

# 床止め工周辺の河床変動計算法に関する研究

Numerical Simulation of Bed Variation around a Groundsill

川島 幹雄\*、福岡 捷二\*\*

By Mikio KAWASHIMA and Shoji FUKUOKA

For the design of a groundsill, it is important to estimate the depth and area of local scour around it. In this study, we intend to construct a numerical simulation model which calculates a 2-dementional flow with MacCormack scheme and computes bed elevation by considering the non-equilibrium sediment transport. The result of calculation by this model is compared with the data observed from the hydraulic model test and they show rather good agreement.

Keywords: groundsill, local scour, non-equilibrium sediment transport, numerical method

## 1. はじめに

床止め工は河床洗掘を防止し河道勾配を安定させ、河川の縦横断形状を維持することを目的として設けられる横断構造物である。床止め工周辺では、直下流で跳水し、流勢の強い流れが生じるとともに、高水敷と低水路間での落ち込み、乗り上げ等複雑な流れを示し、局所洗掘、河岸侵食などが発生しやすい。現地で施工されている床止め工は、取付け擁壁周辺に洗掘を受け、被災する場合もある<sup>1)</sup>。床止め工、堰の計画、改修に当たっては河床の安定、施設の安全性、水利用を総合的に勘案していくことが必要であるが、このうち、施設の安全性においては、局所洗掘、河岸侵食を極力少なくする床止め工平面形状を検討することが重要となる。従来、床止め工周辺の流れや河床変動などについては、水理模型実験によって検討してきたが、この方法は費用、労力、時間等の面で負担が大きく、数値解析と併用して問題解決を図っていくことが望ましい。

本研究では、床止め工周辺の流れと河床変動の実用的な計算法を開発することを目的として、床止め工

---

\* 正会員 広島大学大学院博士課程 (株)東京建設コンサルタント  
(〒724 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

\*\* 正会員 Ph.D 工博 広島大学教授 工学部第四類 (建設系)  
(〒724 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

を有する水路の流れと河床変動について差分式にMacCormack法を用いた浅水流モデル<sup>2)</sup>と非平衡流砂運動を考慮した平面河床変動モデルを適用し数値シミュレーションを行い、これと建設省土木研究所の水理模型実験結果<sup>1), 3)</sup>を比較している。

## 2. 計算方法

### 2. 1 流れの基礎方程式

任意の床止め工平面形状、河道形状に対応可能とするため、流れの基礎方程式には一般曲線座標系による二次元浅水流方程式を用いる。また、床止め工周辺には、上記に示した様に複雑な流れが生じるため、差分式には跳水などの不連続点を含む流れの数値解析に適するMacCormack法を適用する。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial \xi} + \frac{\partial C}{\partial \eta} = D_i + D_n \quad \text{----- (1)} \quad A = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} h \\ u^x h \\ u^y h \end{bmatrix} \quad \text{----- (2)}$$

$$B = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} u^x h \\ \left[ \left[ u^x u^x h + \frac{\xi_x}{2} g h^2 + q_{xi} \right] - \varepsilon \left\{ \xi_x \left( \xi_x \frac{\partial (u^x h)}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial (u^x h)}{\partial \eta} \right) + \xi_y \left( \xi_y \frac{\partial (u^x h)}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial (u^x h)}{\partial \eta} \right) \right\} \right] \\ \left[ \left[ u^x u^y h + \frac{\xi_y}{2} g h^2 + q_{yi} \right] - \varepsilon \left\{ \xi_x \left( \xi_x \frac{\partial (u^y h)}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial (u^y h)}{\partial \eta} \right) + \xi_y \left( \xi_y \frac{\partial (u^y h)}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial (u^y h)}{\partial \eta} \right) \right\} \right] \end{bmatrix} \quad \text{----- (3)}$$

