

植生を持つ河床上の流れの抵抗則に関する基礎的研究

Basic Study on Resistance Law for Flow
on River-bed with Vegetation

* **

湯城豊勝 ・ 岡部健士

By Toyokatsu YUKI and Takeshi OKABE

The resistance law for flow on river-beds with vegetation is investigated experimentally and theoretically. The results of basic experiments with artificial vegetation indicate that when the vegetation density is less than a certain level, the flow passing through the vegetation is considerably affected by the river-bed condition. A numerical model for the vertical velocity distribution and the mean flow velocity is derived, based on Reynolds stress reduction model and Prandtl's mixing-length theory. The validity of this model is demonstrated through its comparison with the experiments conducted by the authors.

Keywords: open channel flow, vegetation, velocity distribution, numerical model

1. まえがき

葦や灌木のような比較的高い植生をもつ河床上の流れに関しては、模擬植生を用いた実験で得られた流体力学的知見に基づき、流速分布と平均流速の定式化あるいはそれらの計算法の検討が活発に行われてきた。

清水ら¹⁾は、植生密度が比較的大きい場合を対象に、固有浸透流速と混合長の概念に基づいて植生層内の流れと表面流との相互干渉を解析し、両者の流速分布を定式化するとともに平均流速式も導いた。また、室田・福原²⁾は、独自に考案した混合長の分布モデルに基づき、植生の撓み変形も考慮した流速分布の数値計算法を提案し、渡邊ら³⁾は、渦動粘性係数を用いて植生内流れの流速分布を定式化した。しかし、この種の、いわゆる1次の乱流構成則に基づく方法には、その一般化に係わる課題がかなり残されている。一方、清水ら⁴⁾は、高次の構成則である $k-\varepsilon$ モデルを用いた数値計算により、植生密度の大小で異なる流速分布形を統一的に説明できることを示している。この成果は高く評価できるが、例えば長期の河床変動計算などへの適用は1次構成則に基づくもののほうが遙かに容易であり、その改良を図ることもまた有意義と思われる。

本研究では、比較的確な密度で配列された曲線・円柱状の模擬植生を対象に、まず、水理実験を通して流れの内部構造特性を調べた。ついで、植生層内の流れに及ぼす底面摩擦の効果を重視しつつ、混合長理論に基づく流れ解析を行って、実験結果の説明モデルの構築を試みた。

* 正会員 工修 阿南高専助教授 建設システム工学科

(〒774 阿南市見能林町青木265)

** 正会員 工博 徳島大学助教授 工学部建設工学科

(〒770 徳島市南常三島町2-1)

2. 実験概要

2.1 実験概要

実験には長さが 12m, 幅Bが40cmの可変勾配・長方形断面水路を用いた。本水路の水路床にアクリル板を敷き, 揺動可能な直径1mmのシリコンチューブの模擬植生を約6mの区間の全幅に格子状に植え付け, 勾配を1/800に固定し, 等流状態で通水しつつ, 流量Q, 水深h, 流速u および乱れの分布を計測した。実験条件を表-1に示す。全実験ケースはシリーズ I (植生間=1cm), およびシリーズ II (同2cm) に分けられる。流速と乱れの計測は各シリーズでQ=4および8 l/sの場合についてのみ行われた。表中のkおよび θ_k はそれぞれ流れによって若干下流側に撓んだ模擬植生の高さおよび模擬植生頂部の傾斜角である(図-4参照)。なお, 模擬植生は最初から下流方向に湾曲しており, 通水しないとき $k=2.3\text{cm}$ であった。また, u_s =摩擦速度, v_m =平均流速($=Q/Bh$)である。

2.2 実験結果

図-1に極細のビト管による⁵⁾流速分布の実測結果を示す。底面付近では壁面法則に類似した分布形が現れているが, 植生層上部において変曲点を持ち, 対数型に近い表層の分布と接続するという流速分布の2重構造の傾向が現れている。図-2に電磁流速計による乱れの実験結果を示す。ただし, 直径8mmのプロブを用いたため, 水路床と水面近傍の精度は良くない。水深方向の乱れの大きさ(r.m.s.) v' は総じて境界面付近で最大値をとる。その下方では路床に向かって減少するが, その傾向が指数関数的¹⁾か否かは判然としない。主流方向の乱れの大きさ u' も, v' とほぼ同じ傾向を示している。

