

水制工周辺に射流域を生じる流れの数値計算に関する研究

2-D Flow Computation with supercritical-flows around the groin

増田 尚弥* ・ 田中 祐一郎** ・ 中谷 剛***

By Naoya Masuda, Yuichiro Tanaka, Tsuyoshi Nakatani

The numerical computations of flood flows with supercritical flow region due to the constriction of flow by a groin have been made. In order to compute flood flows under both super- and subcritical flow conditions, TVD finite difference scheme based on the MacCormack explicit method is applied. In order to compute a coefficient of eddy viscosity, the depth average $\kappa - \epsilon$ model is used. The influence on the errors introduced by TVD are examined from the points of the grid-size, giving the local or global time interval. It is found out in comparisons with computed and observed data that the supercritical flow regions is computed smaller if the size of recirculating flow is underestimated. On the other hand, the predicted supercritical flow region has a good agreement with experimental results if the recirculating flow area is estimated well.

Keywords: groin, supercritical flow, TVD, $\kappa - \epsilon$ model

1 はじめに

河道内に存在する岩などのように、流れに対する遮蔽物や、橋脚に引っかかった流木などによって局所的に流れが遮られると、その物体の下流側になく剥離域（死水域）が生じる。そして河道断面が遮蔽物と剥離域によって縮小されることで、流れが急縮流れとなり局所的に射流域が現れることがある。この場合、射流による側壁の侵食及び跳水によって引き起こされる局所的な水面の上昇に伴う over-flow など治水上問題になる事がある。治水上安全を考える場合、このような流れをあらかじめ予測することが重要となってくるが、従来の計算法ではこのような流れを良好に計算出来ない。

剥離域を伴う流れの数値シミュレーションは、自由水面を固定して数値計算を行なうものが多い。また自由水面を取り込んだ計算法としては、Navier-Stokes 方程式を水深方向に積分した式を支配方程式として与えて、二次元流れの計算が行なわれている。これらの流れは、乱流モデルの発達に伴い様々な流れをシミュレート出来るようになってきているが、常流のみを対象にしている場合が多い。一方、射流が生じるような流れを対象にし

* 学生会員 岐阜大学大学院土木工学専攻

** 正会員 ME 岐阜大学大工学部土木工学科助手

*** 正会員 工博 岐阜大学大工学部土木工学科教授

(〒501-11 岐阜県岐阜市柳戸 1-1)

た数値計算は、高解像度スキーム等の発達により、河床変動計算、及び漸拡水路によって生じる跳水の数値シミュレーションなどで行なわれている。しかし、剥離域を伴うような流れは対象にはしていない。

本研究では、剥離域を生じる流れの簡単なモデルとして、水制工周りの流れを考え、剥離域によって生じる射流域を再現する計算方法の提案を行なう。

2 実験概要

数値計算と比較するために、全長15(m)、幅(b)0.47(m)、河床勾配1/1000、Manningの粗度係数0.01の木製水路を用いた実験を行なった。水制工に、長さ0.1(m)、厚さ0.01(m)の亚克力製の板を水路上流端から7.5mの位置に右側壁側に河道法線に垂直に1基設置する。水制工は非越流型とする。水路下流端は自由落下とし、堰上げは行なわない。

実験は上流から0.00202(m³/s)の流量を与え、水制工設置位置を原点として水路幅bを基準に上流側-bから下流側に6bの区間、計12測線を図1のように設定し、水深、流速の測定を行った。流速の測定には、超小型正逆プロベラ流速計を用い一点法によって10Hzで30秒のサンプリングをおこなった。水深の測定にはサーボ式水位計を用い、水深変動が著しい場所では10Hzで30秒、それ以外は10Hzで10秒のサンプリングをおこない平均値を算出した。