$$C = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} u^n h \\ \left[ \left[ u^x u^n h + \frac{\eta_x}{2} g h^2 + q_{xn} \right] - \varepsilon \left\{ \eta_x \left( \xi_x \frac{\partial (u^x h)}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial (u^x h)}{\partial \eta} \right) + \eta_y \left( \xi_y \frac{\partial (u^x h)}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial (u^x h)}{\partial \eta} \right) \right\} \right] \\ \left[ \left[ u^n u^y h + \frac{\eta_y}{2} g h^2 + q_{yn} \right] - \varepsilon \left\{ \eta_x \left( \xi_x \frac{\partial (u^y h)}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial (u^y h)}{\partial \eta} \right) + \eta_y \left( \xi_y \frac{\partial (u^y h)}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial (u^y h)}{\partial \eta} \right) \right\} \right] \end{bmatrix} \quad \text{----- (4)}$$

$$D_i = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \left\{ \xi_x \frac{\partial z}{\partial \xi} + \frac{\eta_y}{J} u^i \frac{n^2 \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}}{h^{4/3}} \right\} \\ -gh \left\{ \xi_y \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\eta_x}{J} u^i \frac{n^2 \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}}{h^{4/3}} \right\} \end{bmatrix} \quad \text{--- (5)} \quad D_n = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \left\{ \eta_x \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\xi_y}{J} u^n \frac{n^2 \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}}{h^{4/3}} \right\} \\ -gh \left\{ \eta_y \frac{\partial z}{\partial \eta} + \frac{\xi_x}{J} u^n \frac{n^2 \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}}{h^{4/3}} \right\} \end{bmatrix} \quad \text{--- (6)}$$

ここに、

$$u_x = \frac{1}{J} (\eta_y u^i - \xi_y u^n), \quad u_y = \frac{1}{J} (\eta_x u^i - \xi_x u^n), \quad u^i, u^n : \xi - \eta \text{ 座標系の反変流速,} \\ J : \text{ヤコビアン, } h : \text{水深, } z : \text{河床高,} \\ \xi_x = \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \xi_y = \frac{\partial \xi}{\partial y}, \quad \eta_x = \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \eta_y = \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad q_{xi}, q_{xn}, q_{yi}, q_{yn} : \text{人工粘性項で以下のTyler型式を用いる。}$$

$$\left. \begin{aligned} q_{xi} &= \xi_x f_x \left( \xi_x \frac{\partial u^x}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u^x}{\partial \eta} \right) \\ q_{xn} &= \eta_x f_x \left( \xi_x \frac{\partial u^x}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u^x}{\partial \eta} \right) \\ q_{yi} &= \xi_y f_y \left( \xi_y \frac{\partial u^y}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial u^y}{\partial \eta} \right) \\ q_{yn} &= \eta_y f_y \left( \xi_y \frac{\partial u^y}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial u^y}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (7)} \quad \left. \begin{aligned} f_x &= -k \Delta x h (|u^x| + \sqrt{gh}) \\ f_y &= -k \Delta y h (|u^y| + \sqrt{gh}) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (8)}$$

k : 人工粘性係数

境界条件としては上流端では所与の単位幅流量となるように各時間ステップで流速を設定している。また下流端では段落ち条件として、限界水深を設定している。

## 2. 2 河床変動の基礎方程式

床止め工下流では洗掘孔が生じた場合、三次元性の強い流れとなるため二次元平面流れの計算法では厳密には表現できない。しかし、構造物周りの河床変動については、厳密に局所流を解かなくとも洗掘を引き起こす主要な機構がモデルに考慮されていれば、構造物周辺の洗掘・堆積現象は実用的な精度で解が得られることが示されている。<sup>4)</sup>これは、局所流が河床形状により強く規定されるため、洗掘・堆積現象を適切に表現することにより、流れの解の不十分さがそれ程重要ではなくなるという考え方である。したがって、河床変動計算では、床止め工周辺の特徴である非平衡流砂運動を十分に取り込むことにより、流れの解析モデルの不十分さを補うことが可能であると考えられる。ここでは次式の福岡ら<sup>5)</sup>による非平衡流砂量式を用いた。

$$\frac{\partial q_{B\epsilon}}{\partial \xi} \frac{q_{B\epsilon}}{(q_{B\epsilon}^2 + q_{B\eta}^2)^{3/2}} + \frac{\partial q_{B\epsilon}}{\partial \eta} \frac{q_{B\eta}}{(q_{B\epsilon}^2 + q_{B\eta}^2)^{3/2}} = \kappa_B (q_{B\epsilon\epsilon} - q_{B\epsilon}) + \frac{\tau_c c o s \theta}{\rho_s u_d} (c o s \bar{\gamma}' - c o s \bar{\gamma}) \quad (9)$$