図-3にレイノルズ

応力の分布を示す。いずれのケースにおいても表面層と植生層の境界面付近に最大値が現れ, 表面層ではほぼ直線的に減少している。植生層内での低減傾向については, 計測方法の問題もあって, 系統的特性を把握するには至らなかった。

表-1 水理条件

Run No.	Q l/s	h cm	u _s cm/s	v _m cm/s	k cm	θ_k deg
I 2	2	4.27	2.29	11.7	—	—
I 4	4	6.08	2.73	16.4	2.2	53
I 6	6	7.48	3.03	20.1	—	—
I 8	8	8.54	3.23	23.4	2.0	51
I 10	10	9.82	3.47	25.5	—	—
II 2	2	3.49	2.07	14.3	—	—
II 4	4	4.87	2.44	20.5	2.2	56
II 6	6	6.16	2.75	24.4	—	—
II 8	8	6.92	2.91	28.9	2.1	51
II 10	10	8.09	3.15	30.9	—	—

シリーズ I : 植生間隔1cm シリーズ II : 植生間隔2cm

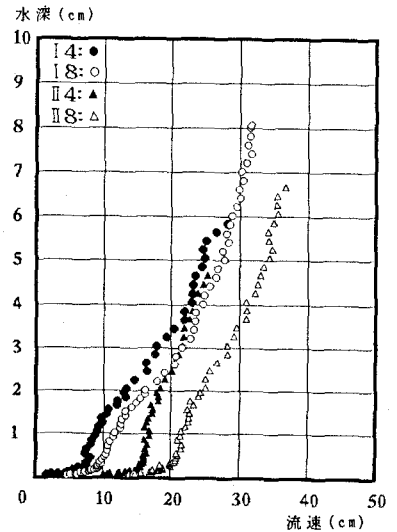


図-1 流速分布図

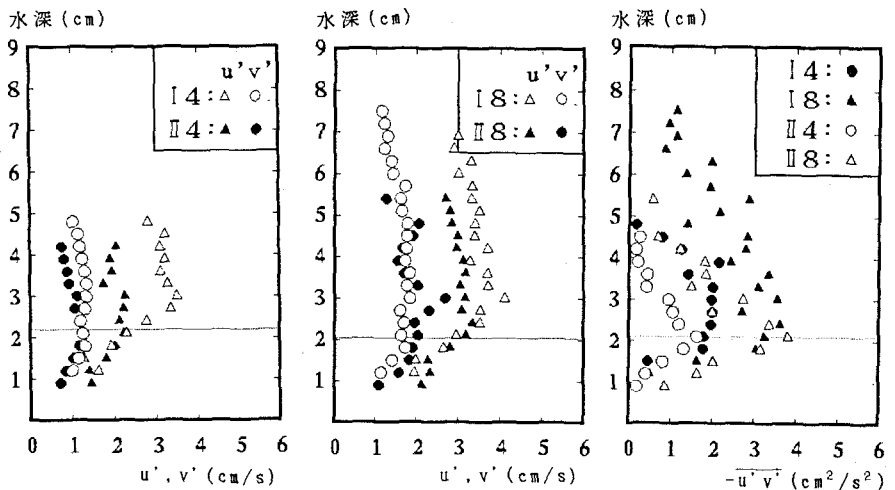


図-2(a) 乱れ強度

図-2(b) 乱れ強度

図-3 レイノルズ応力分布

3. 理論的考察

図-4に流れの模式図を示す。流れの全層は, 上から順に表面層, 植生層および底層に区分されている。ここに, 底層はその流速特性が底面粗度と底面剪断応力のみに規定される壁面法則の成立場としている。以下

においては、Prandtlの混合長理論に基づく流速分布の算定法を誘導する。

3.1 流体剪断応力の分布

植生を持つ河床上の流れでは、通常は三角形分布する流体剪断応力 τ が植生の形状抵抗により欠損する事が知られている。清水・辻本¹⁾は、彼らの実験結果に基づき、表面層に対して三角分布、植生層に対しては表面層・植生層境界での剪断応力 τ_k を基準応力とした指数型の一様低減型分布を仮定

