

安定河道縦断形状に関する研究

Analysis on The Stable Longitudinal Profile of Rivers

* *
黒木 幹男 ・ 板倉 忠興

By Mikio KUROKI and Tadaoki ITAKURA

The Longitudinal profiles of bed elevation, the mean diameter of bed materials, the width of channel and the depth of flow in alluvial rivers were analysed theoretically. In order to close the system of equations the concept that the bed shear stress remain constant in the longitudinal direction was introduced. This was derived in the analysis for the stable cross sectional shape of channels.

The results of theoretical analysis were tested with the data of rivers in Hokkaido. The longitudinal profiles in rivers in Hokkaido fit to the theoretical one relatively well.

keywords : Longitudinal Profiles, Stable Channels

1. はじめに

河川は山地の溪流に始まり、次第に大きくなって海に至る。これが一般的な河川のイメージであろう。河道幅は溪流では狭く海に近づくに従って広くなる。水深も同様に次第に深みを増す。これに対して、河床や河岸を構成する砂礫の大きさは、次第に細くなる。このような河川の縦断方向の変化のイメージを、土砂水理学はどの程度の説明が可能であろうか。さらに、このような縦断方向の河道特性に平衡状態が存在し得るかどうか、いわゆる安定縦断形状の問題は河川工学上極めて重要な問題である。

安定な河道縦断形状を知るために、これまでに多くの試みがなされてきた¹⁾。しかし、在来の研究成果を調べてみると、未知量に対して条件式が不足していることが判る。このため河道幅、水深、河床材料の粒径等、本来は未知量とすべき量の1つまたはそれ以上を与条件としなければならず、閉じた形で自然状態の河道の安定縦断形状を議論することが出来なかった。

近年、河岸侵食の研究やこれを基礎にした安定横断形状の研究が進み、新たな条件式として縦断方向の安定形状の解析に取り入れることがまがりなりにも可能になってきた。本研究では、安定横断形状の研究成果を踏まえて、新たな河道縦断方向の安定形状についての議論を展開するための基本的な枠組みについて検討を行った。

2. 安定縦断形状の基礎式

土砂水理学の立場から河道の安定縦断形状を議論する場合、どのような流量を対象に議論すれば良いかと言う問題に遭遇する。土砂移動を前提に議論をするわけであるから、当然移動限界以上の流量が対象にはなるが、その場合でも実河川に於ける流量の変化は小さくない。

* 正会員 工博 北海道大学助教授 土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)
** 正会員 工博 北海道大学教授 土木工学科 (同 上)

これまでの解析では、支配流量と云う考え方が導入されている場合が少なくない。支配流量自体をどのように定義するかと云う問題は暫く置くとして、流量の変転きわまりない実河川の現象を、特定の流量で代表させて議論できるかどうかと云う本質的な質問に、直ちに答えを用意することは出来ない。しかし、そのような特定の流量を対象に考えを進めることが許されるならば、問題はかなり簡略化出来るのである。本研究でもひとまず支配流量を対象に解析を進めることとする。

特定の支配流量 Q を対象に、流れの運動を次式のように表現することにする。

$$\frac{1}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{Q}{Bh} \right)^2 + \frac{dh}{dx} = I_0 - I_1 \quad (1)$$

ただし、 B : 水路幅、 h : 水深、 $I_0 = -dz/dx$: 河床勾配、 z : 基準面から測った河床高、 x : 流下方向にとった距離、 I_1 : エネルギー勾配であり抵抗則より求められる。

移動床河川の抵抗則はそれ自体で一つの大きな研究問題であり、ここではこの問題に立ち入るのは避けて最も簡便な形の平坦床の抵抗則を用いることとする。

$$\frac{Q}{Bh\sqrt{ghI_1}} = 6.9 \left(\frac{h}{d} \right)^{1/6} \quad (2)$$

ただし、 d : 河床材料の平均粒径、 g : 重力加速度。

流砂運動に対して、動的平衡の状態を考える。この場合、流砂の連続式および運動式の代わりとなる流砂量式は次2式のように表せる。

$$\frac{d}{dx} (q_B B) = 0 \quad \text{又は} \quad q_B B = C_1 \quad (3)$$

$$\frac{q_B}{\sqrt{s g d^3}} = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \quad (4)$$

