

側壁上の傾斜棧が河床形に及ぼす効果 Effects of oblique strips installed on dike on bed form

大同淳之* 矢野定男**

By Atuyuki DAIDO and Sadao YANO

The oblique strips installed on dikes control secondary circulation and reduce the local scouring at dike foot. These are discussed, the upper flow flux induced by the oblique strips, the most effective slanting angle, the protected area by this strips and the effects on the wave height of sand waves, near the outer side.

Keywords : oblique strip, secondary circulation, local scouring

1. はしがき

護岸上に傾斜棧（以下、棧と述べる）をつけたとき、護岸沿いに上昇流が生じ、この上昇二次流が曲線外縁部の護岸足元の局所洗掘防止に有効なことは著者によって調べられてきた¹⁾。幸いこの方法はいくつかの研究によって間違いないことが実証されつつある。本論文は同様な棧を直線河道の護岸につけたときに河床形に及ぼす効果を論じたものである。

直線河道においても、護岸の足元に根固め工、根固め水制を必要とするように、一般に護岸に沿って洗掘が生じ、河道中央に堆積が生じる河道が多い。この護岸沿いに生じる局所洗掘を棧によって防止することができると、根固め工、根固め水制が不要となり、工費の節減、流水抵抗の減少あるいは環境、景観上からも望ましいといえる。

本文は、棧を直線河道の側岸につけて、護岸沿いに上昇二次流を発生せしめたときの護岸足元の局所洗掘防止効果、期待される上昇流量、砂を護岸側に引き寄せるために必要な流速、棧の最適角度および棧をつけているときに護岸沿いの河床波の波高が小さくなることを述べる。

* 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科

** 学生会員 立命館大学大学院 理工学研究科

(〒525 滋賀県草津市野路町1916)

2. 護岸上の棧による護岸足元の洗掘防止

2-1. 直線水路の側壁に設けた棧の側壁足元の洗掘防止効果についての実験

図-1は幅 0.3m, 長さ 12m の水路で勾配 0.0043, $d_{50}=0.075\text{mm}$ の砂を用いて, 側壁にはサンドペーパーのみで棧をつけていないときの横断形で, 河床波の波高は測定が難しいほど小さい場合である。側壁の足元が洗掘されて, 砂が水路中央に堆積している。二次流の大きさおよび方向は電磁流速計で求めた。流向の測定結果は必ずしも系統的でないが, 底面沿いに側壁足元より水路中央に向かう流れがあり, これが側壁足元の砂を水路中央に運んでいるものとみられる。

図-2は同じ水理条件で, 側壁に 5mm 角の棧を 5cm 間隔に 45° の角度で取り付けした場合である。棧の大きさは, 棧による洗掘防止範囲を側壁より y 方向に水深相当距離と目標をたて, 粗度を増さぬようにできるだけ小さいものをという考えで決めたものである。棧の高さを b とするとき, $b/h=30$ で, 棧の高さ b とその間隔 l との比, $l/b=10$ をとりあえず選んだ。

棧の下端は砂の面から 1cm 上に止めている。棧の下端を砂面より下げると棧のまわりに洗掘が生じ, 棧による洗掘防止効果を消す。棧の下端が砂の面より少しあがっていても, 上昇二次流を発生する効果に影響はない。底面の二次流の流向は棧のない場合とは逆に水路中央より側壁に向かい, この流れが砂を水路中央に運んでいる。これが側壁足元に洗掘を起こさない原因である。

図-1, 図-2の実験は, B/h が 2.3 で, 従来の研究より二次流の循環の横距に近く, 上昇二次流の効果が顕著に出ている恐れがあったので, 幅 72cm の水路で, $B/h=12.8$, $B/2b=72$ の条件で行ったものが図-3で, 棧をつけていないときは側壁足元は洗掘がみられるが, つけているときは中央部より堆積がみられ, 側壁近傍の洗掘防止については期待した効果がみられる。もちろん幅広い水路では, 水路中央部に対しては棧の効果はならん期待していない。