$$\frac{\partial q_{B\eta}}{\partial \xi} \frac{q_{B\epsilon}}{(q_{B\epsilon}^2 + q_{B\eta}^2)^{3/2}} + \frac{\partial q_{B\eta}}{\partial \eta} \frac{q_{B\eta}}{(q_{B\epsilon}^2 + q_{B\eta}^2)^{3/2}} = \kappa_B (q_{B\eta\eta} - q_{B\eta}) + \frac{\tau_c c o s \theta}{\rho_s u_d} (s i n \bar{\gamma}' - s i n \bar{\gamma}) \quad (10)$$

ここに、 $q_{B\epsilon\epsilon}$ 、 $q_{B\eta\eta}$ は $\xi$ 、 $\eta$ 軸方向の平衡状態での掃流砂量、 $\theta$ は河床面の最大勾配、 $\tau_c$ は限界掃流力、 $\rho_s$ は砂の密度、 $u_d$ は砂の移動速度で $8.5(u_* - u_{*c})$ 、 $\bar{\gamma}'$ は外力ベクトル(流れによるせん断力+河床面の傾きに伴うせん断力)の向き、 $\bar{\gamma}$ は流砂運動の向き、 $\kappa_B$ は非平衡性を規定するパラメータである。

さらに、床止め工周辺では局所洗掘のため縦横断勾配が大きくなるため、平衡流砂量式には福岡ら<sup>6)</sup>の河床の縦横断勾配の影響を取り込んだ次式を用いる。

$$\frac{q_{B\epsilon}}{\sqrt{s g d^3}} = K \tau_*' (\tau_*' - \tau_{*c}') \quad (11)$$

$$q_{B\epsilon\epsilon} = q_{B\epsilon} \frac{\tau_{*\epsilon}'}{\tau_*'}, \quad q_{B\eta\eta} = q_{B\epsilon} \frac{\tau_{*\eta}'}{\tau_*'} \quad (12)$$

ただし、

$$\tau_*' = (\tau_{*\epsilon}^2 + \tau_{*\eta}^2)^{1/2}, \quad \tau_{*\epsilon}' = \tau_{*\epsilon} + \tau_{*c} \sin \theta_{\epsilon} / \mu_s, \quad \tau_{*\eta}' = \tau_{*\eta} + \tau_{*c} \sin \theta_{\eta} / \mu_s, \\ \tau_{*c}' = \tau_{*c} [1 - (\sin^2 \theta_{\epsilon} + \sin^2 \theta_{\eta})]^{1/2}$$

$$\tau_{*\epsilon} = \tau \frac{u_{\epsilon}}{V} = \frac{n^2 u_{\epsilon}^4 \sqrt{(u_x^2 + u_y^2)^2}}{s d h^{1/3}}, \quad \tau_{*\eta} = \tau \frac{u_{\eta}}{V} = \frac{n^2 u_{\eta}^4 \sqrt{(u_x^2 + u_y^2)^2}}{s d h^{1/3}}$$

ここに、 $d$ :河床材料の粒径、 $\tau_{*c}$ :水平床上の無次元限界掃流力(岩垣式)、 $\tau_{*\epsilon}$ 、 $\tau_{*\eta}$ : $\xi$ 、 $\eta$ 方向の無次元掃流力、 $\tau$ :主流方向の無次元掃流力、 $\mu_s$ :静止摩擦係数(=1.0)、 $K$ :定数(=20)、 $\theta_{\epsilon}$ 、 $\theta_{\eta}$ : $\xi$ 、 $\eta$ 方向の河床勾配、 $V$ :主流方向の流速

式(9)、(10)より求まる流砂量を用いて、次式の流砂連続式により河床高の時間的変化を計算する。

$$\frac{\partial z}{\partial t} \frac{z}{J} + \frac{1}{1-l} \left( \frac{\partial q_{B\epsilon}}{\partial \xi} \frac{z}{J} + \frac{\partial q_{B\eta}}{\partial \eta} \frac{z}{J} \right) = 0 \quad (13)$$

