

礫床河道内に堆積する細砂について

On fine sand deposition in gravel channels

泉 典洋¹・パーカー, ゲーリー²

By Norihiro IZUMI and Gary PARKER

In natural rivers, it is commonly seen that gravel beds are delineated by sandy banks. A theoretical model to explain the "gravel bed sand bank morphology" of straight rivers is presented in this study. The theory of stable cross-section of gravel rivers is combined with that of sand-silt rivers by introducing the concept of an available function (p) of fine sands on gravel beds. The theory predicts the location of sand deposit in the channel for given center depth, slope and center value of p (available function).

Keywords: gravel river, sand-silt river, stable channel cross-section, singular perturbation technique

1. はじめに

自然河川の中には、河床が粗い礫で構成されているにもかかわらず、河岸部は非常に細かい砂やシルトによって構成されている、いわゆる“礫床砂岸”地形を有するものが頻繁に見られる。その一例として図-1に、Andrews¹⁾によって観測されたEast Fork River (Wyoming, USA)の断面図を示す。図には融雪による洪水時の三つの水位における砂の堆積状況が示されている。5月8日から27日にかけて、水位の増加に伴って若干増加した河道左半分の堆砂は、さらに水位の上昇した5月28日にはきれいに消滅してしまう。この興味深い堆砂の挙動もさることながら、ここで注目したいのは、河床が礫であるのに対して、(図中には示されていないが

Andrewsの証言によれば)切り立った左右の側岸部が細かい砂で構成されているという事実である。河道内堆

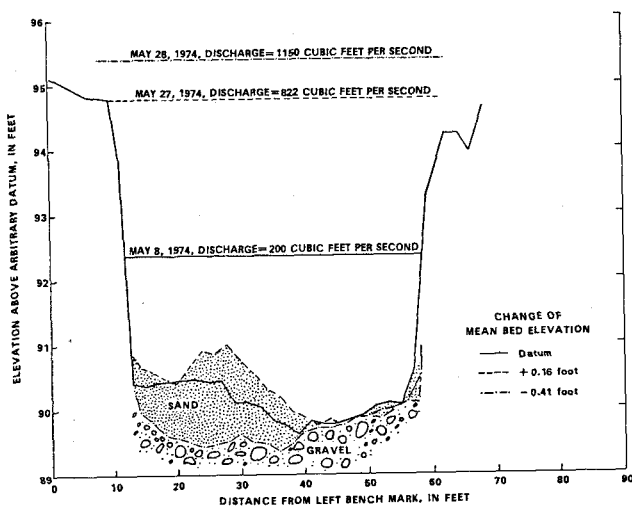


図-1 East Fork River (Wyoming, USA) の断面図
(courtesy: E. D. Andrews)

¹ 正員 PhD 東京工業大学助手 土木工学科 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)

² PhD ミネソタ大学教授 SAFHL (Missi. River @ 3rd Ave SE, MPLS, MN 55414, USA)

砂が一掃される最大高水時には、河床が礫、側岸が細砂という典型的な“礫床砂岸”地形が形成されている。また、平水流量が $20\text{ft}^3/\text{sec}$ 程度に減少してしまうこの河川では、平水時にも河道内堆砂が河岸となって、“礫床砂岸”地形が形成されていると予想される。このような“礫床砂岸”地形、そしてそれによる河道幅の減少は、時に河道を閉塞させたり、braided riverを安定化しanastomosed riverへと遷移させる大きな原因となっている²⁾。工学的な見地からも、礫床河道内における細砂の堆積位置及び堆積量を予測することは河道設計上きわめて重要である。

本研究では、上述したような“礫床砂岸”地形の形成メカニズムを砂床河川と礫床河川の安定横断形状の理論³⁾⁴⁾を組み合わせることによって、理論的に説明しようとするものである。

2. 仮定

問題を容易にするために次のような仮定を導入する。

2.1 二つの代表粒径

先に述べたEast Fork Riverの場合、河道を形成する土砂は、その流送形態から二種類に分けられる。掃流のみによって輸送される礫と掃流、浮遊の両方で輸送される細砂である。本研究では、河床材料を礫と細砂という二つの粒径によって代表させる。

2.2 砂礫混在河床の巻き上げ量と横断方向掃流砂量

平野⁵⁾及びParker⁶⁾に倣って交換層(active layer)の概念を導入しよう。これは、巻き上げと堆積の間で活発に交換される土砂によって形成される薄い層である。巻き上げによって流水中に供給される浮遊砂や掃流によって運ばれる土砂は、この交換層内に存在している。