2-2. 護岸足元の局所洗掘を防止するために必要な底面の二次流の流速

棧をつけていないときに生じた二次流の流速 v によって洗掘が生じているので, 洗掘を防ぐには逆方向にこれと等しい速度があればよい。棧をつけていないときの二次流の大きさは, $B/h=2.0$ とき, $v=0.027U_{\max}$ となっているので, この程度の底面に沿う側壁方向へ

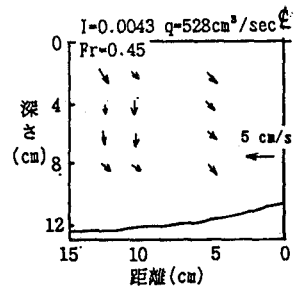


図-1 傾斜棧がない場合の二次流の流向の大きさ

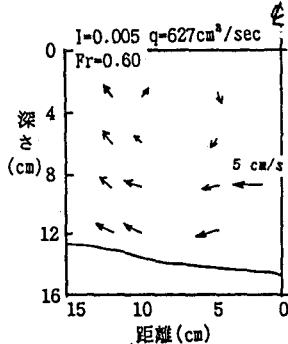


図-2 傾斜棧をつけた場合の二次流の流向と大きさ

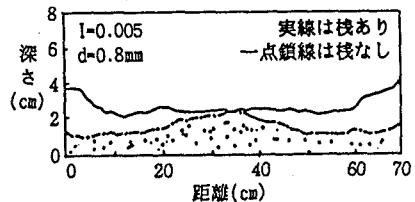


図-3 傾斜棧の有無による河床形の比較

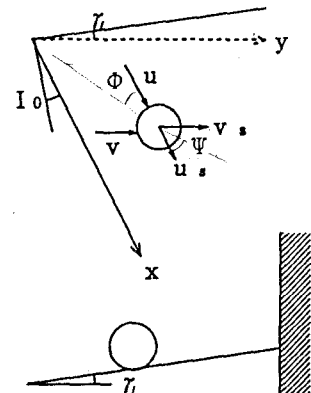


図-4 砂の移動軌跡方向

の流速があればよい。

ただ二次流の v, w は簡単に求める形では表せていないので、洗堀を防止するために必要な底面の y 方向流速を、砂の外岸側に動かすに必要な大きさから見積もる。砂を側壁側に引き寄せるためには、 y 方向の河床勾配勾配 γ が 0 のときに、側壁側に向けての v_s を生じるだけの v がある、または砂が側壁上がり勾配 γ が生じて、砂が勾配 α 上を外岸と平行して流れる状態で、後者の方が大きな v を要求される。この節の目的は v そのものの正確な評価ではなく、棧が果たさないとはいけない能力の限界をきめることにあり、後者を対象にして、 x 方向の流速 u との比の形で、 v を表すことにする。

斜面上を移動する砂に作用する力は、堆積した y 方向の勾配 γ は小さいとして、図-4の記号を用いて、

$$\left. \begin{aligned} x: D \cos \Phi - F \cos \Psi + W \sin I_0 &= 0 \\ y: D \sin \Phi - F \sin \Psi - W \cos I_0 \cdot \sin \gamma &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 $D = \frac{\rho}{2} C_D \frac{\pi}{4} d^2 \{(u - u_s)^2 + (v - v_s)^2\}$
 $F = \mu W \cos I_0 \cdot \cos \gamma$, $W = (\pi/6) s g d^3$

式(1)を v_s/u_s について黒木、岸²⁾が解いた式は、

$$\frac{v_s}{u_s} = \frac{v}{u} - \frac{\cos I_0 \cdot \sin \gamma}{\sqrt{\frac{3C_D}{4sgd} u^2 (\mu \cos I_0 \cdot \cos \gamma + \sin I_0)}} \quad (2)$$

である。勾配 γ のよる砂の y 方向の質量力の分力が、 v による抗力と y 方向の摩擦力によって釣り合って、 $v_s = 0$ になったとき、

$$\frac{v}{u} = \frac{\cos I_0 \cdot \sin \gamma}{\sqrt{\frac{3C_D}{4sgd} u^2 (\mu \cos I_0 \cdot \cos \gamma + \sin I_0)}} = \frac{\cos I_0 \cdot \sin \gamma}{\sqrt{\frac{3C_D}{4} \frac{u^2}{sgd} \frac{u^2}{u^2} (\mu \cos I_0 \cdot \cos \gamma + \sin I_0)}} \quad (3)$$