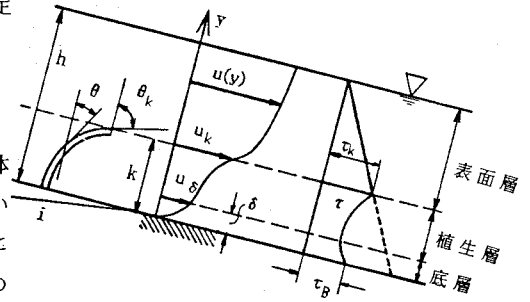


図-4 流れの模式図

した。しかし、室田・福原⁶⁾の実験結果(揺動の効果も含まれている)をみれば、植生層内のレイノルズ応力の分布は、この層内の流速分布特性によってかなり複雑に変化する。

さて、図-4に示すように撓んだ模擬植生の形状抵抗を考慮する場合、流体内部剪断応力の変化はつぎのように表される⁷⁾。

$$\frac{d\tau}{dy} = -\rho g i + \frac{1}{2} \rho C_D \frac{D}{s^2} u^2 \cos \theta \quad (1)$$

ここに、 y =河床面からの高さ、 ρ =流体密度、 g =重力の加速度、 C_D =抗力係数、 D =模擬植生の流下方向投影幅、 s =格子状配列の場合の間隔、 θ =模擬植生の局所的傾斜角(鉛直ならば $\theta=0$)である。なお、このような表示は、円柱状の植生に対するものであって、たとえば、柳のように樹冠を持つような植生の場合には、表現方法を改める必要があることは言うまでもない。一方、表面層 $k \leq y \leq h$ (h =水深)の領域では $D=0$ であり、(1)式は

$$\frac{d\tau}{dy} = -\rho g i \quad (2)$$

という通常の開水路等流に対するものに帰着する。いま、 C_D 、 D 、 s などが水深方向に変化しないものと仮定して、(1)式を $y=\delta \sim k$ の間で積分し、(2)式を利用して整理すると、植生層における τ の分布式が得られる。

$$\tau = \rho g i (h - y) - \rho \lambda \int_y^k (u^2 \cos \theta) dy \quad (3)$$

ただし、 $\lambda = (1/2) C_D (D/s^2)$ である。さらに、 θ については、何らかの方法で得られた θ と y との関係を単純に直線近似することを前提にして、 $\theta = \theta_k \cdot (y/k)$ のように記述すると、

$$\tau = \rho g i (h - y) - \rho \lambda \int_y^k \left\{ u^2 \cos \left(\frac{\theta_k}{k} y \right) \right\} dy \quad (4)$$

いま、 τ の陽的表示を得る目的のために、 $y=\delta \sim k$ の範囲の流速分布につぎのような近似式をあてはめてみる。

$$u = u_k \exp \left[-\frac{\beta}{2} \left(1 - \frac{y}{k} \right) \right] \quad (5)$$

ただし、

$$\beta = \frac{2}{1 - \delta/k} \ln \left(\frac{u_k}{u_\delta} \right) \cong 2 \ln (u_k / u_\delta) \quad (6)$$

ここに、 δ =底層の厚さ、 u_δ および u_k は、それぞれ $y=\delta$ および $y=k$ における流速である。(5)式は必ずしも一般的なものとは言えないが、その改善は今後の課題とする。さて、(5)式を用いれば、(4)式はつぎのように書き直される。

$$\tau = \rho g i (h - y) - \frac{\rho \lambda k u_k^2}{\beta^2 + \theta_k^2} \left[\beta \cos \theta_k + \theta_k \sin \theta_k - \exp \left[-\beta \left(1 - \frac{y}{k} \right) \right] \left\{ \beta \cos \left(\frac{\theta_k}{k} y \right) + \theta_k \sin \left(\frac{\theta_k}{k} y \right) \right\} \right] \quad (7)$$

なお、本式中の β は以下のようにして求められる。まず、底面($y=0$)での剪断応力 τ_b を

$$\tau_B = \rho g h i - \frac{\rho \lambda k u_k^2}{\beta^2 + \theta_k^2} [\beta \cos \theta_k + \theta_k \sin \theta_k - \beta \exp(-\beta)] \quad (8)$$

のように表示する。そして、この τ_B を壁面法則の代表剪断応力とするならば、 δ と u_δ をつぎのように表示することができる。すなわち、河床が滑面の場合は、

$$\frac{\sqrt{\tau_B / \rho} \delta}{\nu} = R_{11} \quad (9-a) \quad \frac{u_\delta}{\sqrt{\tau_B / \rho}} = R_{12} \quad (9-b)$$

