泥流の抵抗則に関する研究

Resistance Rule of Mud Flows on Movable and Fixed Beds

橋本晴行*・平野宗夫**

By Haruyuki HASHIMOTO and Muneo HIRANO

A nondimensional parameter governing debris and mud flows and dry-grain flow is derived from the comparison between intergranular-stress and inertia terms in the momentumu equations. From the result nondimensional distance from the bed is introduced for velocity profile of these flows. Granular and inertial sublayers are found to exist near the bed in the flows. The former sublayer has linear velocity profile due to the major role of intergranular stresses, while the latter sublayer has logarithmic velocity profile due to the inertial forces.

Nondimensional surface velocity u_s/u_* and average velocity $\overline{u}/u_*$ are calculated and the results are compared with the experimental ones.

Keywords: mud flow, debris flow, sand-water mixture flow, dry-grain flow, flow resistance

1. はじめに

泥流は、構成材料の粗粒な土石流とは異なった流速分布や抵抗則を示すことが知られている[1),2)]。また乾燥した粒子流もその構成材料が細粒になると泥流に類似した抵抗則を示すことが最近明らかになった[3)]。泥流については新井・高橋[1)]は土石流に特有な粒子間衝突応力と同様に乱流混合によるレイノルズ応力も重要であると考え、その特性の説明を試みたが、底面での境界条件の導入に問題を残した。一方、著者らは前報[3)4)]において、土石流や乾燥粒子流などの高濃度流の流況を支配する無次元パラメータを導入し、それを用いてそれらの抵抗則について定性的な説明を行った。さらに泥流の内部構造についても検討を加え[5)]、泥流には、連続流体の壁乱流の内層に類似して、粘性底層と慣性底層に対応してそれぞれ粒子間応力の卓越する粒子間力層とレイノルズ応力の卓越する慣性力層が存在することを明らかにした。またその流速分布は、底面からの距離と粒径との比および濃度により普遍表示されることを示した。

本研究は、以上の成果を基にしたものであるが、まず、濃度の関数項と距離・粒径比とを結合し、新たな無次元距離を導入する。その結果、流速分布はその無次元距離により普遍表示されることが明らかになる。次に、これを基に、泥流や乾燥粒子流の抵抗則について定量的な検討を行う。

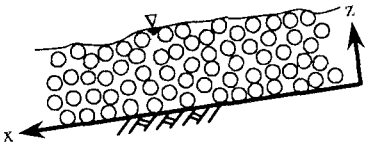
＊　正会員　工博　九州大学助教授　工学部建設都市工学科　（〒812　福岡市東区箱崎6－10－1）

＊＊　正会員　工博　九州大学教授　工学部建設都市工学科　（　同　上　）

2．高速・高濃度流を規定するパラメータ

抵抗則に関する議論の準備として、高速・高濃度流の運動を規定するパラメータについて考察する。これについては、すでに著者らは[4]、運動方程式における慣性項と粒子間応力項との比を表わすパラメータ$L/d/(F(C))^{1/2}$を導びいている。ここにLは代表長さ、F(C)は濃度Cの関数で、後述の式（3）により表わされる。しかし、そのパラメータには、粒子密度σや流れの密度$\rho_t = \sigma C + \rho(1-C)$が省略されていたので、以下では、それも考慮した考察をおこなう。

図-1に示すような2次元流を考え、平均流方向の運動方程式を求めると、次式となる。



図－1　高濃度流の模式図

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_t}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_t}\left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}\right) \tag{1}$$

ここにu, vはそれぞれ流速のx, z成分、ρ_tは流れの密度、pは流れの重力成分、間隙流体の圧力および粒子間の接触応力[6]などから構成される応力、τ_{zx}、τ_{xx}は粒子間の衝突応力である。間隙流体の乱れによるReynolds応力は、粒子間応力に比較して微小だとして無視されている。

粒子間の衝突応力については、多くの式が提案されているが、ここではBagnold[7]や椿・橋本ら[6]の式を基に、次のようにおく。

$$\tau_{zx} = K_{zx}\sigma d^2 F(C)\left(\frac{du}{dz}\right)^2 \qquad \tau_{xx} = K_{xx}\sigma d^2 F(C)\left(\frac{du}{dz}\right)^2 \tag{2}$$

ここに、σは粒子密度、dは粒子の直径、F(C)は粒子の体積濃度Cの関数で、例えば椿・橋本ら[6]は、C_*を最密充填濃度として

$$F(C) = \frac{(C/C_*)^2}{1-C/C_*} \tag{3}$$

のように導いている。これは濃度Cの増加関数である。

さて、式(1)における各項のオーダー比較を行ってみよう。Uを流れの代表流速、Lを代表長さとすると、慣性項はU^2/L、衝突応力項は$(\sigma/\rho_t)d^2F(C)U^2/L^3$と見積もられるので、その比をとると

$$\frac{\text{慣性項}}{\text{粒子間衝突応力項}} = \frac{\rho_t U^2/L}{\sigma d^2 F(C) U^2/L^3}$$