河床が細砂によって完全には覆われておらず一部礫が露出している場合、完全に覆われている場合に比べて細砂の巻き上げ量 E 及び横断方向掃流砂量 q_{BL} は小さくなるはずである。その値を次式によって表す。

$$E = f(\bar{p}) \cdot E^F, \quad q_{BL} = f(\bar{p}) \cdot q_{BL}^F \quad (1,2)$$

ここで E^F 及び q_{BL}^F はそれぞれ交換層が細砂によって満たされているときの巻き上げ量及び横断方向掃流砂量である。 $f(\bar{p})$ は、交換層内において浮遊に供され得る細砂の相対量を表すものであり、交換層が完全に細砂によって満たされたとき1、全く細砂が存在しないとき0の値をとる。したがって $f(\bar{p})$ は、細砂が交換層内に占める体積率 $\bar{p}$ の関数になると考えるのが自然である。ここで導入した $f(\bar{p})$ の正確な関数形については不明であるが、 $\bar{p}$ が0となるとき0となり、 $\bar{p}$ がそのとり得る最大の値 $\bar{p}^F$ となるとき1となる。そこでここではその条件を満たす最も簡単な関数として次式を仮定する。

$$f(\bar{p}) = \bar{p}/\bar{p}^F = p \quad (3)$$

ここで $\bar{p}^F$ は交換層が完全に細砂で満たされたときの体積率である。

3. 思考実験

ここで思考実験を行ってみよう。

まず細砂を含まない礫のみで構成された図-2aのような河道を想定しよう。今、少量の細砂が上流から供給されたとする。そのとき細砂は掃流と浮遊によって下流へと輸送されるが、その一部は河床の一部に堆積する。もし供給された細砂が十分少量であれば、細砂は交換層の一部を満たし、流水中あるいは交換層内を流送され、河床形状にはなんら影響を与えない。したがってこの状態までは、河道の横断面形状は礫相によって決定される(図-2b)。

さらに大量の細砂が供給された場合、細砂は図-2cのように底面剪断力の小さな側岸部に堆積し始める。この状態が図-1に見られたいわゆる“砂岸礫床”の地形である。本研究で対象とするのはこの状態である。

もし、もっと大量の細砂が供給された場合、細砂は図-2dのように側岸部だけでなく河道中央部まで覆ってしまう。この状態ではもはや河道横断面形状は砂相のみによって決定されることになり、砂床河川の平衡横断面形状の理論によって説明することができる。

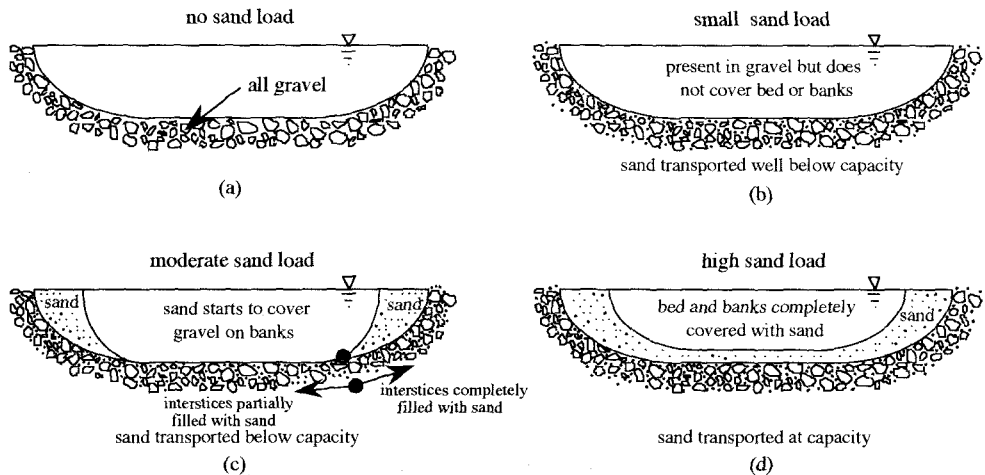


図2 礫床河道内の細砂の堆積過程に関する思考実験

礫床河川から砂床河川への遷移過程はこのようにして概念的に説明することができる。

4. 定式化

ここで先に述べた“礫床砂岸”地形に関する概念的な議論を定式化する。

礫相は平衡形状になっているものと仮定する。

理想的な平衡形状は完全に左右対称であるので、以降左半分のみを考えることにしよう。礫相の

半河幅を B ，局所水深を D ，河道中央部の水深を D_c ，河床勾配を S ，側岸部の幅を B_s で表すことにする。河道中央部は完全に平坦であるのに対し，横断方向に勾配を持つ側岸部の形状はParker⁴⁾によって与えられた次の式を用いる。

