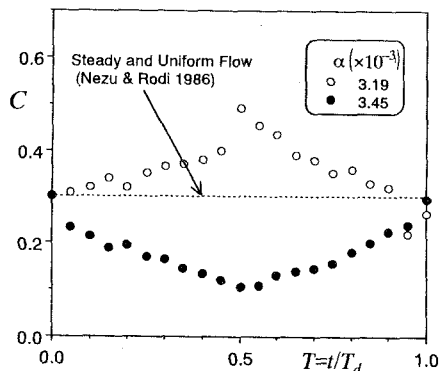


図-10 乱れ強度分布の傾き C

等流時で成立するReynolds応力分布で、次式で表される。

$$\frac{-\overline{uv}}{U_*^2} = \frac{\tau(y)}{\rho U_*^2} - \frac{1}{U_*^2} v \frac{dU}{dy} = (1 - \xi) - \frac{dU^+}{dy^+} \quad (11)$$

ここで、 τ は全せん断応力である。Reynolds応力にも乱れ強度分布と同様な特性が見られ、底面近傍において式(11)の分布から大きく逸れる。単調減水ではデータが多少ばらつくが、 y^+ に対するReynolds応力の傾きは、乱れ強度と同様な変化を示している。図-12は、乱れ発生率 $G^+ = -\overline{uv}/U_*^2 \cdot dU^+/dy^+$ の分布を示したものである。 G^+ は単調減水期に比べて、概ね単調増水の方が大きくなる。ピークの位置をみると僅かに変化するように見えるが、ほぼ一定の位置を示している。

4. おわりに

本研究は、開水路流れの壁面領域の乱流特性に及ぼす非定常効果について、2成分レーザー流速計を用いてこの領域を詳細にかつ高精度に乱流計測し、新しい知見を得た。非定常効果の一つである圧力勾配の平均流および乱れ特性値に及ぼす影響は、ごく最近の乱流境界層の研究で得られた結果とほぼ一致する結果が得られた。特に注目すべき結果として、非定常性が大きい開水路乱流でもKarman定数がほぼ普遍定数となることである。しかしながら、van Driest damping factor B の圧力勾配パラメータ p^+ に対する変化には、圧力勾配に対して一意に決定される境界層流れとは異なり、両者の間に位相差があるためであり、このような特性は非定常開水路流れ特有の現象であるといえる。

最後に、本研究は、文部省科研費試験研究(研究代表者:中川博次, No.05555144)の研究助成で行われ、これに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Stradford, B. S. : J. Fluid Mech., vol.5, 17, 1959.
- 2) Coles, D. : J. Fluid Mech., vol.1, pp.191-226, 1969.
- 3) McDonald, H. : J. Fluid Mech., vol.35, pp.311-336, 1969.
- 4) Simpson R. L., Chew, Y. T., Shivaprasad, B.G, and Shiloh, K. : J. Fluid Mech., vol. 113, pp.53-73., 1981.
- 5) Nagano, Y., Tagawa, M. and Tsuji, T. : Turbulent Shear Flows, Springer-Verlag, vol.8, pp.7-21, 1993.
- 6) 佐野正利 : 日本機械学会論文集(B編), 58巻549号, pp.38-43, 1992.
- 7) 三宅裕, 梶島岳夫 : 日本機械学会論文集(B編), 56巻530号, pp.56-63, 1990.
- 8) Spalart P. R. and Watmuff, J. H. : J. Fluid Mech., vol.249, pp.337-373, 1993.
- 9) Nezu, I. and Nakagawa, H. : Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR-Monograph, Balkema, Rotterdam, 1993.
- 10) Nezu, I., Kadota, A. and Nakagawa, H. : Proc. of Fundamentals and Advancements in Hydraulic Measurements and Experimentation, pp.185-194, 1994.

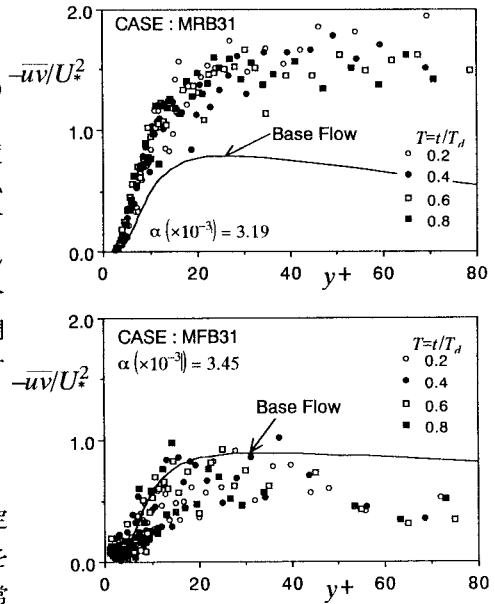


図-11 Reynolds応力分布(上図:増水,下図:減水)

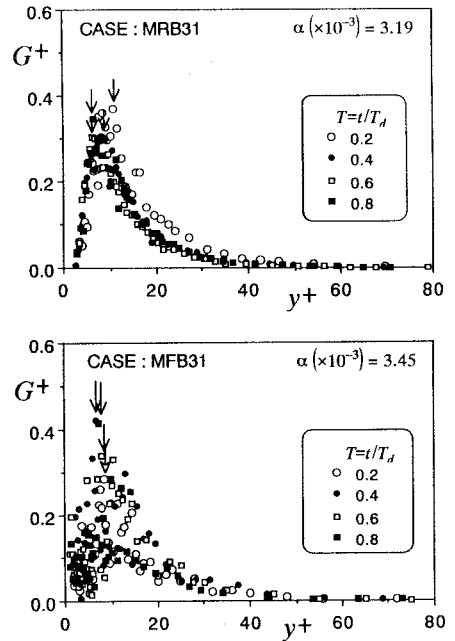


図-12 乱れ発生率 G^+ (上図:増水,下図:減水)