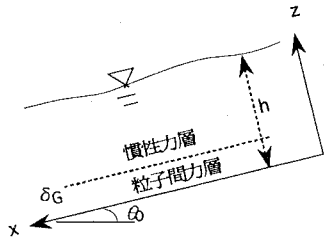
$$= \frac{\rho_t}{\sigma F(C)}\left(\frac{L}{d}\right)^2 \tag{4}$$

となる。従って、無次元量$\frac{L}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$が、高濃度流の流況を規定する重要なパラメータであることがわかる。たとえば、この無次元量が小さい時、すなわち、σ/ρ_tやCが大きく、L/dが小さな値を取るとき、粒子間応力が卓越する。その逆の場合は慣性項が卓越することになる。

3．流速分布

長さスケールとして底面からの高さzを選ぶと、前章の成果をもとにして、底面近傍の土石流や泥流の流速分布は無次元距離$\frac{z}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$により普遍表示されることが推察される。さらに底面近傍には粒子間応力が卓越する粒子間力層とその上にレイノルズ応力の卓越する慣性力層がそれぞれ存在することが考えられる（図－2）。

以上のことから、図－2のようなモデルをもとに流速分布について考察する。



図－2　流れの内部構造

高速・高濃度の2次元等流状態の流れを考える。このような流れにおいては粒子間応力とレイノルズ応力が支配的であると考えられ、前者としては椿・橋本らの式[6]を、後者としては混合距離モデルをそれぞれ用いると、次のようなつりあい式が得られる。

$$K_{zx}\sigma d^2F(C)\left(\frac{du}{dz}\right)^2+\rho_t l^2\left(\frac{du}{dz}\right)^2=\tau_0\left(1-\frac{z}{h}\right)\approx\tau_0 \tag{5}$$

ここに、簡単のため濃度分布は一様とし、$\tau_0=\rho_t u_*^2$ である。また、底面付近を考え、右辺のz/hを1に対して無視する。

まず、底面のきわめて近傍の層、つまり粒子間力層を考える。ここでは、粒子間力が卓越し、レイノルズ応力は無視される。したがって式(5)は

$$K_{zx}\sigma d^2F(C)\left(\frac{du}{dz}\right)^2=\tau_0 \tag{6}$$

となり、境界条件として底面 z＝0 で u＝0　を用いると、流速分布は直線分布を得る。すなわち

$$\frac{u}{u_*}=\frac{\xi}{\sqrt{K_{zx}}}\frac{z}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \tag{7}$$

となる。ここにξは補正係数で、濃度分布を一様としたことによる補正である。したがって濃度によって変化し、椿・橋本らの式[6]との比較から、C＝0.25 ～0.5　に対応してξ＝0.35 ～0.5　となる。ξの変化は大きくないので、以下では　ξ＝0.4　の一定値を用いることにする。

次に、レイノルズ応力の卓越する慣性力層を考え、式（5）の左辺では第2項のみを考え、$l=\kappa z$とおくと

$$\rho_t(\kappa z)^2\left(\frac{du}{dz}\right)^2=\tau_0 \tag{8}$$

となり、これを解くといわゆる対数則を得る。すなわち

$$\frac{u}{u_*}=\frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{z}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}\right)+B \tag{9}$$

となる。ここに、粒子間力層の厚さをδ_Gとして、$z=\delta_G$で　$u=u_\delta$とおき

$$B=\frac{u_\delta}{u_*}-\frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}\right)\qquad\frac{u_\delta}{u_*}=\frac{\xi}{\sqrt{K_{zx}}}\frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \tag{10}$$

また、u_δは式(7)より得られた。Bは無次元厚さ $\frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ の関数となっている。

したがって、底面近傍においては、底面からの無次元距離 $\frac{z}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ を用いることで、流速分布は次のように普遍表示されることが分かる。

$$\frac{u}{u_*} = f\left(\frac{z}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}\right) \tag{11}$$