$$\frac{D}{D_c} = \frac{1}{1-r} \left\{ \cos \left[\mu \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^{1/2} \frac{B_s - y}{B_s} \right] - r \right\} \quad (4)$$

ここで r は $r = \mu\beta$ で表される定数であり， μ は水中でのクーロン摩擦係数(= 0.84)， β は揚力係数と抗力係数の比(= 0.85)である。 r の値は0.72となる。またこの時 B_s/D_c の値は2.25となることがわかっている⁴⁾。

次に砂相について考えてみよう。砂相の横断面形状が平衡状態に達している時，砂相に関して次のような釣り合い式が成立している(図-3)。

$$\frac{dF_L}{dy} = E - D_p, \quad F_L - q_{BL} = 0 \quad (5, 6)$$

ここで F_L は水深積分した横断方向の浮遊砂フラックス， D_p は堆積速度である。

§3の思考実験の所で述べたように，細砂は底面剪断力が比較的小さい側岸部に堆積することが予想される。そこでまず細砂が $0 \leq y \leq y_t$ の領域に堆積しており，河床上的礫相は砂相に完全に覆われているとする。堆積した細砂は $0 \leq y \leq y_m$ の領域で水面にまで達し砂相の水際は $y = y_m$ にあるとする。このとき河道は $2y_m$ だけ狭まったことになる。水際では横断方向の浮遊砂フラックスと掃流砂量，水深はいずれも零となる。

$$F_L = q_{BL} = D = 0 \quad \text{at } y = y_m \quad (7a, b, c)$$

砂相と礫層の遷移点上($\eta = \eta_t$)では， D ， Z ， F_L ， q_{BL} が連続であり， p の値は1となっている。

砂相と礫相の遷移点より河道中央側 $y_t \leq y \leq B$ の領域では，礫相が露出しており，横断面形状は礫相によつ

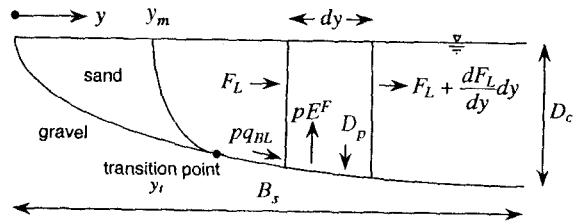


図3 砂相の平衡状態の概念図

て決定されるため既知となり、式(4)によって与えられる。一方、 p は1以下の未知数となる。

河道中央では対称性によって細砂の横断方向浮遊砂フラックス及び横断方向掃流砂量がともに零にならない。またアクティブレイヤー内に含まれる細砂の体積率 p は河幅が十分大きければ河道中央に近づくにつれてある一定値に漸近するはずである。ここでも河幅は水深に比べて十分大きいものと仮定し、 p が漸近する一定値を p_c とするとこれらの条件は次式によって表される。

$$F_L = q_{BL} = 0, \quad p = p_c \quad \text{at } y = B \quad (8a, b, c)$$

ここで p_c の値は河道の全細砂量によって決定される値である。

式(5), (6)を解くにあたってParker³⁾の理論に倣い、 F_L , D_p を水深方向に積分した浮遊砂濃度 ζ を用いて表現する。

$$F_L = -\varepsilon_y \frac{d\zeta}{d\eta}, \quad D_p = \frac{v_s^2}{\varepsilon_z} \zeta \quad (9, 10)$$

ここで ε_y , ε_z はそれぞれ横断方向、鉛直方向の乱流拡散係数、 v_s は細砂の沈降速度である。泉・池田はより精度の良い近似として $F_L = -\varepsilon_y d\zeta/dy + \varepsilon_y (v_s \zeta / \varepsilon_z) dD/dy$ を用いている。これを用いても同様の解析が可能であるが、本研究では、解析を容易にし、見通しをよくする意味からParkerの定式化を用いることにする。