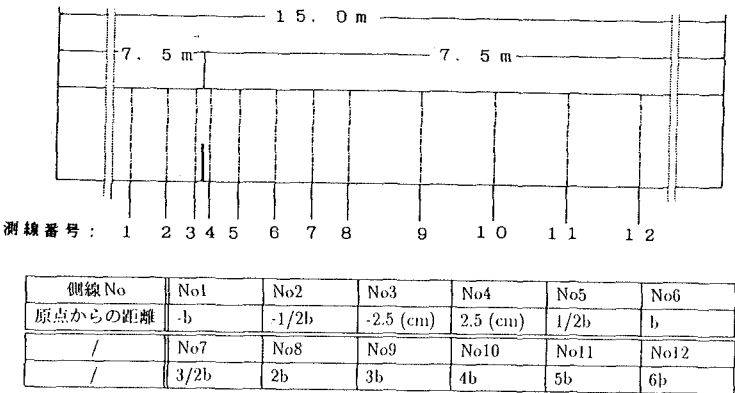


図1 実験水路と測線

3 計算手法

3.1 支配方程式

本来河川の流れというものは三次元的であるが本研究では、平均的な流れ構造を捉えることと水面変動を捉えることを考え、Navier-Stokes 方程式を水深方向に積分することで得られる二次元水深平均方程式¹⁾を支配方程式(式(1)～式(3))とする。渦動粘性係数の計算については二次元水深平均 $\kappa-\varepsilon$ 方程式²⁾(式(4)～式(5))を用いて計算を行なう。 $\kappa-\varepsilon$ 方程式中に含まれる経験定数(式(6))には、標準値を与える。以下に支配方程式を示す。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial hU}{\partial x} + \frac{\partial hV}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial hU}{\partial t} + \frac{\partial U^2 h}{\partial x} + \frac{\partial UV h}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tau_{xx}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tau_{xy}}{\rho} \right) - gh \frac{\partial}{\partial x} (h + Z_b) - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \tag{2}$$

$$\frac{\partial hV}{\partial t} + \frac{\partial UV h}{\partial x} + \frac{\partial V^2 h}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tau_{xy}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tau_{yy}}{\rho} \right) - gh \frac{\partial}{\partial y} (h + Z_b) - \frac{\tau_{by}}{\rho} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \frac{\partial U \kappa}{\partial x} + \frac{\partial V \kappa}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right] + G + P_{\kappa v} - \varepsilon \tag{4}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial U \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial V \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + c_1 \frac{\varepsilon}{\kappa} G + P_{\varepsilon v} - c_2 \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \tag{5}$$

$$G = \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$P_{\kappa v} = c_{\kappa} \frac{U^3}{h} , \quad P_{\varepsilon v} = c_{\varepsilon} \frac{U^4}{h^2} c_{\kappa} = \frac{1}{\sqrt{c_f}} , \quad c_{\varepsilon} = 3.6 \frac{c_2}{c_f^{\frac{1}{3}}} \sqrt{c_{\mu}} , \quad U_* = \left[c_f (U^2 + V^2) \right]^{\frac{1}{2}} \\ c_{\mu} = 0.09 , \quad c_1 = 1.43 , \quad c_2 = 1.92 , \quad \sigma_{\kappa} = 1.0 , \quad \sigma_{\varepsilon} = 1.3 \quad (6)$$

h :水深, U : x 方向平均流速, V : y 方向平均流速, g :重力加速度, n :Manningの粗度係数, Z :河床高, ν_t :渦動粘性係数, κ :乱流エネルギー, ε :散逸率, $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$:Reynolds応力

射流から常流に変化するような流れでは, 跳水をが生じる. このような流れを含む数値計算を行なうためには, 跳水部分で数学的に不連続な点が生じるために計算スキームを考慮しなければならない. 本研究では, 衝撃波獲得法として知られる MacCormack 法³⁾に, TVD(Total Variation Diminishing)⁴⁾条件を満足する式(7)を導入して計算を行なった. 制限関数(式(8))には, D.M.Causon の提案した関数⁵⁾を用いる. また, 時間分割法を導入し計算の簡略化を行なった.

以下に TVD の式を示す.

$$TVD = \left[G^+ (r_i^+) + G^- (r_{i+1}^-) \right] \Delta U_{i+\frac{1}{2}}^n + \left[G^+ (r_{i-1}^+) + G^- (r_i^-) \right] \Delta U_{i-\frac{1}{2}}^n \quad (7)$$

$$r_j^- = \frac{\Delta U_{j+1/2}^n}{\Delta U_{j-1/2}^n} , \quad r_j^+ = \frac{\Delta U_{j-1/2}^n}{\Delta U_{j+1/2}^n} \\ G^{\pm} (r_j^{\pm}) = \frac{|\nu|}{2} (1 - |\nu|) \left[1 - \Phi (r_j^{\pm}) \right] \\ \Phi(r_i) = \begin{cases} \min(2r_i; 1) & r_i > 0 \\ 0 & r_i \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

3.2 計算条件

計算格子は(200×24), (377×96)の二種類で計算を行なった. 境界条件には, 流入境界に1/7乗則による流速分布, 流出境界には実験値と適合させるために限界水深という条件を与えて流量を算出して与える. 壁面境界(水制工壁面を含む)では, 流速, 乱流エネルギー(κ), 散逸率(ε)に壁関数によって計算された値を与え, 水深にはBox法を用いて与えた.