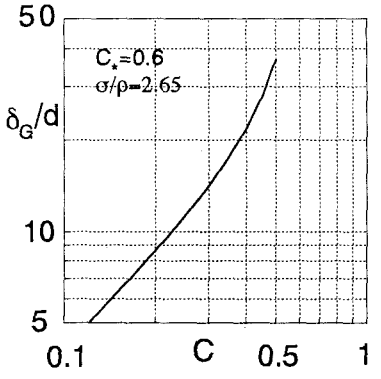
4．粒子間力層の厚さ

式（9）の計算においては、粒子間力層の厚さδ_Gの評価が必要となる。ここでは、後述の図－5のような実験値から無次元厚さ

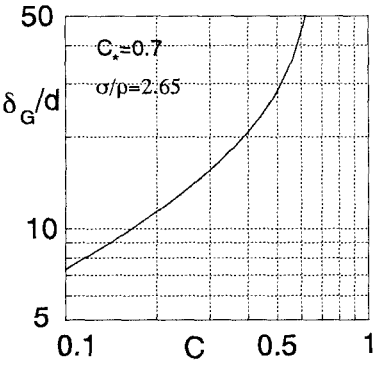
$$\frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} = 15 \tag{12}$$

を仮定し、この値を普遍定数として用いてδ_Gを評価する。その計算結果を図-3、4に土石流・泥流、乾燥粒子流のそれぞれについて示す。濃度の増加とともに粒子間力層が厚くなることが分かる。

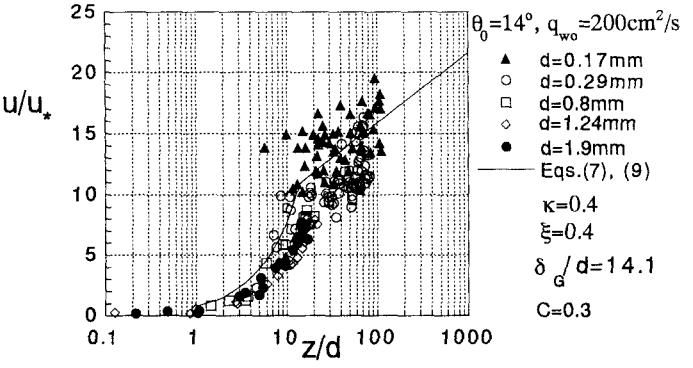
図－5は、式（7）、（9）においてσ/ρ=2.65, C=0.3, ξ=0.4, δ_G/d=14.1, κ=0.4として流速分布を計算した結果と実験との比較である。ここに、実験値は全てほぼ一定な濃度C≒0.3 および粒子比重σ/ρ ≒2.65の条件下で得られたものであるため、無次元高さとしては簡単なz/dを用いた。計算と実験は一致していることが分かる。



図－3　土石流・泥流における粒子間力層厚と濃度との関係



図－4　乾燥粒子流における粒子間力層厚と濃度との関係



図－5　土石流・泥流の流速分布

5．抵抗則

まず $\frac{z}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \leqq \frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ においては式(7)を用い、$\frac{z}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \geqq \frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ では式(9)を用いて、表面流速を求める。次に、式（7）、（9）を積分し、断面平均流速を求めると、それぞれ

(i) $\frac{h}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \leqq \frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ の場合

$$\frac{u_s}{u_*} = \frac{\xi}{\sqrt{K_{zx}}}\frac{h}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \tag{13}$$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{2}\frac{\xi}{\sqrt{K_{zx}}}\frac{h}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \tag{14}$$

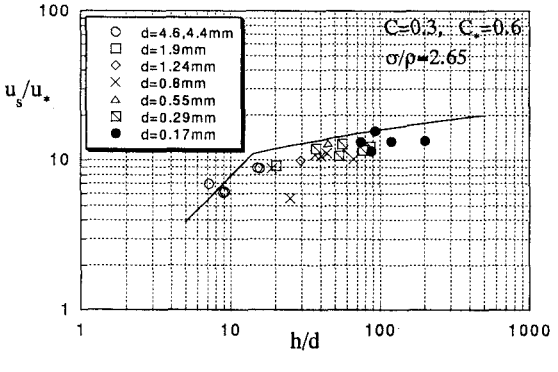
(ii) $\frac{h}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \geqq \frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ の場合

$$\frac{u_s}{u_*} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{h}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}\right)+B \tag{15}$$

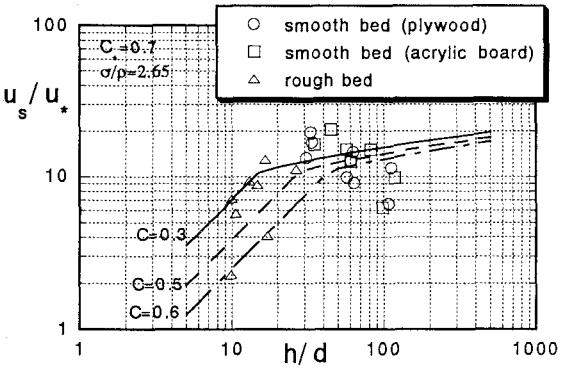
$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{2\sqrt{K_{zx}}}\frac{\xi}{\delta_G}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}\frac{\delta_G}{h} + \left(\frac{u_\delta}{u_*} - \frac{1}{\kappa}\right)\left(1-\frac{\delta_G}{h}\right) - \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{\delta_G}{h}\right) \tag{16}$$