となる。底面から d の高さ u/u_s は 8.5, C_D は 0.4, $\tau_0 = 0.07$ を与えて $\sin \gamma = 0.089(5^\circ)$, $\sin \gamma = 0.052(3^\circ)$ に対して、 $I_0 = 0.01 \sim 0.001$ の範囲で、 v/u はそれぞれ 0.06 および 0.04 となる。次節に述べるように、棧によって生じる上昇流が w/u は 0.1 $\sim$ 0.07 程度で側壁と底面の隅角部での v/u は w/u とほぼ見合う量が発生しているとしてよい。

2-3. 棧による壁面の上昇流

図-4に示す棧の前面の流体要素について、 x 方向より流入して l および y 方向に流出する流れを運動量の式を用いて求める。

棧の一番下の単位要素については添字 1 をつけると、連続式は、

$$\rho U_1 \frac{b}{\sin \gamma} dz = \rho W_1 \frac{b^2}{\sin \alpha \sin \gamma} + \rho V_1 dz \frac{b}{\sin \alpha} \quad (4)$$

l 方向の運動量の式は、

$$\begin{aligned} \rho U_1^2 \frac{b}{\sin \gamma} dz \cos \alpha \sin \gamma f(\alpha) - \rho W_1^2 \frac{b^2}{\sin \gamma \sin \alpha} \sin \alpha \sin \gamma \\ = \rho g \frac{b}{\sin \gamma} dz \cos \alpha \cos \gamma - \frac{\partial p}{\partial l} dl \frac{b^2}{\sin \gamma \sin \alpha} - \tau_0 \frac{b}{\sin \gamma} \frac{dz}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

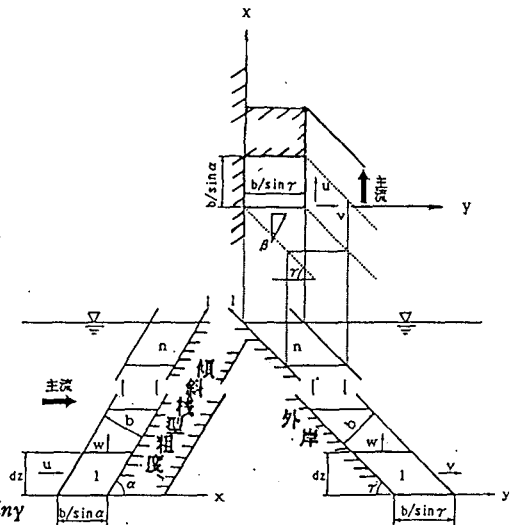


図-5 傾斜棧周囲の記号 (5)

ここに $f(\alpha)$ は、 x 方向より流入する運動量が l 方向に寄与する率とする。また、 y 方向の運動量は、

$$\rho U_1^2 \left(\frac{b}{\sin y} dz \right) f(\beta) - \rho V_1^2 \left(\frac{b}{\sin \alpha} dz \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} dy \frac{b}{\sin y} dz - \tau_0 \frac{b}{\sin y} \frac{dz}{\sin \alpha} \quad (6)$$

ここに、 $f(\beta)$ は、 x 方向から流入する運動量が y 方向に寄与する率とする。ここに $f(\alpha)$ は $\alpha=0$ のとき $W=0$, $\alpha=90^\circ$ のとき $W=0$ を満たすように $f(\alpha)=k_1 \sin \alpha$, k_1 は定数とする。式(5)において、右項第1項と第2項は釣り合っているとして両者の和は0、 $\tau_0 = \rho(f/8)U^2$ 、式(6)の右辺第1項は小さいとして省略する。式(4)と式(5)より W_1 , V_1 は U_1 の関数としてそれぞれ

$$W_1 = U_1 \sqrt{\frac{k_1 \cos \alpha}{1 - (f/8) \sin y}} \quad (7)$$

$$V_1 = U_1 \sqrt{\frac{f(\beta) \sin \alpha - (f/8)}{\sin y}} \quad (8)$$

式(8)中の $f(\beta)$ は、連続式を満たす条件より、

$$f(\beta) = \left[1 - \frac{k_1 \cos \alpha}{1 - (f/8) \sin^2 y} \right]^2 \left[1 - \frac{f}{8} \frac{1}{\sin y} \right] \quad (9)$$