初期条件は全格子点に等流水深を与え, 流量は全格子で0, つまり静水状態から計算を始めた. 計算の手順として, 水深を上流で与えた流量が下流端に到達するまで連続式によって与え, 到達後には限界水深に切り替えて計算を行なった. そして得られた定常解を他の計算ケースの初期条件として与えて計算を行なった. 時間ステップを決定する際にCFL数を基にして, global time step (式(9)), local time step (式(10))の二種類の方法で時間ステップを与えた. 後者は定常解

表1 計算ケース

Case No	渦動粘性係数	計算格子	時間ステップ
ケース 1-1	$\kappa - \varepsilon$ モデル	(200 × 24)	global time step
ケース 1-2	$\kappa - \varepsilon$ モデル	(200 × 24)	local time step
ケース 1-3	$\kappa - \varepsilon$ モデル	(377 × 34)	global time step
ケース 2-1	0.0001 (m^2/s)	(200 × 24)	global time step
ケース 2-2	0.0001 (m^2/s)	(200 × 24)	local time step
ケース 2-3	0.0001 (m^2/s)	(377 × 34)	global time step
ケース 3	0.00001 (m^2/s)	(377 × 34)	global time step

が得られたときのみ有効で, 定常解以外の場合では正確性を欠いた結果を得る. この方法は, 剥離域及び射流域といった, 流速差の大きな流れを扱う場合に効果を示すのではないかとと思われる. 計算条件及び計算ケースを表1に示す.

global time step

$$\Delta t = C \frac{1}{\nu_{max}} \quad (9) \\ \nu_{max} = \max \left[|u_{i,j}| + \sqrt{gh_{i,j}}, |v_{i,j}| + \sqrt{gh_{i,j}} \right]$$

local time step

$$\Delta t_{i,j} = C \frac{1}{v_{max,i,j}} \quad (10)$$

$$v_{max,i,j} = \max \left[|u_{i,j}| + \sqrt{gh_{i,j}}, |v_{i,j}| + \sqrt{gh_{i,j}} \right]$$

4 計算結果と考察

剥離域を流下方向流速が0以下の領域と定義する. 各図はx軸, y軸共に水路幅b(0.47m)において, 流速は水制工がない場合の等流状態での流速($u=0.23$ m/s)において無次元化を行なっている.

4.1 時間ステップの与え方による影響

時間ステップの与え方による計算結果の違いを, 格子(200×24)において調べた. global time stepで計算を行なったケース2-1では, 射流域が形成されていた(図2-1). しかし, local time stepを用いて計算を行なったケース2-2では射流域が消失してしまうことが分かった(図2-2). この二つの計算ケースでは, 剥離域の長さにほとんど変化は見られなかった(図2-3,2-4). 定常解であれば同じ結果が得られるはずだが, この原因はlocal time stepを用いて計算をおこなうと跳水部分においてFroude数の値が小さく見積られる傾向を示すため, ケース2-1のような条件(最大Froude数が1.0068)では射流域が消失してしまうことがあるためと思われる. $k-\epsilon$ 方程式モデルの計算であるケース1-1, 1-2では, 時間ステップの与え方による剥離域の長さの変化は見られず, 両方の計算において射流域が形成されなかった.(図2-5). 定常解を求める場合, local time stepの方法も計算時間の短縮という視点から有効であろうが, 対象としている流れの最大Froude数が1.0前後, そして今回の研究では計算において射流域を捉えることを目的としているので, 以降はglobal time stepで Δt を与えて計算をおこなった計算ケースを対象に考察を行なった.