また、河床高は、河床勾配が砂の水中安息角を満足するように平滑化を行っている。

## 3. 計算結果と模型実験との比較

### 3. 1 計算条件

建設省土木研究所において行われた模型実験<sup>1)、3)</sup>を対象として、数値解析を行う。対象とした床止め工は急流河川を対象とした複断面河道での直線型床止め工である。床止め工は図-1に示す平面形状のものを用いており、取り付け擁壁を直立擁壁とし、床止め工下流に直線区間を設けることにより跳水後の流水をスムーズに流下させ、洗掘の軽減を図る形状となっている。高水敷は床止め工天端から護床工の間の落差

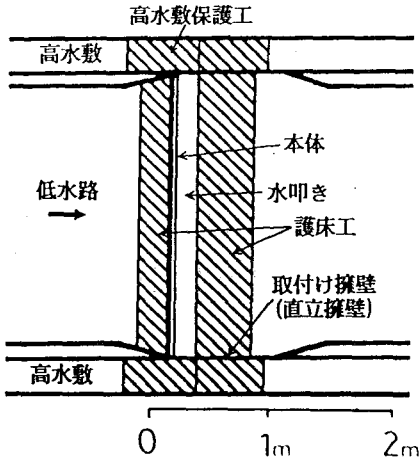


図-1 床止め工平面形状

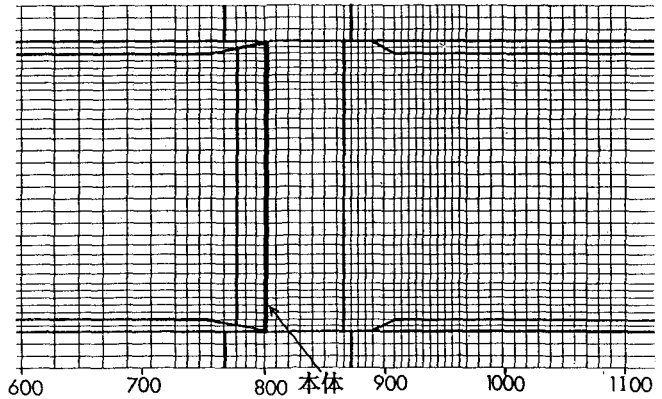


図-2 計算メッシュ配置図

を滑らかにすり付け、高水敷保護工を設けている。図-2は計算メッシュ配置図である。局所洗掘の著しい護床工下流及び側岸近傍では細分メッシュを用いている。計算条件を表-1に示す。計算は河床がほぼ安定するまで行った。

### 3. 2 計算結果

図-3は河床変動高カウンター図の実験値と計算値の比較を示す。ここで、ケース1は式(11)、(12)の平衡流砂量式を用いて計算した場合、ケース2は式(9)、(10)の非平衡流砂量式を用いた場合である。非平衡流砂量式に含まれる非平衡性を規定するパラメータ $\kappa_B$ は、大きく取れば非平衡性は弱まり、 $\kappa_B = \infty$ において非平衡流砂量=平衡流砂量となる。逆に小さくとれば非平衡性が強まる。 $\kappa_B$ に関しては福岡ら<sup>7)</sup>により次式で与えられている。

$$\kappa_B = C \left[ \left\{ \frac{\rho_o \nu^2}{(\rho_s - \rho_o) g} \right\}^{1/3} \tau_* \right]^{-1} \quad (13)$$

ここに、 $C$ ：定数（福岡らの実験では $C = 5 \times 10^{-6}$ ）

床止め工下流では護床工直下流で非常に大きい非平衡性を示し、断面一様の流れになるに従って非平衡性は小さくなる。したがって、この現象を表現するために、定数 $C$ を護床工下流より距離に応じて変化させる必要がある。ここでは、護床工直下流において $C = 5 \times 10^{-7}$ 、跳水の終了し流れの様に近づく付近（距離950cm）で $C = 5 \times 10^{-6}$ になるようなめらかに変化させる。それより下流及び床止め工上流では $C = 5 \times 10^{-6}$ を用いた。