となる。これらの関係は、流体要素が底から n 番目では、流体要素から流体の流出を考慮する必要がある、この場合の連続式および l 方向の運動量式は、式(4), (5), (6)と同様に表して求めると、

$$(W_n + W_{n-1}) = U_n \sqrt{\frac{k_1 \cos \alpha}{1 - (f/8) \sin y}} \quad (10)$$

となる 式(10)の妥当性を検査するため、棧の近傍で、 W および U を測定した。測定結果を図-6に示す。この図-6より $\alpha=45^\circ$ のとき最も上昇流が大きいので、粗度の傾斜の最適角度は 45° となる。また k_1 の値は、実験より $k_1=0.07$ となり、棧前面の流速 U に対して上昇流 W は、 $0.07U$ として与えられる。一方、このときの $f(\beta)$ の値は、連続式の関係から図-7のようになり、ほぼ妥当な値であることがわかる。

上昇流の壁面に沿う流速分布は、棧型粗度間ではほぼ一様である。これは棧型粗度では下層から上昇する流量があるため、連続式の関係から粗度間でほぼ一様な流速となっていると考えられる。したがって、上昇流を有効に働かせるためには、角度を 45° にしたとき、棧の間隔は、水深と同じでよいことになる。その結果棧の高さ k とその間隔 L を相当粗度 k_s が最も大きくなる

$L/b \approx 10$ 付近を避けることができよう。

2-4. 棧による上昇二次流が影響する範囲

直線部における二次流は、乱れの非一様性 $(\partial^2 / \partial y \partial z)(\bar{v}'^2 - \bar{w}'^2)$ から生じるので、Prandtl の第2種2次流と呼ばれている。

第2種2次流の基礎式は、吉川、池田³⁾による次式で表される。

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} - 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} = \frac{1}{\varepsilon_{yz}} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{v}'^2 - \bar{w}'^2) \quad (11)$$

	H (cm)	横断面
●	7.0	長方形
■	9.0	
▲	11.5	
+	15.9	
○	8.0	台形
□	10.0	
△	12.0	
×	13.0	

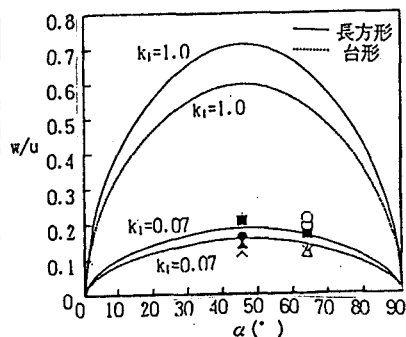


図-6 式(7)の計算値と実験値

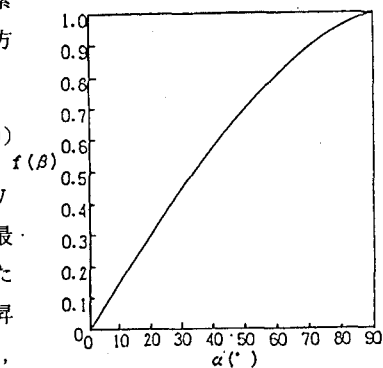


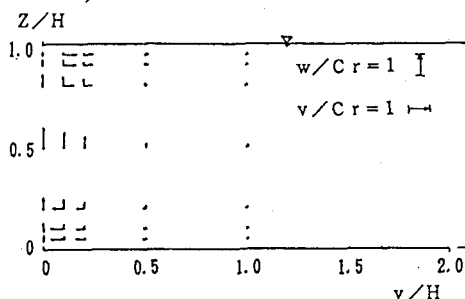
図-7 式(9)による α と $f(\beta)$ の関係 ($k_1=0.07$, $r=90^\circ$)