ただし、 q_B : 単位幅当たりの流砂量、 $s (=1.65)$: 河床材料の水中比重、 $\tau_{*c} (=0.05)$: 河床材料の移動限界掃流力、 C_1 : 未知定数。

以上の4式はこれまでの解析でも、式形の違いは在るにしても必ず用いられている関係式である。本解析では、安定横断形状の解析から得られた次の関係式を、解析に導入しているのが一つの特徴である。

$$\tau_* \left(= \frac{h I_0}{s d} \right) = C_2 \quad (5)$$

ただし、 $C_2 = 1.23 \tau_{*c}$ 。上式はレキ床河川を対象にした池田ら²⁾の安定横断形状の解析の結論の一つであり、安定横断形状では断面中央の水深一定部分では河床せん断力が一定値を取ることになる。極めて簡単な関係式ながら重要な意味を持つ式である。

以上の5式が本解析の基本式である。

3. 支配方程式の誘導

式(3, 4, 5)より式(6)を、式(2, 5)より式(7)をそれぞれ得る。

$$B d^{3/2} = \frac{C_1}{C_3} \quad (6)$$

$$\frac{Q}{\sqrt{s I_0} B d^{3/2}} = 6.9 \left(\frac{C_2 s}{I_0} \right)^{5/3} \quad (7)$$

ただし、 $C_3 = 8\sqrt{s g} (C_2 - 0.05)^{3/2}$ 。

上2式より、エネルギー勾配 I_0 を流量 Q のみの関数として表すことが出来て、式(8)を得る。

$$I_0 = \left[\frac{Q}{\sqrt{g}} \frac{C_3}{C_1} \frac{1}{6.9(sC_2)^{5/3}} \right]^{-6/7} = C_4 Q^{-0.86} \quad (8)$$

エネルギー勾配 I_0 が流量 Q のべき乗に比例すると云う関係は、在来のレジーム理論によく見られる関係である。レオポルドらは、エントロピーの概念を導入して、次式を提案している¹⁾。

$$I_0 \propto Q^{-0.74} \quad (9)$$

レオポルドらが実河川で調査したべきの値は、-0.48 から -1.07 の範囲の値をとっており、式(8)と式(9)は極めて類似している。しかしながら、式(8)は水理的な関係式のみから導かれている点が重要である。

また、式(5)といま導かれた式(8)を用いると、流速は次式のように書ける。

$$\frac{Q}{Bh} = \frac{C_3}{C_1} \left(\frac{C_4}{sC_2} \right)^{3/2} h^{1/2} Q^{-2/7} = C_5 h^{1/2} Q^{-2/7} \quad (10)$$

式(1)に上式の関係を用いると、次式を得る。

$$\frac{dh}{dx} - \frac{\frac{4}{7} \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx}}{1 + \frac{2g}{C_5^2} Q^{4/7}} h = \frac{2g}{C_5^2} Q^{4/7} (I_0 - I_*) \quad \dots (11)$$

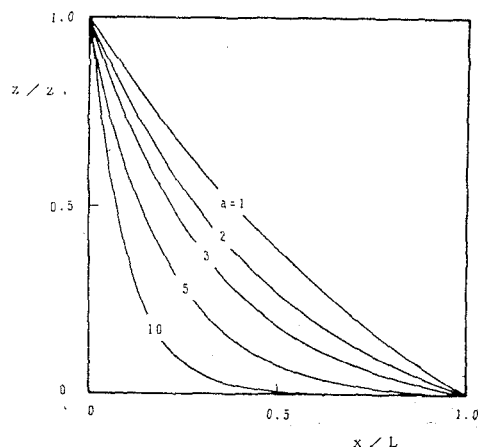


図-1 河床高の縦断変化

4. 流量分布と安定河床縦断形

ここで局所等流を仮定し、 $I_0 = I_*$ の近似が許されるとすると、流量 Q の縦断分布が適当に与えられれば、次に記す式(8)を積分して、安定河床縦断形を求めることができる。