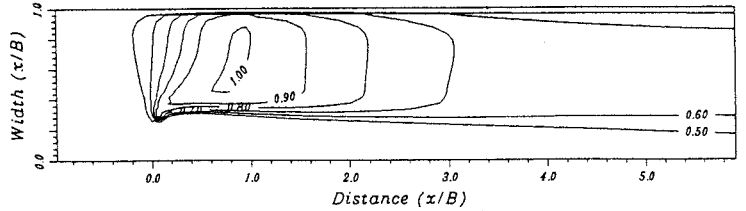


図2-1 ケース2-1 Froude数分布

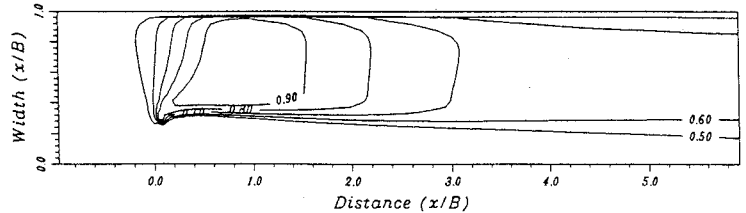


図2-2 ケース2-2 Froude数分布

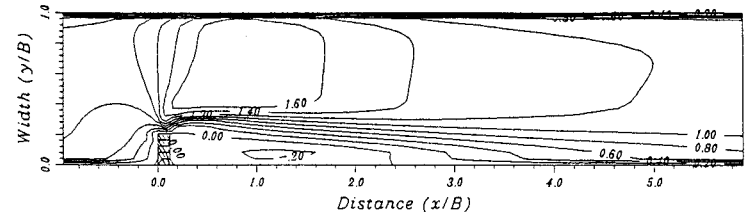


図2-3 ケース2-1 流下方向流速分布図

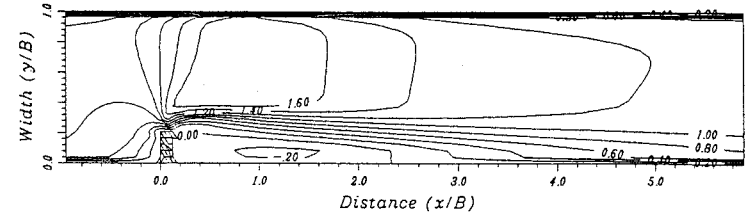


図2-4 ケース2-2 流下方向流速分布図

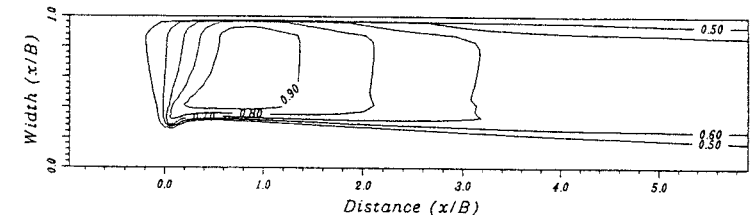


図2-5 ケース1-1 及び1-2 Froude数分布

4.2 射流域の再現性

格子(377×96)で計算を行なった(ケース1-3)、(ケース2-3)、(ケース3)では、射流域が再現できた。再現された射流域の規模の大きさは、 $\kappa-\varepsilon$ モデル(ケース1-3)が最も小さく(図3-1)、次いでケース2-3(図3-2)、ケース3(図3-3)となっており、渦動粘性係数を $0.0001\text{ (m}^2/\text{s)}$ から $0.00001\text{ (m}^2/\text{s)}$ へと変化させることで射流域の規模が大きくなる傾向を示した。ここで、前節で述べたように同じ $\kappa-\varepsilon$ 方程式を用いた計算なのに、格子(200×24)で計算を行なったケース1-1は射流域を再現することが出来なかった(図2-5)。この原因は剥離域の長さ