ここに、 $V = \frac{\partial \phi}{\partial z}$, $W = \frac{\partial \phi}{\partial y}$, ε_{yz} は渦動粘性係数、 $\bar{v}'$, $\bar{w}'$ は y, z 方向の変動速度である。側壁に人工の棧をつけたときは側壁において、 $\frac{\partial \phi}{\partial y} = C_r$ の条件のもと $\phi = \phi_1$ (基本解) として与えられる。式(11)の基本解による W および V は、次のように表せる。

$$\frac{W}{C_r} = \sum \left(1 + \frac{n\pi B}{H} \right)^{-1} \left(1 - \frac{n\pi y}{H} + \frac{n\pi B}{H} \right) e^{-\frac{n\pi y}{H}} \sin \frac{n\pi z}{H} \quad (12)$$

$$\frac{V}{C_r} = \sum \frac{y}{H} \left(1 - \frac{B}{y} \right) \left(1 + \frac{n\pi B}{H} \right)^{-1} n\pi e^{-\frac{n\pi y}{H}} \left(-\cos \frac{n\pi z}{H} \right)$$

この結果を表したものが図-8である。この結果によると、棧による上昇流の影響の範囲は側壁から水深に相当する幅の範囲といえる。



3. 側壁に設けた棧が側壁近傍の河床波の波高の減少に及ぼす影響

護岸足元では二次流による洗堀のほかに河床波の先端が通過するときの洗堀がある。棧の他の効果

を試験中、棧をつけているときは、河床波の波高が小さくなることが観察された。そこで、棧の波高減少効果を調べるため実験を行った。現在、波高の計算法がないので、まず計算法を提案し、著者の行った実験による波高が十分発達した波高であることを確認したうえ、棧を用いたときの波高減少の基準値とする。

図-8 棧による上昇流の影響範囲

3-1. 河床波の波高

Lower regime領域の抵抗は、河床波の摩擦抵抗と形状抵抗の和として表される。水深、勾配、平均流速、粒径およびそれによって発生する河床波の波高、波長が関係するので、これらを同時に考慮して解く必要がある。著者らは、これについて解析を行った⁵⁾。この方法は、河床波を伴う流れの抵抗則式として次式を用いる。

$$\frac{u_m}{u_*} = \left\{ \frac{4}{7} \Pi' \left(\frac{h_m}{k_s} \right)^{-1/4} + \frac{1}{2} C_D \Lambda \right\}^{-1/2} \quad (13)$$

ここに、右辺第一項は摩擦抵抗で、第二項は抗力抵抗で、 $\Pi' = (B/A)^2 C^{1/4}$, $C = A^2 \{0.26 + \lambda / (FrB)\}^2$, A は抵抗則の係数で 8.94 , $B' = \frac{2}{2 - (L/h_m)\lambda} (L/h_m)^{1/8} (1 - m\lambda)^{3/8} (1 + \lambda^2)^{1/8}$, α_3 は平均河床面に対する河床波背面の仰角である。形状抵抗 τ'' は石川⁶⁾の式を用いて、

$$\tau'' = (1/2) C_D \Lambda \rho u_m^2 \quad (14)$$

とする。ここに $C_D = \frac{4(1-4\lambda)(2+\zeta)}{(2-)^2 \{2+(1-8\lambda)\zeta\} \left\{ \frac{2(1-4\lambda)\zeta}{2+(1-8\lambda)\zeta} + 0.13 \right\}}$, $\Lambda = \frac{\lambda}{1+\zeta/2}$, $\zeta = \frac{\Delta}{h_m}$ である。

この式に λ , L/h の関係式を導入して、水深ひいては Δ , L を求める。

これらの式は、実験水路のデータに対しては有効であることは確かめられているが、実河川のデータについての検査が行われていないので、斐伊川の実測値(表-1)⁷⁾で検照する。式(13)中の $k_s = 2d_m$ とし、流量、勾配、砂粒子径を与え、 $\Gamma (=L/h_m)$ は、計算した水深が実測水深をほぼ満足し、かつ L が実測値に近い