$$\frac{dz}{dx} = -C_4 Q^{-6/7} \quad (8 \cdot \text{再})$$

Q の分布は流域の諸特性を反映して、いろいろな分布形状が考えられようが、ここでは比較的多くの流域に適合する指数分布を想定して先に進ことにする。

$$Q = Q_0 \exp(qx) \quad (12)$$

ただし、 q は定数。境界条件として、次式を用いる。

$$z = z_* \quad ; \quad x = 0 \quad (13)$$

$$z = 0 \quad ; \quad x = L$$

式(8)の積分を実行すると次式を得る。

$$\frac{z}{z_*} = \frac{\exp(-a\xi) - \exp(-a)}{1 - \exp(-a)} \quad (14)$$

ただし、 z_* ; 上流端の比高、 L ; 流路長、

$$a = (6/7)qL, \quad \xi = x/L.$$

a の値を変えて、式(14)の分布形を描くと、図-1のようになる。 a の増大とともに、上流部では急勾配、下流

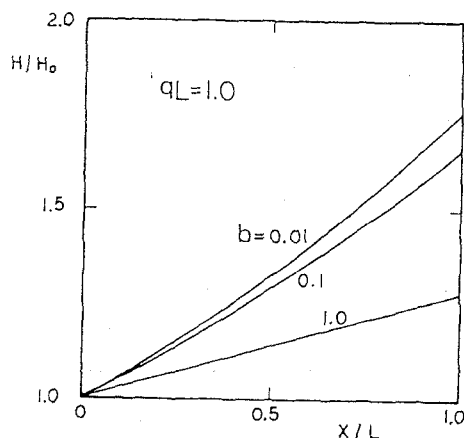


図-2 水深の縦断変化

部では緩勾配になる。

本理論の範囲では、対称区間の流量増加率が大きいほど、安定河床縦断形状は区間上流部で急勾配となり、下流部では逆に緩勾配となる。

次に、 $I_s = I_0$ の近似の範囲で式(11)を積分すると、水深の縦断変化は次式のように書ける。

$$\frac{h}{h_0} = \frac{(1+b) \exp\left(\frac{2}{3} a \xi\right)}{1+b \cdot \exp\left(\frac{2}{3} a \xi\right)} \quad (15)$$

ただし、 h_0 : $x=0$ における水深の値、

$b = (2g/C_s^2) Q_0^{4/7}$ は $(Q_0/q_s B)$ に比例する定数である。したがって、 b の値が大きくなるに従い、相対的な流砂量は減少する。

図-2に、式(15)から計算した平衡河道の水深の縦断変化の一例を示す。 b の値によって、縦断変化の様子が大きく異なる。流砂量が少ないと、水深の変化の程度は緩やかになる。

また、式(15)を用いれば式(5)より平均粒径の縦断分布式を得る。さらに、これらの式を式(6)に代入すると川幅の縦断変化式も容易に求める事ができる。

$$\frac{d}{d_0} = \frac{(1+b) \exp\left(-\frac{1}{3} a \xi\right)}{1+b \exp\left(\frac{2}{3} a \xi\right)} \quad (16)$$

$$\frac{B}{B_0} = \left[\frac{(1+b) \exp\left(-\frac{1}{3} a \xi\right)}{1+b \exp\left(\frac{2}{3} a \xi\right)} \right]^{-3/2} \quad (17)$$

ただし、 d_0 、 B_0 : $x=0$ における粒径、川幅の値。

図-3、4は、図-2に対応する平衡河道の平均粒径および川幅の縦断変化の計算例である。ここでも、 b の値に対する明確な依存性が認められる。流砂量が少ないと、平均粒径・川幅ともに縦断変化が大きくなる。