にあると考えられ、剥離域の長さについて検討をおこなう。ケース1-3、ケース2-3、ケース3の剥離域の長さを表2に示す。計算ケース1-3では剥離域の長さが2.1程度といった結果が得られたが、剥離域の下流側に流速0以下の領域が存在し、結果的に剥離域が2.8前後の長さになっている(図4-1)。このため、格子(377×96)で計算を行なったケース1-3では射流域が再現されている。この剥離域の長さの差が射流域の再現性に影響を与えている。この剥離域の伸びは格子の影響によるものと思われ、更に格子間隔を細かく取ることによって剥離域内部及び周辺の流れが乱れ、逆に格子を粗くすることで計算ケース1-1のように乱れが消えることが分かった(図4-2)。ケース1-3の、剥離域が主流域に与える影響は流速0の全ての領域と考えられ、剥離域の長さは2.8となり(図4-1)、ケース(2-3)よりも長くなる。しかし図3-1と図3-2を比較して分かるように、ケース2-3の方が射流域の規模が大きいことが分かる。また、渦動粘性係数を $0.0001\text{ (m}^2/\text{s)}$ から $0.00001\text{ (m}^2/\text{s)}$ へと変化させることで剥離域の長さが長くなり、射流域の規模も大きくなることが分かった。

以上のことをふまえて、 $\kappa-\varepsilon$ 方程式モデルの結果と実験値の結果を比較する。実験値の剥離域の長さは3.0付近まで延びていることが分かる(図5-1)。そして最大流速は1.8のオーダ

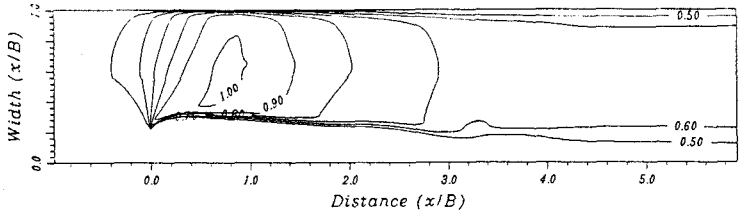


図3-1 ケース1-3 Froude数分布

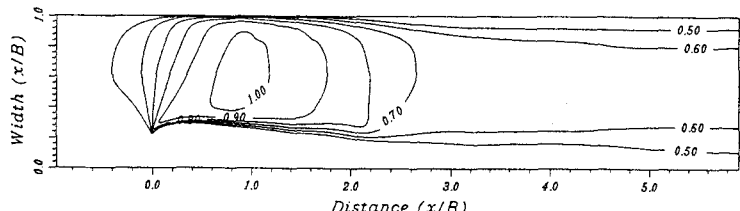


図3-2 ケース2-3 Froude数分布

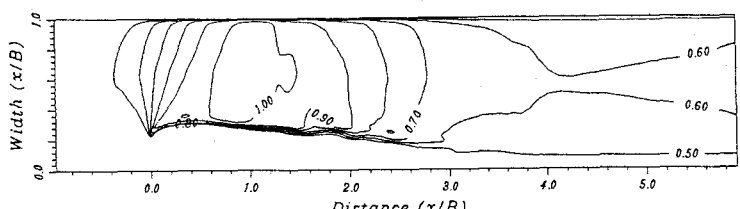


図3-3 ケース3 Froude数分布

表2 剥離域の長さ		
ケース1-3	ケース2-3	ケース3
2.21	2.55	2.95

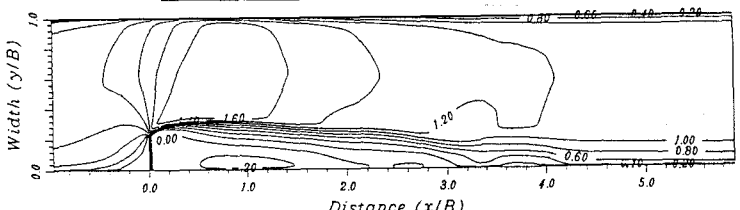


図4-1 ケース1-3 流下方向流速分布図

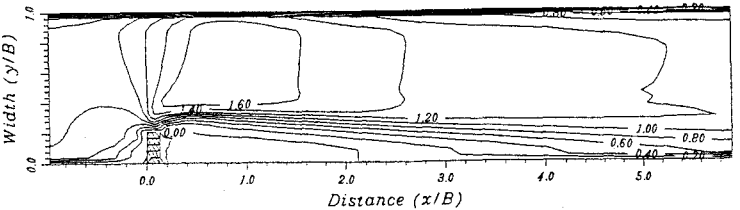


図4-2 ケース1-1 流下方向流速分布図

一がでている。そして、水制工下流側に1.0離れた場所に射流域が形成されている(図5-2)。その射流域のFroude数の最大値は1.2の値であった。ケース1-1の剥離域の長さは2.1で実験値と比較して約70%の長さである(図4-2)。このケースでは剥離域が短すぎるため、射流域が形成されていない(図2-5)。ケース1-3での結果(図4-1)において剥離域を全ての流下方向流速0以下の流域を含めて考えると、実験値と比較して80%の長さであり射流域が形成されているがその規模が小さかった。また、射流域の発生位置等が実験値と適合していない。