実験結果と計算結果を比較すると、ケース1では取り付け擁壁先端の洗掘傾向は見られるが、護床工下流の全体的な低下傾向は表現できていない。つまり、取り付け擁壁先端の流れの集中による洗掘傾向は表れているが、護床工下流の様に水理量の場所的変化の著しく、流砂運動の非平衡性の強い領域では平衡流砂量式では洗掘現象を十分表現できないと考えられる。

ケース2では、流砂運動の非平衡性を考慮した結果、ケース1に比較して護床工下流の洗掘形状の再現性は改善された。特に取り付け擁壁周辺では実験値にかなり近くなっている。しかし、図-4にも示すように水路中央部ではまだ洗掘範囲が限定されている。この原因としては、護床工下流で生じる流れの、剥離、ローラー渦及びそれに伴う活発な砂の巻上げを掃流砂の非平衡性を考慮するだけでは十分に考慮でき

表-1 計算条件

河床勾配	1/200
川幅	150m (3.0m)
低水路幅	120m (2.4m)
落差	2m (4cm)
河床材料	$d_m = 40\text{mm}$ (0.8mm) 混合粒径砂
流量	単位幅流量 $q = 15\text{m}^2/\text{s}$ ( $q = 0.042\text{m}^2/\text{s}$ )
上流境界条件	一定流量
下流境界条件	段落下
粗度係数	低水路：0.02
	高水敷：0.025
	水叩き・護床工：0.015
供給土砂	上流河床が動的平衡状態になるよう給砂

注) 裸書き数値は現地換算値を表す。  
( )書きは模型での数値を表す  
(模型縮尺1/50)

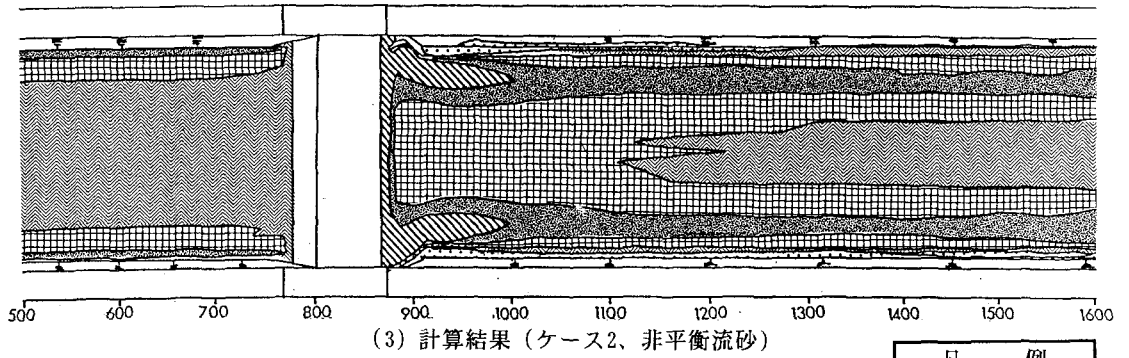
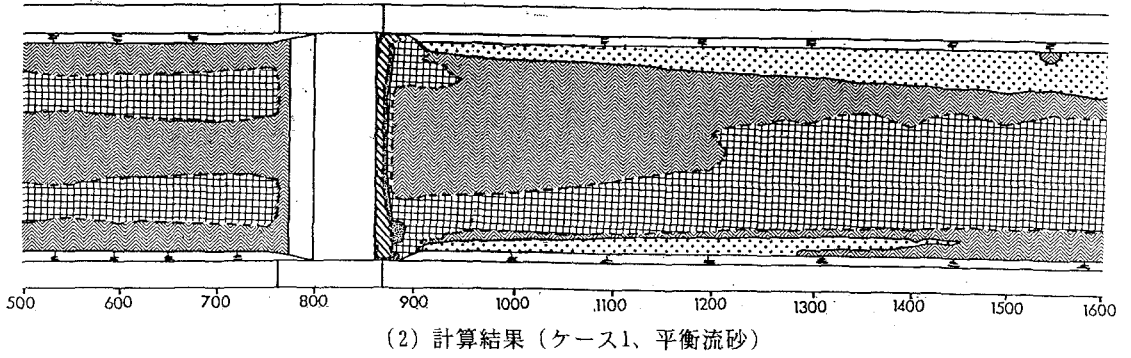
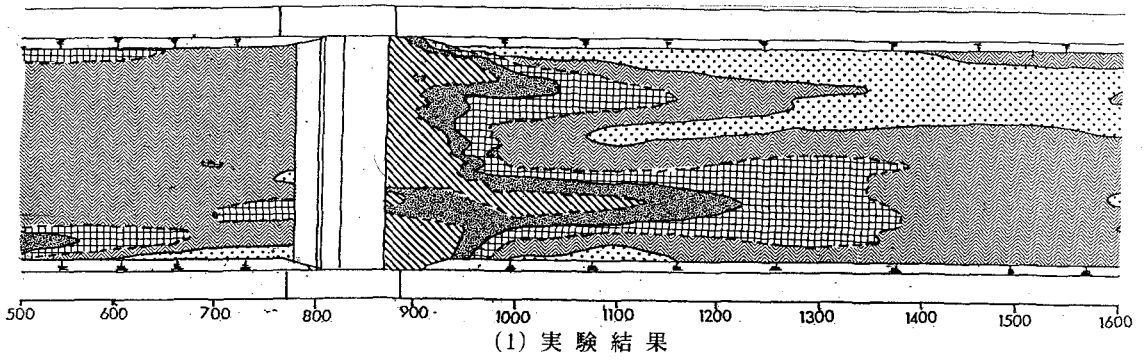