粗面の場合は、

$$\delta = k_s \quad (10-a) \quad \frac{u_\delta}{\sqrt{\tau_B / \rho}} = R_{22} \quad (10-b)$$

ここに、 ν = 水の動粘性係数、 R_{11} = 定数、 R_{12} = 定数であるが、底面の粗滑で値を変化させる必要がある。ちなみに粗面の場合、 $R_{12} = 8.5$ とできそうであるが、滑面の場合の R_{11} 、 R_{12} は、後述するように(5)式の近似度を考慮しつつ決定した方がよい。また、 k_s = 相当砂粒粗度である。さて、いま求める δ と u_δ の表示式と(6)および(8)式より、 δ 、 u_δ 、 τ_B を消去すれば次式が得られる。

$$\frac{1}{\exp \beta} = R_{12}^2 \left[\frac{g h i}{u_k^2} - \frac{\lambda k}{\beta^2 + \theta_k^2} \left\{ \beta \cos \theta_k + \theta_k \sin \theta_k - \frac{\beta}{\exp \beta} \right\} \right] \quad (11)$$

本式を利用すれば u_k が与えられた場合に β を算定することが可能である。なお u_k の求め方については後述する。

3.2 混合長のモデル化

模擬植生がない等流の場合、Prandtlの混合長 l は次式のように表される。

$$l = \kappa y \sqrt{(1-y/h)} \quad (12)$$

一方、植生が存在すれば、 l は $y=k$ の高さを中心に(12)式のものより減少することが知られている¹⁾が、その変化特性は明らかでない。そこで、本研究では、水面と底面では $l=0$ であり、植生がない場合に(12)式に帰着する、次式のようなモデル化を行ってみた。

$$\text{表面層 } (k \leq y \leq h) \text{ において: } l = \kappa y \sqrt{1-y/h} - l_0 \sqrt{\frac{h-y}{h-k}} \quad (13)$$

$$\text{植生層 } (0 \leq y \leq k) \text{ において: } l = \kappa y \sqrt{1-y/h} - l_0 (y/k)^\alpha \quad (14)$$

ここに、 κ = カルマン定数、 l_0 = 植生層・表面層境界上における混合長の減少量、 α = 適当に定まるべき数である。なお、現段階においては、 l_0 および α は与えられた植生に固有の量であり、水理条件には依存しないものであることを期待している。

3.3 流速分布の算定式

(a) 表面層の流速分布

表面層の剪断応力分布は次式のように表される。

$$\tau = \rho g i (h-y) \quad (15)$$

そして、(13)式を用いれば流速分布の基礎式がつぎのように記述される。

$$\frac{du}{dy} = u_{*0} / \left\{ \kappa y \sqrt{1-\frac{y}{h}} - l_0 \sqrt{\frac{h-y}{h-k}} \right\} \quad (16)$$

ここに、 $u_{*0} = \sqrt{g h i}$ である。(16)式を $y=k$ において $u=u_k$ の条件で解けば、次式を得る。

$$\frac{u}{u_{*0}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\kappa y \sqrt{1-k/h} - l_0}{\kappa k \sqrt{1-k/h} - l_0} \right) + \frac{u_k}{u_{*0}} \quad (17)$$

この式を使えば、実験の流速資料などより l_0 の最適値を求めることができる。

(b) 植生層の流速分布

(7)式と(14)式よりつぎの関係式を得る。

$$\left\{xy\sqrt{1-y/h}-l_0(y/k)\right\}^2\left(\frac{du}{dy}\right)^2=\rho g i(1-y/h)-\frac{\lambda k u_k^2}{\beta^2+\theta_k^2}\left[\beta\cos\theta_k+\theta_k\sin\theta_k\right. \\ \left.-\exp\{-\lambda(1-y/k)\}\left\{\beta\cos\left(\theta_k\frac{y}{k}\right)+\theta_k\sin\left(\theta_k\frac{y}{k}\right)\right\}\right] \quad (18)$$