値にあるように選んだ。このようにして求めた水深、 Δ および L と実測値との比較は図-9に示す。水深、 Δ についてはほぼ実測値を計算することができ、波長 L については計算値がやや下回っている。結果として用いた Γ は表-1に示すように5.7~2.3になっており、Yalin らの $\Gamma=5$ に近い。

表-1 実測値と計算値との比較

No.	実測値								計算値					
	単位幅	平均	相当	勾配	波長	波高	平均	水深	水深	λ	L/hm	L	Δ	
	流量 q (cm^2/s)	粒径 $d_m(\text{cm})$	粗度 $ks(\text{cm})$	le	L (cm)	Δ (cm)	流速 U_m (cm/sec)	$h_m(\text{cm})$ exp	$h_m(\text{cm})$ pred	Δ/L	Γ	(cm) pred	(cm) pred	
1	16500	0.22	0.44	0.00087	367	27	125	132	149.0	0.052	3.4	506.6	26.5	
2	21590	0.21	0.42	0.00087	381	24	127	170	174.0	0.058	2.4	417.6	24.2	
3	19812	0.21	0.42	0.00120	376	28	127	156	154.0	0.061	3.0	462.0	28.2	
4	17730	0.18	0.36	0.00079	300	21	90	197	156.0	0.058	2.3	358.8	20.8	
5	10192	0.18	0.36	0.00052	388	23	91	112	125.5	0.040	4.5	564.8	22.4	
6	5874	0.18	0.36	0.00078	335	23	89	66	77.0	0.037	5.7	438.9	16.2	
7	10858	0.18	0.36	0.00078	303	25	89	122	119.5	0.051	4.0	478.0	24.4	
8	10848	0.18	0.36	0.00142	404	23	113	96	101.0	0.061	3.6	363.6	22.1	
9	10976	0.18	0.36	0.00142	325	22	112	98	101.5	0.061	3.6	365.4	22.2	
10	5198	0.18	0.36	0.00140	270	17	113	46	63.0	0.049	5.1	321.3	15.8	
11	5439	0.18	0.36	0.00140	263	19	111	49	65.0	0.050	5.0	325.0	16.3	

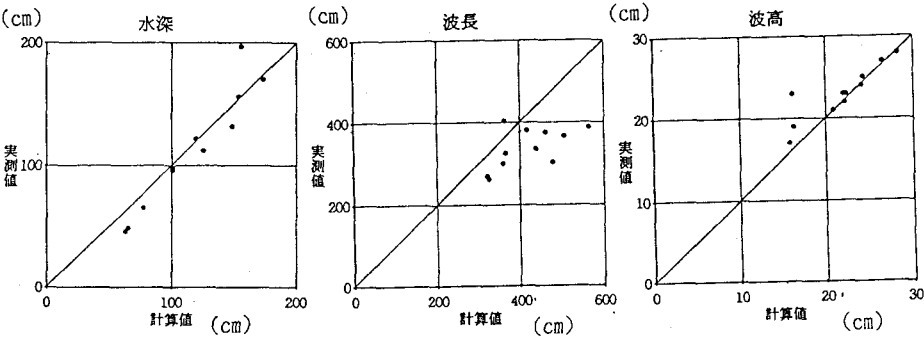


図-9 実測値と計算値との比較

3-2. 側壁近傍の河床波の波高に及ぼす棧の効果

河道では二次流に伴う洗堀の他に中規模河床形態の先端が通過するときに生じる洗堀がある。棧をつけたとき、少なくとも側壁より水深に相当する範囲の中規模河床状態の波高の縮小できると望ましい。護岸足元洗堀防止の実験を行っているとき、棧をつけた場合は河床波の波高が減少することが見出されたので、これについて実験した。

実験は、幅 72cm、長さ 9.5 m の水路で、勾配 1/500 または 1/1000、砂の粒径 0.75mm のほぼ均一粒径で行った。実験は直立側壁に棧型粗度をつけたときと、つけていないときの河床波の大きさを測定した。実験ケースを表-2に示す。河床波の大きさは、水路中央部では棧の有無に関わらず、河床波の規模は変わらないと予測し、どのケースについても水路中央部（中心およびその両側に 4cm 離れた 3 測線）と側壁部（側壁から y 方向に 2.4, 6cm のところ）の河床の高さを 3cm 毎に測定した。