図-3 河床変動高コンター図の比較

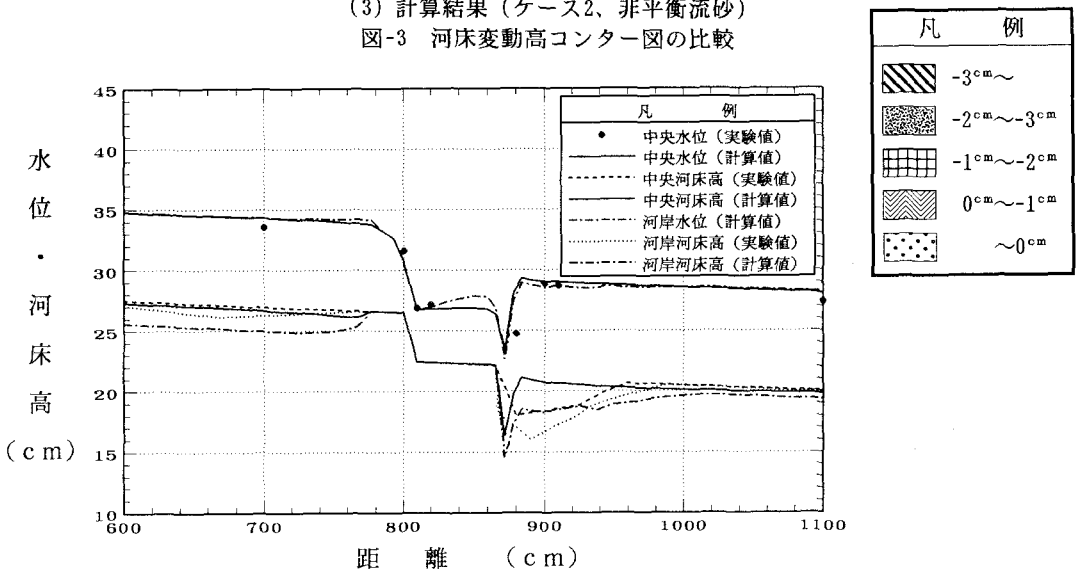
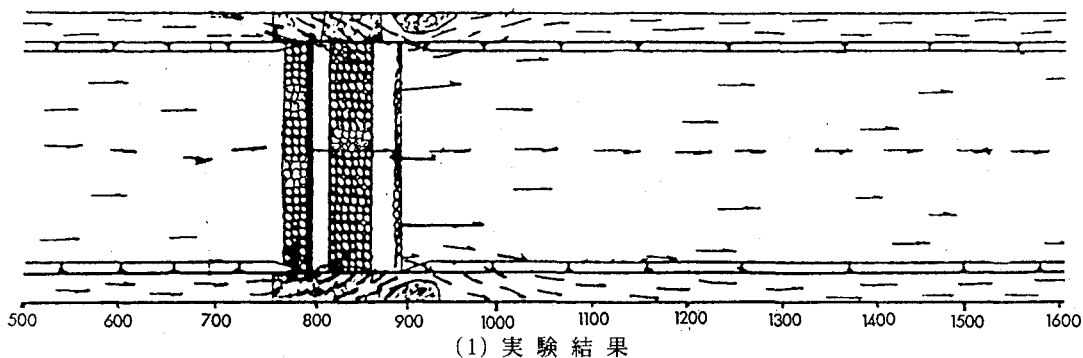
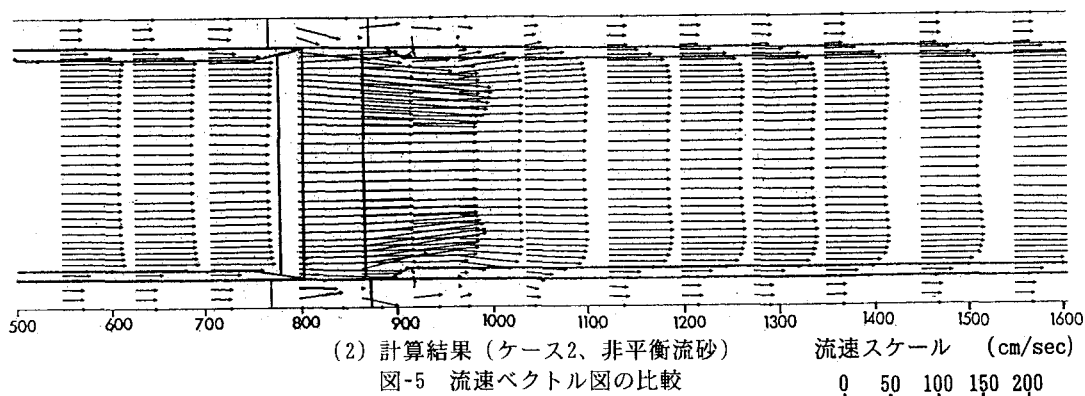