ε_y , ε_z はParker³⁾の理論に倣って次式を用いる。

$$\varepsilon_y = 0.13 u_c^* D_c, \quad \varepsilon_z = 0.077 u_c^* D_c \quad (11, 12)$$

ここで u_c^* は河道中央における摩擦速度である。

q_{BL}^F 及び E^F としては次の泉・池田⁷⁾の修正式を採用する。

$$q_{BL}^F = 1.85 \tau^* \frac{2dD}{dy} (R_s g D_s^3)^{1/2}, \quad E^F = 0.001 \tau^* R_f^{-2} v_s \quad (13, 14)$$

ここで τ^* はシールズ数、 R_f は細砂の粒子レイノルズ数で $v_s / (R_s g D_s)^{1/2}$, R_s は細砂の水中比重、 D_s は細砂の粒径である。

河床の横断方向勾配は小さく水深は緩やかに変化すると仮定する。そのとき横断方向のレイノルズ応力は小さく、底面剪断力は水深を用いた次の式によって近似的に表現できる。

$$\tau = \rho g D S \quad (15)$$

5. 解法

基準値として次のような値を導入する。

$$\bar{F}_L = \varepsilon_y D_c B_s^{-1}, \quad \bar{q}_{BL}^F = 1.85 \tau_c^* D_c B_s^{-1} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (16a, b)$$

ここで添字 c は河道中央での値を表す。また次のような無次元化を導入する。

$$s = D/D_c, \quad Z = \zeta/\zeta_c, \quad \eta = y/B_s \quad (17a, b, c)$$

式(5), (6)は(1)-(3), (9)-(15)および(16), (17)を用いて次の様に無次元化される。

$$\gamma \frac{d}{d\eta} \left(p s^2 \frac{ds}{d\eta} \right) = \lambda Z - p s^2, \quad \frac{dZ}{d\eta} = K p s^2 \frac{ds}{d\eta} \quad (18, 19)$$

ここで

$$\gamma = \bar{q}_{BL}^F / (B_s E_c^F), \quad \lambda = D_{pc} / E_c^F = p_c, \quad K = \bar{q}_{BL}^F / \bar{F}_L \quad (20a, b, c)$$

ここで γ の値は式(14)及び式(16)を用いて次の様に書き直される。

$$\gamma = 1850 R_f \left(\frac{D_s}{D_c} \right) \left(\frac{D_c}{B_s} \right)^2 \quad (21)$$

ここで一般的な値を用いて γ の値を見積もる。細砂の粒径として0.2mmを用いれば、Rubeyの公式から R_f は0.43と見積もられる。河道中央の水深 D_c は砂相とは独立に決まる礫相の安定水深である。これをいま1mとする。 B_s の値もやはり礫相によって決定される値であり $2.25 D_c$ であることは既に述べた。これらの値を用いると γ の値は0.0314と計算される。自然河川における γ はかなり小さな値をとることが予想される。そこでここでは γ の値を微小パラメータとして特異摂動法の手法を用いて式(18), (19)を解くことにしよう。

5.1 河床が細砂に完全に覆われている領域(領域I)での解 ($\eta_m \leq \eta \leq \eta_l$)

前述したように河床が細砂によって完全に覆われている領域では断面形状は砂相によって自律形成される。したがってこの領域では $p = 1$ であり、無次元浮遊砂濃度 Z と無次元水深 s が未知量となる。必要となる境界条件は式(7)を無次元化することによって次の様になる。

$$dZ/d\eta = s^2 ds/d\eta = s = 0 \quad \text{at } \eta = \eta_m \quad (22a, b, c)$$

式(18)中の γ を含む二階微分の項は $\eta = \eta_m$ 近傍では決して小さくはない。この項が他の項と同じオーダーとなるような座標 $\phi = (\eta - \eta_m)/\gamma^{1/2}$ を用いて方程式を書き直し、必要な境界条件を用いて式(18), (19)を解くと、無次元水深 s および無次元浮遊砂濃度 Z が次の様に求められる。

$$\int_0^s \left(\frac{p_c K}{9} s^2 + \frac{2p_c C_0}{3s} - \frac{2s}{5} \right)^{-1/2} ds = \phi - \phi_m, \quad Z = \frac{1}{3} K s^3 + C_0 \quad (23, 24)$$

ここで C_0 は積分定数であり、次に述べる領域IIの解との接続によって決定される。

5.2 河床が細砂に完全に覆われていない領域(領域II)での解 ($\eta_t \leq \eta \leq \eta_c$)

