

緩やかな逆圧力勾配を伴う開水路流の実験的研究

An experimental study on open channel flows with moderate adverse pressure gradients

鬼束幸樹* 浦 勝** 秋山壽一郎*** 松岡定和****

By Kouki ONITSUKA, Masaru URA, Juichiro AKIYAMA and Sadakatsu MATSUOKA

Flow field of open channel flows with moderate adverse pressure gradients are measured by a Hot-film anemometer. Mean velocity profiles are expressed well by the log-wake law. In the fully developed flow condition, the velocity profiles are found to be self-similar in flow direction. Wake strength parameter W is expressed by Clauser's equilibrium parameter β . Reynolds stress distributions can be calculated from mean velocity profiles, by using of Rotta's equation. Turbulence intensities are expected by Bradshaw's experimental results.

keywords : experiment, turbulence, open channel flow, pressure gradient

1. はじめに

流れ方向に流速が減速する逆圧力勾配流れの研究は、古くから境界層流れにおいて行われており¹⁾⁻³⁾、多くの知見が得られている。主流速分布は圧力勾配の影響によって外層では対数則からずれを生じるが、wake functionを対数則に付加したlog-wake則によって良好に表現でき⁴⁾、乱れ諸量も圧力勾配の影響で、壁面と境界層上端までの間で極大値をとる、といった事が分かっている。一方、逆圧力勾配を伴う開水路流の研究は、岡部ら⁵⁾や古川ら⁶⁾が行っている。岡部らは、内層における主流速分布は対数則によって表現でき、外層においては対数則からずれを生じているものの、境界層流れと同様にlog-wake則によって表現できることを示しているが、Pitot管で流速を測定しているために乱れ強度やReynolds応力分布については測定されていない。古川らはLDAやHot-film流速計を用いた測定を水路床勾配1/13といった比較的急な圧力勾配流れで行い、内部境界層内ではべき乗則が適応でき、さらに底面せん断応力を底面渦度に置き換えることにより、渦度方程式を用いた数値シミュレーションが可能であることを示している。

本研究は緩やかな逆圧力勾配(水路床勾配=1/33~1/99)を有する開水路流を対象として実験を行い、底面せん断応力、主流速分布、Reynolds応力分布および乱れ強度分布に対する圧力勾配の影響について検討したものである。

* 学生員 九州工業大学工学研究科博士後期課程 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)
** 正会員 工博 九州工業大学工学部設計生産工学科
*** 正会員 Ph.D 九州工業大学工学部設計生産工学科
**** 学生員 九州工業大学工学研究科博士前期課程

2. 実験装置および実験条件

実験装置は、図-1に示すように長さ2050cm、水路幅60.0cmの勾配可変水路の上流から1200cmにわたり、高さ $t=3.0$ cmの底上げをし、そこから漸変部を作成したものである。漸変部の長さは $\ell=100$ (Run C1), 200(Run C2), 300cm(Run C3)の3通りとし、水路入口から流下方向に X' 軸を、漸変部入口($X'=1200$ cm)より流下方向に X 軸をとり、上流部および下流部の水路床勾配を $\sin \theta'$ 、漸変部の水路床勾配を $\sin \theta$ とした。底面および側壁はすべてアクリル製である。

実験は、表-1に示すように3通りそれぞれの長さの装置について、漸変部始点($X'=1200$ cm)でほぼ等流となるように、水路全体の勾配を変化させた3つの条件で行った。但し、 h は水深、

$Fr = \bar{U} / \sqrt{gh}$ はFroude数、 $Re = \bar{U} h / \nu$ はReynolds数、 $\bar{U}$ は断面平均流速、 g は重力加速度、 ν は動粘性係数で、サフィックス0は漸変部始点を、サフィックス1は漸変部終点を示す。C1, C2, C3ともに漸変部始点でおよそ水深が6.5cmであるので、アスペクト比は9.2である。また、漸変部始点は水路上端より径深 R の225倍ほど下流であり、Gessnerの条件⁷⁾をほぼ満たすので、漸変部始点では発達した2次元乱流とみなすことができる。

$X' \geq 240R$ (1)

流速測定は水路中心線上の18~25断面について、鉛直方向に12~13点で主流速 U および鉛直方向流速 V をX型Hot-film流速計を用いて、サンプリング間隔0.01sec、サンプリング時間40.96secで行った。