この式から du/dy を求め、さらに、 $u=u_0\cdot U$, $y=k\cdot\eta$, $\delta=k\cdot\eta_s$, $l_0=k\cdot L_0$, $h=k\cdot H$ のような無次元化を行うと、

$$\frac{dU}{d\eta}=\frac{\sqrt{1-\frac{\eta}{H}-\tilde{\lambda}U_k^2f_1(\eta,\beta,\theta_k)}}{\kappa\eta\sqrt{1-\frac{\eta}{H}-L_0\eta^\alpha}} \quad (19)$$

ここに、

$$f_1(\eta,\beta,\theta_k)=\frac{1}{\beta^2+\theta_k^2}\left[\beta\cos\theta_k+\theta_k\sin\theta_k-\exp\{-\lambda(1-\eta)\}\left\{\beta\cos(\theta_k\eta)+\theta_k\sin(\theta_k\eta)\right\}\right] \quad (20)$$

また、 $\tilde{\lambda}=\lambda k=(1/2)\cdot C_D\cdot(Dk/s^2)$ である。(19)式の境界条件は、(6)および(9)式より、

$$\eta=\eta_s=\frac{R_{s1}R_{s2}\exp(\beta/2)}{R_{0k}U_k} \quad (21)$$

$$\text{において } U=U_s=\frac{U_k}{\exp(\beta/2)} \quad (22)$$

ただし、 $R_{0k}=(u_0k)/\nu$ である。また、 β の算定のための(11)式も上と同様に無次元化すると、

$$\left\{\frac{1}{U_k^2}-\tilde{\lambda}f_2(\beta,\theta_k)\right\}\exp\beta-\frac{1}{R_{s2}^2}=0 \quad (23)$$

ここに、

$$f_2(\beta,\theta_k)=\frac{1}{\beta^2+\theta_k^2}\left\{\beta\cos\theta_k+\theta_k\sin\theta_k-\frac{\beta}{\exp\beta}\right\} \quad (24)$$

以上、植生層内の流速分布が β と U_k をパラメーターとして定式化された。しかし、(19)式を解析的に解くことは不可能で、流速値は数値計算で求めるしかない。このとき、 β と U_k は、(19)式の解が $\eta=1.0$ において $U=U_k$ を満たす条件と、(23)式の関係より決定できる。図-5はこのような数値計算の流れ図である。

3.4 流速分布式の適合性

図-6は、本論に基づく計算結果と筆者らの実験の結果を比較したものである。模擬植生の幾何条件以外の計算条件は以下の要領で決定した。まず、 C_D については、模擬植生が撓んでいることを考慮し、傾斜円柱に関する研究成果²⁾を参考にして、シリーズIでは0.6、シリーズIIでは0.75を与えた。また R の値については、当初いわゆる層流底層の概念に基づき、 $R_{s1}=R_{s2}=11.6$ としてみたが良好な適合性が得られなかった。これは(5)式の仮定に若干無理のあることを示唆するものでもある。しかし、この点は今後の課題として、ここでは便宜的な処置として、バッファー層の上限に対応した値、 $R_{s1}=70$, $R_{s2}=16.1$ を用いて計算を行った。混合長の減少量 l_0 は、実測の流速分布よりその最適値を決定した。混合長のモデル式である(14)式のべき数 α は、シリーズIで6、シリーズIIで10とした。さて、シリーズIの例では、流れの全層において十分に満足できる適合性が得られている。しかし、一方、シリーズIIの例では、表面層の計算値と実測値はかなり良く一致しているが、植生層と底層での適合性はきわめて悪い。この原因は、河床付近の l の評価値が小さすぎることにある。今後は、本モデルでは無視されている植生からのwakeによる混合長の増大を考慮する必要もあると思われる。