この領域では s は礫相の平衡形状(4)であり、 p と Z が未知数となる。したがって式(18)および(19)を(4)とともに、 p と Z について解けばよい。その際必要となる境界条件は式(8)を無次元化して次の様になる。

$$dZ/d\eta = s^2 ds/d\eta = 0, \quad p = p_c \quad \text{at } \eta = B/B_s \quad (25a, b, c)$$

式(18), (19)で γ の1次の項を無視すると次の解が得られる。

$$p = p_c s^{-2} e^{p_c K(s-1)}, \quad Z = e^{p_c K(s-1)} \quad (26, 27)$$

これらの解は河道中央における境界条件を満たすが、遷移点における接続条件を満たす必然性はない。式(18)中の2階微分の項を無視したため、必ずしも全ての境界条件を満たすことができなくなったのである。 $\eta = \eta_t$ 近傍で内部変数 $\xi = (\eta - \eta_t)/\gamma$ を定義する。そのとき $\eta = \eta_t$ 近傍での γ の0次までの解は次のようになる。

$$p = \frac{p_c}{s^2(\eta_t)} e^{p_c K[s(\eta_t)-1]} + \left\{ 1 - \frac{p_c}{s^2(\eta_t)} e^{p_c K[s(\eta_t)-1]} \right\} e^{-\xi/s(\eta_t)}, \quad Z = e^{p_c K[s(\eta_t)-1]} \quad (28, 29)$$

5.3 領域Iと領域IIの解の接続

ここでは、遷移点($\eta = \eta_t$)において、領域Iおよび領域IIの解を接続する。接続の条件は次の三つである。a) 水深が連続である。b) 浮遊砂濃度(Z)が連続である。c) 横断方向の浮遊砂フラックス($dZ/d\eta$)及び掃流砂フラックス($s^2 ds/d\eta$)が連続である。

式(23), (24)及び(29)に条件a, bを適用すれば水際線の位置 η_m が次のように得られる。

$$\eta_m = \eta_t - \gamma^{1/2} \int_0^{s(\eta_t)} \left(\frac{p_c K}{9} s^2 + \frac{2p_c C_0}{3s} - \frac{2s}{5} \right)^{-1/2} ds, \quad C_0 = e^{p_c K[s(\eta_t)-1]} - \frac{1}{3} K s^3(\eta_t) \quad (30, 31)$$

最後にa, cの条件から次の関係が得られる。

$$p_c e^{p_c K[s(\eta_t)-1]} = s^2(\eta_t) \quad (32)$$

ここで $s(\eta_t)$, $s_{\eta}(\eta_t)$ は式(4)より求められる。式(32)は、河道中央における p の値 p_c と堆積の始まる位置 η_t の間の関係を与える。

6. 考察と結論

図4に $s(\eta_t)$, p_c , K の関係を示した。 p_c は河道内に存在する細砂量の指標となるものであり、細砂量が多いと p_c も大きくなる関係を持っている。したがって p_c が増加すると堆積がより深いところで始まるというのは予想された結果である。ここで K の値は次のように表せる。

$$K = 3.05 \times 10^{-5} R_f^3 \left(\frac{D_s}{D_c} \right)^2 S^{-1} \quad (33)$$