表-2 実験ケース (A: 栈なし, B: 栈あり)

No.	水路勾配	流量 (l/s)	水深 (cm)	水面勾配	流速 (cm/sec)	摩擦速度 (cm/sec)	無次元 掃流力 τ^*	フルード数 Fr
A1	1/500	14.1	4.7	0.0053	42.9	4.63	0.17	0.63
A2	1/500	18.2	4.3	0.0100	60.4	6.13	0.29	0.93
B2	1/500	18.2	4.1	0.0108	63.4	6.22	0.30	1.00
A3	1/500	42.4	9.0	0.0063	67.4	6.67	0.34	0.72
B3-1	1/500	42.4	9.6	0.0100	63.2	8.59	0.57	0.65
B3-2	1/500	42.4	9.0	0.0071	67.4	7.07	0.39	0.72
B3-3	1/500	42.4	8.2	0.0068	74.0	6.63	0.34	0.82
A4	1/1000	18.2	9.7	0.0008	26.8	2.36	0.04	0.27
A5	1/1000	42.4	9.0	0.0066	67.4	6.82	0.36	0.72
A6	1/1000	35.1	7.4	0.0028	67.8	4.06	0.13	0.80
B6-1	1/1000	35.1	11.2	0.0050	44.8	6.45	0.32	0.43
B6-2	1/1000	31.4	10.6	0.0050	42.4	6.31	0.31	0.42

測定した水深および河床波の大きさが式(16)に従っているかどうか検査した。実験値と計算値の比較を表-3に示す。

表-3 実験値と計算値との比較

No.	実 験 値							計 算 値						
	単位幅	平均	工物-	波長	波高	平均	水深	水深	λ	L/hm	Δ /hm	L	Δ	
	流量q	粒径	勾配	L	Δ	流速Um	hm(cm)	hm(cm)	Δ /L	Γ		(cm)	(cm)	
	(cm ² /s)	dm(cm)	le	(cm)	(cm)	(cm/sec)	<exp>	<pred>				<pred>	<pred>	
A1	201.6	0.075	0.0053	39.4	1.0	42.9	4.7	4.55	0.038	5.00	0.19	22.75	0.87	
A2	259.9	0.075	0.0100	27.2	1.0	60.44	4.3	4.95	0.059	5.00	0.29	24.75	1.45	
A3	606.4	0.075	0.0063	70.0	4.5	67.38	9	101.00	0.061	4.00	0.02	40.40	2.46	
B2	259.9	0.075	0.0028	45.0	2.0	26.79	9.7	6.20	0.026	5.00	0.13	31.00	0.82	
B3	606.4	0.075	0.0063	160.0	3.0	67.38	9	10.65	0.061	5.00	0.31	53.25	3.26	
B4	501.9	0.075	0.0028	35.0	2.3	67.82	7.4	11.00	0.041	5.00	0.20	55.00	2.23	

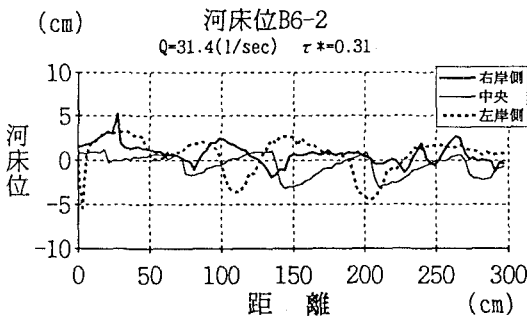


図-10 河床縦断形状

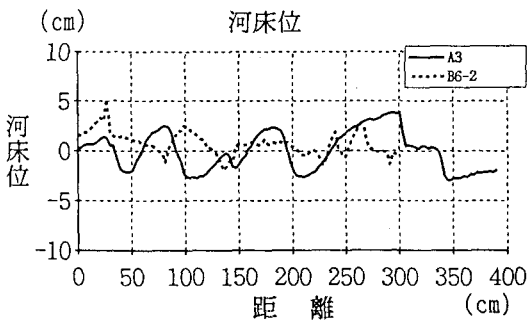


図-11 側岸部の波高の縦断図

栈の効果として1) Lower regimeにおいても、側壁で河床が高くなるか、2) 側壁付近で河床波の波高が低下するか、をみる。1) についての1例として、B6-2の縦断図を図-10に示す。2) に対する1例