3. 実験結果および考察

3. 1 底面せん断応力の評価

底面摩擦速度は運動方程式に基づく方法と対数則に基づく方法の2通りの方法を用いて検討した。開水路の定流において、水深の変化を規定する基礎式は次式となる。

$$\frac{dh}{dX} = \frac{\sin \theta - \frac{U_*^2}{gR}}{\cos \theta - \frac{Q^2}{gh^3 B^2}} \quad (2)$$

ここに、 Q は流量、 B は水路幅、 U_* は摩擦速度である。そこで、水面勾配をレベルとポイントゲージを用いて水面形を実測することによって求め、摩擦速度を算出した。一方、得られた主流速分布の内層($50 < yU_* / \nu$, $y/h \leq 0.2$)に式(3)の対数則⁸⁾を当てはめることによって摩擦速度が得られる。後述する

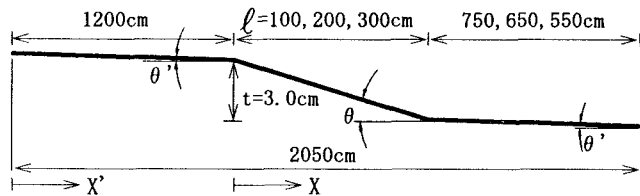


図-1 実験用水路

表-1 実験条件

Exp. No.	ℓ (cm)	t (cm)	$\sin \theta'$	$\sin \theta$	$X=0$ (cm)			$X=\ell$ (cm)		
					h_0 (cm)	Fr_0	$Re_0 \times 10^4$	h_1 (cm)	Fr_1	$Re_1 \times 10^4$
C1-75	100	3.0	1/7500	1/33	6.51	0.227	1.20	9.64	0.140	1.33
C1-25	100	3.0	1/2500	1/33	6.21	0.396	1.92	9.46	0.210	1.92
C1-15	100	3.0	1/1500	1/33	5.82	0.561	2.44	9.37	0.293	2.60
C2-50	200	3.0	1/5000	1/66	6.71	0.253	1.45	9.77	0.153	1.53
C2-25	200	3.0	1/2500	1/65	6.53	0.368	2.00	9.75	0.202	2.01
C2-15	200	3.0	1/1500	1/64	6.17	0.629	3.12	9.62	0.305	2.94
C3-75	300	3.0	1/7500	1/99	6.72	0.197	1.10	9.80	0.109	1.08
C3-25	300	3.0	1/2500	1/96	6.49	0.385	2.08	9.76	0.215	2.15
C3-15	300	3.0	1/1500	1/94	6.01	0.597	2.89	9.66	0.304	2.99

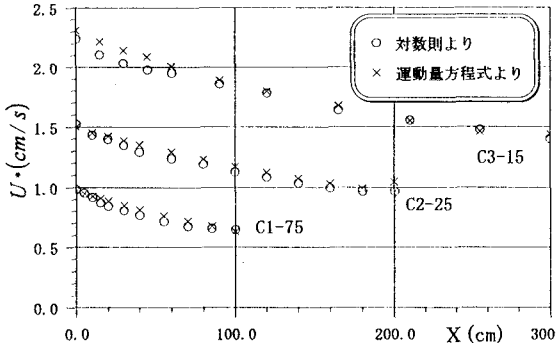


図-2 摩擦速度の流下方向変化

が、内層の流速分布は対数則によって良好に表現できる。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y U_*}{\nu} + A \quad (\kappa = 0.412, A = 5.29) \quad (3)$$

式(2)および式(3)によって得られた摩擦速度の流下方向変化を図-2に示す。両者より求めた摩擦速度はほぼ一致している。以下、本文中では式(3)の対数則より求めた摩擦速度を用いる。

3.2 主流速分布

主流速分布の流下方向変化の一例(C2-75)を図-3に示す。内層では対数則で良好に表現できるが、外層では対数則からずれを生じており、内外層を含む主流速分布は式(4)のlog-wake則で良好に表現できることが分かる。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y U_*}{\nu} + A + \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2 \left(\frac{\pi y}{2h} \right) \quad (4)$$

wake strength parameter Π は上流部($X \leq 0$)ではほぼ $\Pi \approx 0$ で、漸変部では急増した後にはほぼ一定値を取り、下流部($X \geq 200$)では再び $\Pi \approx 0$ となる。 Π の流下方向変化は図-4に示すように、C2およびC3は $X \geq 70\text{cm}$ で Π がほぼ一定となっており、流下に伴い水深や流速値が