となる。ここに粒子間力層の厚さは式（12）によって評価される。

図－6、7は濃度を一定にした時の無次元表面流速と相対水深との関係について計算と実験[8]との比較を土石流・泥流、乾燥粒子流のそれぞれについて示したものである。両者は良く適合していることが分かる。



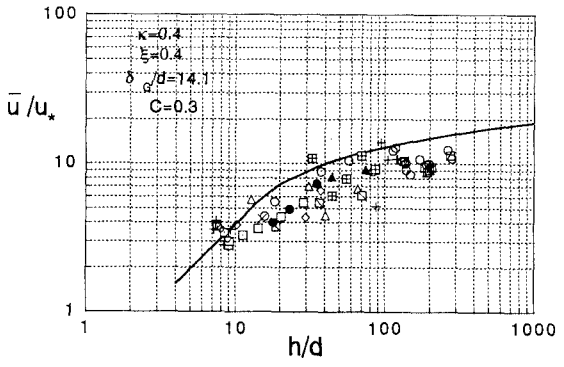
図－6　土石流・泥流における無次元表面流速と相対水深との関係



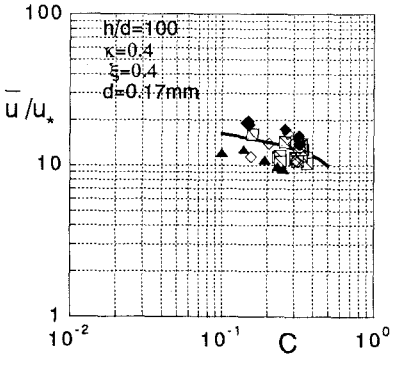
図－7　乾燥粒子流における無次元表面流速と相対水深との関係

図－8は濃度を一定にした時の流速係数と相対水深との関係について、さらに図－9は相対水深を一定にした時の流速係数と濃度との関係について計算と実験[2]との比較をそれぞれ示したものである。ここに図－9中の実験値の横軸は輸送濃度を表わしている。計算と実験は一致していることが分かる。

以上のことから、泥流などの高濃度流では図-2のモデルおよび式（12）の仮定が妥当であることが分かる。



図－8　土石流・泥流における流速係数と相対水深との関係



図－9　泥流における流速係数と濃度との関係

5．おわりに

高濃度流に対して、濃度の関数項と距離・粒径比とを結合した、新たな無次元距離を導入した。さらに連続流体の壁乱流の内層に類似して、粘性底層と慣性底層に対応してそれぞれ粒子間応力の卓越する粒子間力層とレイノルズ応力の卓越する慣性力層を、底面近傍において考え、それぞれの流速分布を導いた。その結果、流速分布はその無次元距離により普遍表示されることが分かった。粒子間力層の厚さの評価では、無次元厚さ $\frac{\delta_G}{d}\sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma E(C)}}$ =15 を普遍定数とした。これを基に、流速分布を積分して平均流速を求めると、泥流や乾燥粒子流の実験結果をうまく説明することができた。なお、理論計算においては一様な濃度分布を仮定しているが、実験では輸送濃度$C_T \leqq 0.2$において濃度分布が顕著であると考えられるので、$C_T \leqq 0.2$ の領域では今後さらに検討が必要である。

参考文献

1) 新井宗之・高橋　保：泥流型土石流の流動機構、土木学会論文集、第375号/II-6、1986.

2) 平野宗夫・橋本晴行・田崎武詞 他3名：泥流の特性に関する実験的研究, 土木学会第44回年次学術講演会, 1989.

3) Haruyuki Hashimoto : A COMPARISON BETWEEN GRAVITY FLOWS OF DRY SANDS AND SAND-WATER MIXTURES, INTERNATIONAL WORKSHOP ON DEBRIS FLOW, KAGOSHIMA, JAPAN, 1993.

4) 平野宗夫・橋本晴行・福富章・田熊幸二・バルームハマドサレー：開水路における高濃度流の無次元パラメーター、水工学論文集、第36巻、1992.

5) 橋本晴行・平野宗夫・バルームハマドサレー：泥流の内部構造について、土木学会年次学術講演会, 1993.

6) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間応力と流動特性、土木学会論文報告集、No.317、1982.

7) Bagnold, R.A. : Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, Proc. Roy. Soc. A, Vol.225,1954.

8) 木藤賢一・平野宗夫・橋本晴行：急勾配水路における乾燥粉体流の特性、水工学論文集、第37巻、1993.