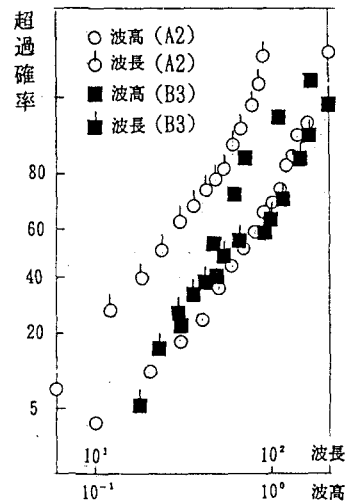


図-12 波長、波高の超過確率

として、図-11は棧をつけていない場合と棧をつけた場合の側壁部の波高の縦断形を示す。ここに示す棧をつけていない場合の τ はつけているときのそれより小さいにもかかわらず、波高は明らかに棧をつけている方が小さく、中央部では平均水路高さも低下している。このデータの波長、波高の超過確率を図-12に示す。棧をつけているものは、つけていないものに比べて、波高が小さく、波長は長くなっている。図-13のスペクトル解析でもその傾向も示している。以上の結果、棧をつけているときは河床波の波高が減じ、河床が平坦化することを示した。

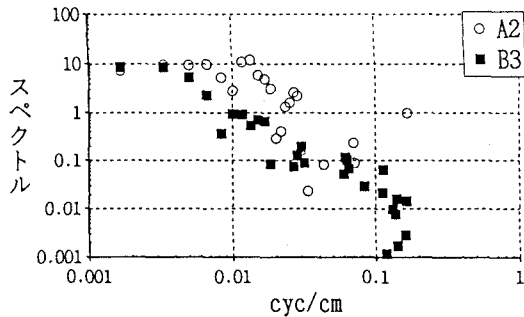


図-13 波長のスペクトル

4. むすび

本論文は直線水路の側壁に棧をつけたとき、河床形に及ぼす効果について調べた。その結果、次のことが得られた。

- 1) 直線部においても、側壁に棧をつけたとき、二次流によって生じる側壁足元の洗堀を防止し、河床高さは側壁部で高く、中央部で低くなる傾向を示した。
- 2) 棧の高さが水深の1/20程度の棧の大きさで、岸から水深相当の範囲の底面土砂を岸に引き寄せる大きさの二次流を作り出せることが示された。
- 3) 棧の傾斜は45°が最適である。
- 4) 棧を施工すると岸から水深程度の範囲で河床波の波高が減少する。
- 5) 棧の効果を調べるため、河床波の高さを求める式を提案して、この式で現地河川の砂堆の波高を求めることができるを見出した。

参考文献

- 1) 大同淳之, 小澤和弘: 二次流の制御による河川曲線外縁部の局所洗堀防止, 第3回水工学論文集, PP. 555-562, 1993.
- 2) 黒木幹男, 岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文集報告集, pp. 87-97, 第342号, 1984. 2.
- 3) 池田俊介: 移動床河川の弯曲部における二次流の動的横断河床について, 土木論文報告集 229号, pp. 55-65. 1974.
- 4) 三輪 浩, 大同淳之: 河床波による流水抵抗と流砂量, 水工学論文集, 第36巻, pp. 123-130. 1992.
- 5) 大同淳之: 河川の安定横断河道形, 水工学論文集, 第39巻, 1995.
- 6) 石川忠晴: 河川の流砂に関する基礎的研究, 東工大土木研究報告, No. 25, 1979.
- 7) 山本晃一: 相似率の観点から見た移動床流れの水理(Ⅲ), 土木研究所資料, 1059号, 昭50.