これは、剥離域の形状が図3-1から正確な形状ではなく剥離域が切れて離れてしまった様な形状になってしまっているため、流れ自体が実験値と異なっているためだと思われる。ケース2-3、ケース3では射流域の発生位置はほぼあっている。つまり、剥離域の長さや形状が射流域に大きな影響を与えていることが分かった。

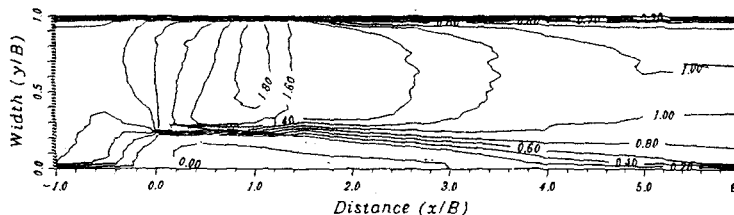


図5-1 実験結果の流下方向流速分布図

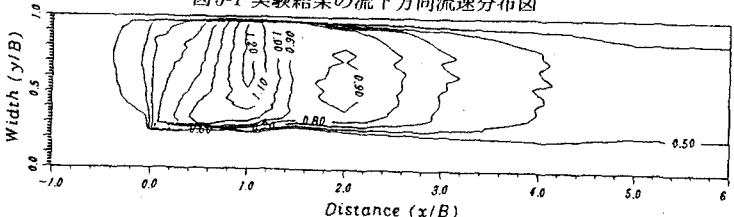


図5-2 実験結果のFroude数分布

4.3 TVD の影響について

本研究で扱う支配方程式のように、式中にsource項が見られる場合のTVDは導かれておらず、そのため全体の流量の連続性がどの程度保存性されているか調べておく必要がある。計算格子(377×96)において $\kappa-\varepsilon$ 方程式の計算結果(図4-1)について、跳水発生前後の横断面の流量の誤差を比較した。計算結果からは、跳水発生場所前後での流量が若干が振動しているが、最大誤差が流入流量のわずか0.014%であり、他の領域の計算上での最大誤差と同じ程度であった。そして計算上の浮動小数点による誤差などを考慮した場合、TVDの導入による流量への影響は十分無視することができる程度に抑えられていると思われる。

5 おわりに

本研究で明らかになったことを以下にまとめる。(1) TVD-MacCormack法そして水深平均 $\kappa-\varepsilon$ 方程式を用いた計算法では、剥離域を伴う流れにおいて射流域を捉えることができる。(2) 支配方程式にsource項を含んだ場合のTVDによる流量の保存性への影響は保たれていることが分かった。(3) 時間ステップの与え方による計算結果の違いは、流速の遅い剥離域よりも流速の速い射流域周辺に現れることが分かった。(4) 射流域に対しての剥離域の長さ及び形状の再現性の重要性が分かった。(5) 現象の再現性を高めるために低Reynoldsモデルを考慮した水深平均 $\kappa-\varepsilon$ モデルの導入の必要性がある。

参考文献

1. A.K.Rastogi and W.Rodi (1978): "Prediction of Heat and Mass Transfer in Open Channel Flows", Journal of Hydrulic Diviation, ASCE, Vol.104, No. HY3.(pp.397-420)
2. J.J.Mcgruk and W.Rodi (1978): "A depth averaged mathematical model for the near field of side discharges into open channel", J.Fluid Mech.vol.86,part 4 (pp 761-781)
3. 日本機械学会(1988): "流れの数値シミュレーション", コロナ社, (pp.106-107)
4. Harten.A(1983): "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, J.of Comp.Physics vol.49,(pp.357-393)
5. Causon.D.M(1984): "High Resolution Finite Volume Schemes and Computational Aerodynamics,Nonlinear Hyperbolic Equation-theory",Computational methods,and applications,Notes on Numerical Fluids Mechanics, Vol.24.(pp63-74,2)