5. 実河川への適用

解析結果を実河川に適用し、適合性を調べた。検証には北海道内の諸河川の内、本流に沿って3箇所以上の流量観測資料の得られた、湧別川・美瑛川・常呂川・石狩川・十勝川の5河川を対象とした。

支配流量として、本解析では「年最大流量の経年平均値」を採用した。著者等の一人は、このように定義された流量に対応する水理諸量を用いると、わが国の河川における砂州の形成領域区分が可能なことを確かめている。わが国の多くの河川では、砂州が河道形状の決定に大きな役割を果たしており、砂州形成流量と本解析の支配流量とは大きく異なることはないと考えられる。

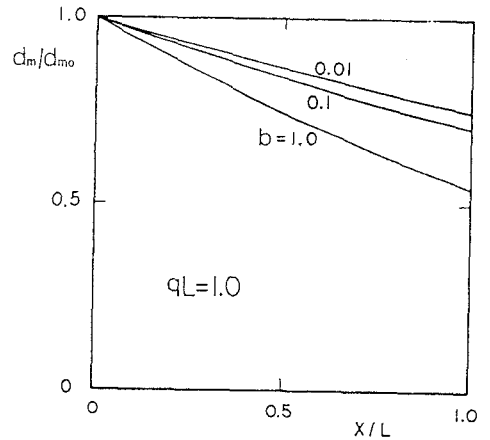


図-3 粒径の縦断変化

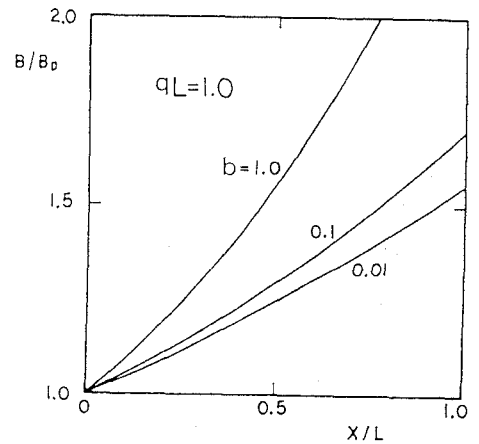


図-4 川幅の縦断変化

図-5a・bに、湧別川および石狩川の支配流量の縦断分布の例を示す。流域面積の比較的小さな常呂、美瑛、湧別では、式(12)の関係を満たすが、流域面積の大きな石狩、十勝川では1本の直線で近似するには無理があるようである。これらの河川について以下の解析では、ひとまず2つの部分に分けて式(12)を適用することとして、図中に示すような流量変化率 q の値を算定した。

次に、河床高の縦断形状の比較を行う。ただし、式(14)のような無次元化した表現では実際の感じが掴みづらいので、以下の比較はすべて次元量で行った。

また、大きな河川の下流では河床材料の粒径が細くなり、池田らの解析で仮定している「レキ床」の条件を満たさなくなる場合がある。そこで、 $d > 2\text{ mm}$ となる区間を対象にすることとした。

図-6a・b・c・d・eにそれぞれの河川の河床高縦断形状を示す。図中の丸印が実測値、実線が式(14)による理論値である。本解析では $x = 0$ における河床高 z_0 を決めることは出来ないから、図中の理論線の縦軸方向の位置は実資料に適合するように調整した。