したがって水深が深く、勾配が小さいほど K の値は小さくなる。図より K が小さいほど $s(\eta_t)$ が大きくな

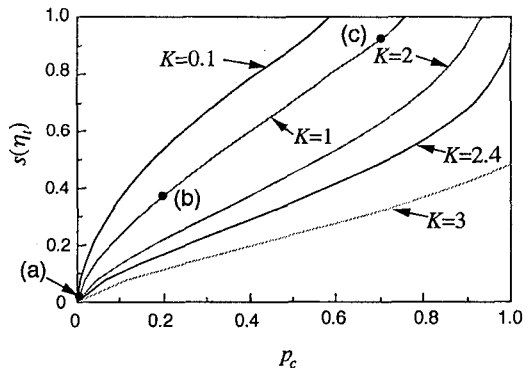
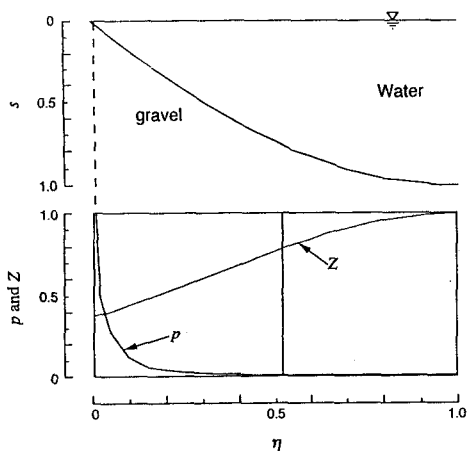
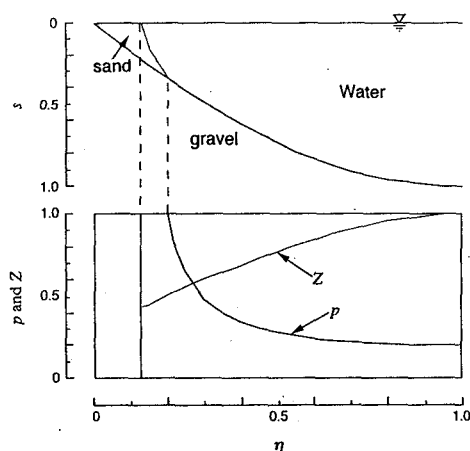


図4 p_c と K による $s(\eta_t)$ の変化; $\gamma = 0.01$



(a) s, p and Z versus η ;
 $p_c=0.01, \gamma=0.01, K=1$.

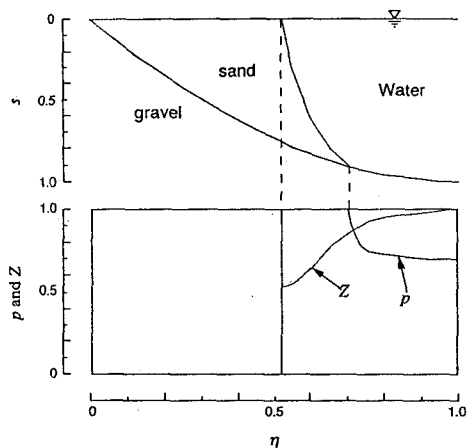


(b) s, p and Z versus η ;
 $p_c=0.2, \gamma=0.01, K=1$.

図-5 細砂の堆積形状 s 及び p の計算結果

ることから、水深が深く、勾配が小さいほど堆積の始まる位置は深くなることaugうかがえる。 K が1の場合についていくつかの p_c の値に対応する河床形状を図-5に示した。図-4中のa, b, cはそれぞれ図-5a, b, cに対応している。礫床から急勾配の砂岸が立ち上がっている様子が表現できている。

本研究では礫床砂岸地形の形成メカニズムを物理モデルを用いて論じたが、実用的なモデルにするには流量、流砂量と堆積位置の関係を導かなければならない。そのためには河道の抵抗則を交えた自律形成河道モデルの構築が必要となる。また本理論では礫床河道内の横断方向に勾配を持った側岸部における砂の堆積を論じることは可能だが、勾配がない場合や逆勾配の場合には適用できない。これを解くためには運動量の横断方向輸送を考慮したより精密なモデルが必要となる。どちらも今後の課題である。



(c) s, p and Z versus η ;
 $p_c=0.7, \gamma=0.01, K=1$.

参考文献

- 1) Andrews, E. D.: Scour and fill in a stream channel, East Fork River, Western Wyoming, USGS Prof. Paper 1117, 1979.
- 2) Smith, D. G.: Aggradation of the Alexandra-norb Saskatchewan River, Banff Park, Alberta, In: Marie Morisawa (ed.), Fluvial Geomorphology, A Proceedings Volume of the Forth Annual Geomorphology Symposium Series held at Binghamton, New York, Sept. 27-28, pp. 201-209, 1973.
- 3) Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed, 1, The sand-silt river, J. Fluid Mech. 89(1), pp. 109-125, 1978a.
- 4) Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed, 2, The gravel river, J. Fluid Mech. 89(1), pp. 127-146, 1978b.
- 5) 平野宗夫: Armoring をともなう河床低下について, 土木学会論文集No. 195, pp. 55-65, 1971.
- 6) Parker, G.: Selective sorting and abrasion of river gravel. I: Theory, Journal of Hyd. Eng. 117(2), 1991.
- 7) 泉典洋・池田駿介: 直線砂床河川の安定横断河床形状, 土木学会論文集No. 429/II-12, pp. 57-66, 1991.