図-4 水位・河床高縦断面図

(流速は2割水深の計測値を表示している。)



(1) 実験結果



(2) 計算結果 (ケース2、非平衡流砂)

流速スケール (cm/sec)

図-5 流速ベクトル図の比較

0 50 100 150 200

ていないためと考えられる。この点については今後の課題である。

一方、図-4に示すように計算水位は跳水を含め良好に再現出来ている。平面流況については図-5に示すように計算結果は流れの落ち込み、乗り上げ及び停滞などの特徴をよく表せている。

#### 4. おわりに

本数値解析モデルにより、床止め工周辺の複雑な平面的流れは良好に再現できた。また、取り付け擁壁周辺のような流れの集中による洗掘をかなりの程度表現できること、流砂の非平衡性を考慮することにより、洗掘形状の再現性を改善できることが明らかとなった。しかし、護床工下流の局所洗掘はまだ十分には表現し得ていない。この原因は、護床工下流の流れの剥離、ローラー渦及びそれに伴う活発な砂の巻上げ現象が関わっており、これについて十分に考慮出来ていないためと考えられる。今後はこの点を改良していくことが必要である。

#### 参考文献

- 1) 長谷川、福岡、高橋、小谷:床止め工の平面形状に関する実験的研究、第43回年講、1988.
- 2) 清水、山下、山下、崇田:一般曲線座標形を用いた常・射流混在流れの計算、開発土木研究所月報、No. 4 55、1991.
- 3) 山本、高橋、長谷川:床止め工に関する調査報告書、土木研究所資料第2760号、1989.
- 4) 福岡、富田、堀田、宮川:橋脚まわりの局所洗掘推定のための実用的数値シミュレーションの開発、土木学会論文集、No. 497/II-28、1994.
- 5) 福岡、山坂:直線流路の交互砂州、第27回水講論文集、1983.
- 6) 福岡、山坂:なめらかな横断面形状をもつ直線流路のせん断力分布と拡幅過程の解析、土木学会論文集 No. 351/II-2、1984.
- 7) 金、福岡、山坂:流砂の非平衡性を規定するパラメータ $\kappa_B$ の決定、第38回年講、1983.