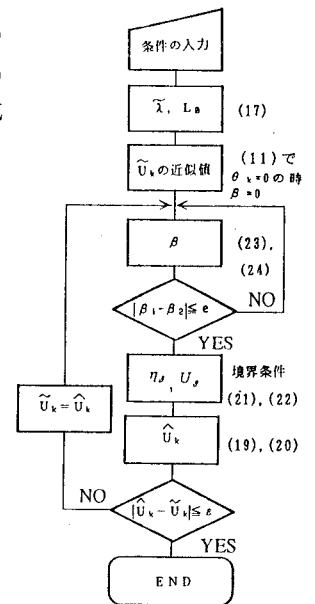


図-5 数値計算の流れ図

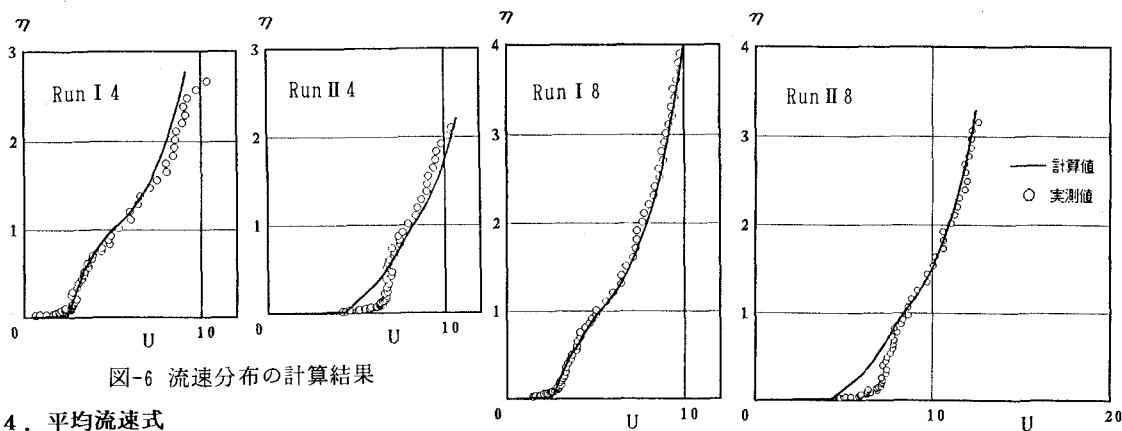


図-6 流速分布の計算結果

4. 平均流速式

平均流速 v_m は、流速分布式を積分することにより得られる。このとき、植生層の流速分布は陽な形式で定式化されていないが、実用上の観点より、ここでも(5)式の近似を用いることにすれば、 v_m は次式のように表される。

$$\frac{v_m}{u_0} = \frac{1}{H} \left[U_k \frac{1}{\beta/2} \{1 - \exp(-\beta/2)\} + \frac{H-a}{\kappa} \left\{ \ln \left(\frac{H-a}{1-a} \right) - 1 \right\} + \frac{1-a}{\kappa} + (H-1)U_k \right] \quad (25)$$

ただし

$$a = \frac{L_0}{\kappa \sqrt{1-H}} \quad (26)$$

上式より求めた計算結果を図-7に示す。計算で使用する混合長は、白ぬき印については実測値を使用し、黒塗り印は実測値から推測した値を用いた。全体に良好な結果を得て計算式の妥当性が認められた。

5. あとがき

著者らが行った実験結果に基づいて、本式の妥当性を検討したところ、混合長のモデル化にはなお一層の工夫を加えること、さらには誘導理論の一部に再検討を要することが明らかにされた。

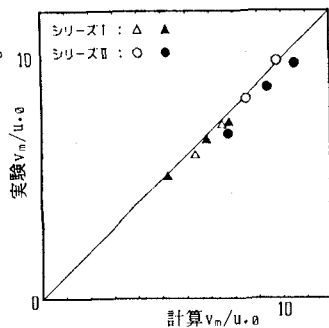


図-7 平均流速の計算値と実験値

参考文献

- 1) 清水・辻本・中川・北村：直立性植生層を伴う流れ場の構造に関する実験的研究，土木学会論文報告集 No. 438/II-17, pp. 31~40, 1991.
- 2) 室田・福原：直立性の植物を有する開水路の流れ構造について，第28回水理講演会論文集，pp. 225~230, 1984.
- 3) 渡邊・北篠・清水：樹木の存在する河道の流況特性，水工学論文集，第35巻，pp. 471~476, 1991
- 4) 清水・辻本・中川：直立性植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究，土木学会論文集，No. 447/II-19, pp. 35~44, 1992.
- 5) 岡部健士・穴瀬康雄・山下秀基：滑面固定床上における堆積限界掃流輸送量，水工学論文集，第38巻，pp. 633~640, 1994.
- 6) 室田 明・福原輝幸：水生植物を有する開水路流れの乱流構造に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第338号，pp. 97~103, 1983.
- 7) 岡田・北村・辻本：柔軟な植生覆われた路床をもつ開水路流れの特性，第46回年講，pp. 786~787, 1991.
- 8) S.F. HOERNER: FLUID-DYNAMIC DRAG, p. 3-11.