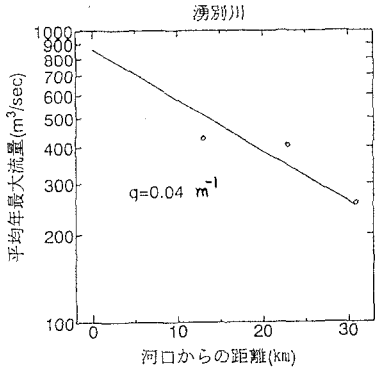


図-5.a 湧別川の流量変化

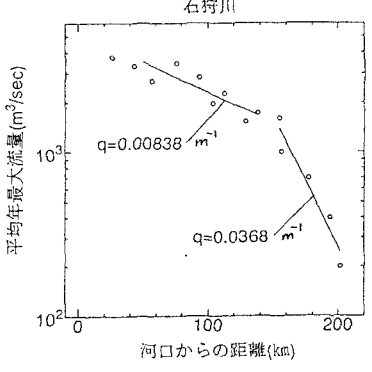


図-5.b 石狩川の流量変化

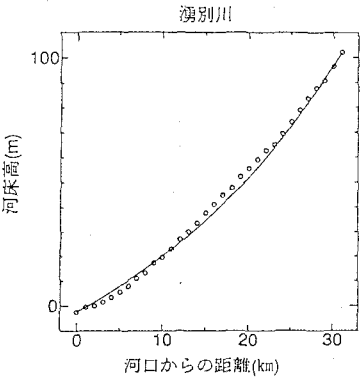


図-6.a 湧別川の河床縦断

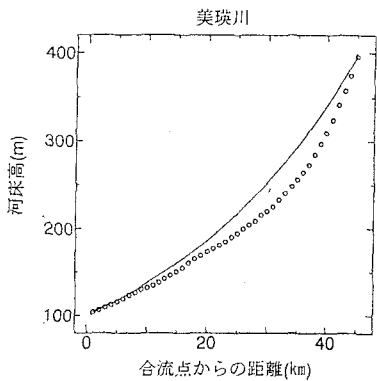


図-6.b 美瑛川の河床縦断

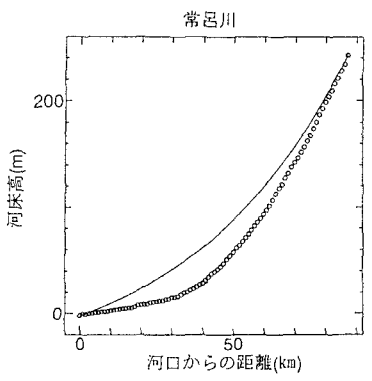


図-6.c 常呂川の河床縦断

美瑛川、常呂川を除くと適合度は良好である。

湧別、美瑛、常呂の3川はほぼ同程度の河川であり、美瑛、常呂の両川で適合度が良くない原因は判らない。強いて挙げれば、谷幅が湧別に比して他の2河川は狭い。このことがどの程度河道特性量の縦断分布に関わっているか、今後の検討課題にしたい。

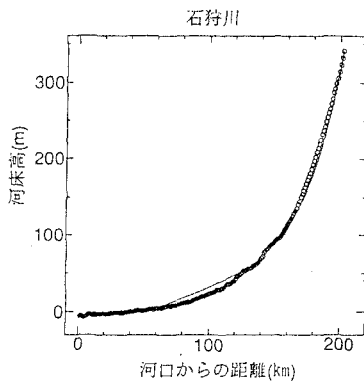


図-6.d 石狩川の河床縦断

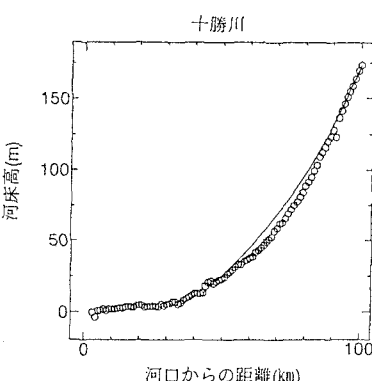


図-6.e 十勝川の河床縦断

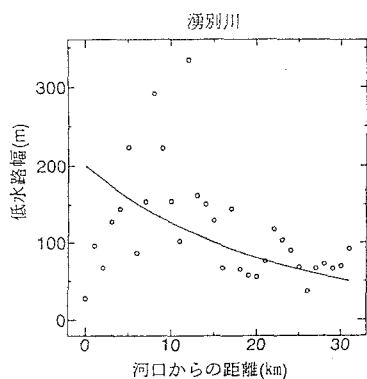


図-7. a 湧別川の水深縦断

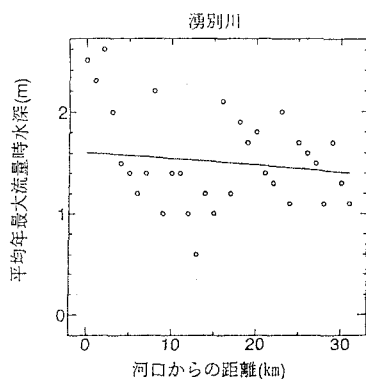


図-7. b 湧別川の川幅縦断

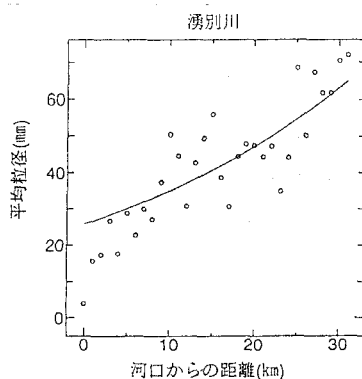


図-7. c 湧別川の粒径縦断

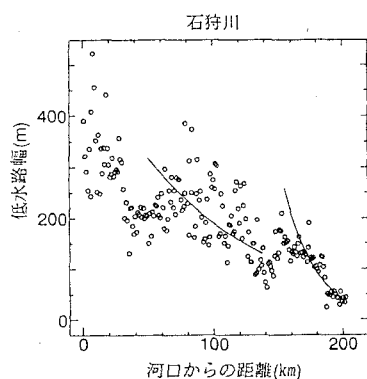


図-8. a 石狩川の水深縦断

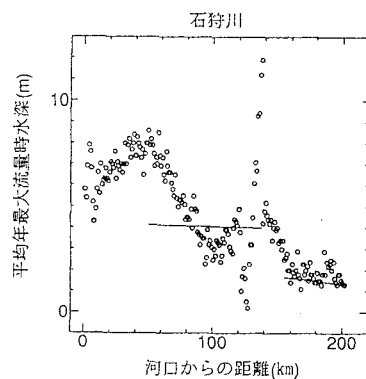


図-8. b 石狩川の川幅縦断

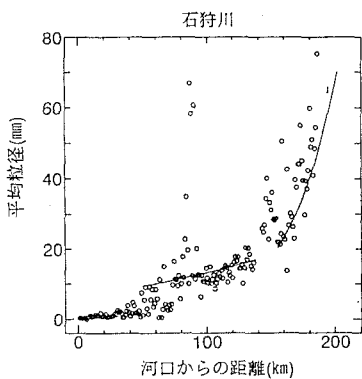


図-8. c 石狩川の粒径縦断

さらに、支配流量に対応する水深、水路幅および河床材料の平均粒径の縦断変化の比較を行う。紙数の関係もあり比較の例としてここでは、図-7a・b・cには湧別川の例を、図-8a・b・cには石狩川の例をそれぞれ示すことにした。

湧別川の例では、全体に良好な一致を示している。これに対して、石狩川の例では適合度にやや難点があり、特に下流部分で適合度が悪い。ここには示さなかった河川でも、大きな河川程適合度に難があるようである。石狩川はKP=120 km 付近に神居古潭と呼ばれる溪谷があるが地形要因との関わり、さらには有力な支川合流の影響（流量縦断ではあまり顕著でないが）を検討する必要がある。しかしながら、流量縦断を与えるだけで、河床高、水深、川幅、粒径など河道の諸特性量の縦断分布が議論できそうなことは、本比較で明らかにできた。

参考文献

- 1) 高山茂美：河川地形、pp. 184 - 193、共立出版、1974. 6
- 2) 池田駿介、G. Parker、千代田将明、木村善孝：直線礫床河川の動的安定横断形状とそのスケール、土木学会論文集、pp. 117 - 126、No. 375/II-6、1986. 11
- 3) 黒木幹男・岸 力：沖積地河川の河床形態・流れの形態の形成領域区分、北海道大学工学部研究報告、第118号、pp. 47-58、昭和59年2月。