変化しているにも関わらず、正規化された流速分布が相似形を保つことが分かる。 $0 \leq X \leq 70\text{cm}$ において Π が急増しているのは $X = 0\text{cm}$ の底面から新たに発達する内部境界層が水表面まで達しているためであろう。この70cmという値は流入水深 h_0 の約10.8倍であるが、2次元噴流のポテンシャルコアの長さを示す次式⁹⁾、

$$\ell_p = 11.7h_0 \quad (5)$$

とほぼ一致するので、開水路流においても式(5)を一つの指標として用いることができるであろう。C1は内部境界層が水表面に達した後の領域区間が短いため、流速分布が相似かどうか確認できなかった。

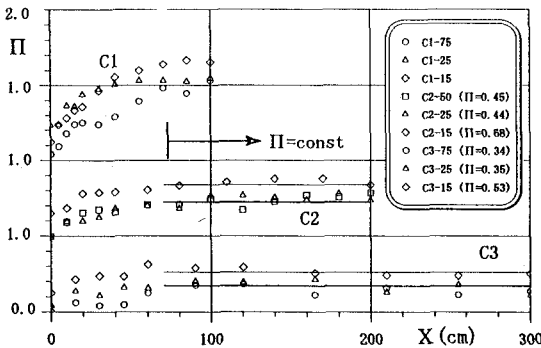


図-4 Π の流下方向変化

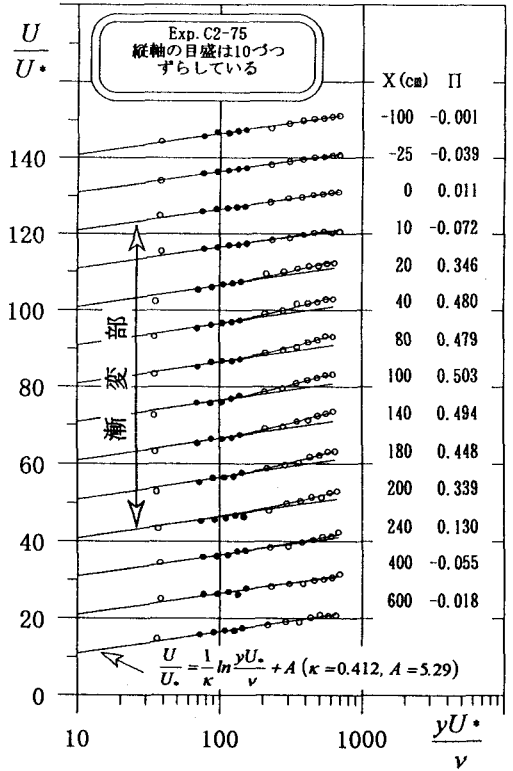


図-3 主流速分布の流下方向変化

3.3 平衡境界層に基づく運動方程式の誘導および検討

各断面の流速分布が相似で、速度と長さスケールだけで決定できるような乱流境界層は平衡境界層と呼ばれている。逆圧力勾配の平衡境界層は、Clauser¹⁾によって測定され、外層における主流速分布が対数則からずれを生じることを示した。MellorとGibson²⁾は圧力勾配と流速分布形の関係を定量的に示した。Bradshaw³⁾は逆圧力勾配での平衡境界層の乱れ強度分布やReynolds応力分布に極大値をもつことを示した。次に、平衡境界層における運動方程式を誘導する。

定常平均流速に対する X 方向の運動方程式は次式で与えられる。

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dX} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial Y} \quad (6)$$

連続の式を用いると次式に変形される。

$$\beta(2f - \gamma f^2) + \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\Delta}{dX} - \beta \right) \left[\eta - \gamma \int_0^\eta f d\eta \right] f' = \frac{\tau}{\tau_w} \quad (7)$$

但し、 $\beta = \frac{H_1 dP}{\tau_w dX}$ (Clauser's equilibrium parameter)、 $f = \frac{U_{max} - U}{U^*}$ 、 $\Delta = \frac{H_1}{\gamma}$ 、 $\gamma = \frac{U^*}{U_{max}}$ 、 $\eta = \frac{Y}{\Delta}$ であり、

τ_w は底面せん断応力、 U_{max} は最大流速、 H_1 は排除厚である。式(7)において、以下に示すRottaの条件¹⁰⁾を満たすときの流れは、 X に無関係となるので平衡境界層である。

$$\beta = \text{const} \quad (8. a)$$

$$\gamma = \text{const} \quad (8. b)$$

$$d\Delta/dX = \text{const} \quad (8. c)$$

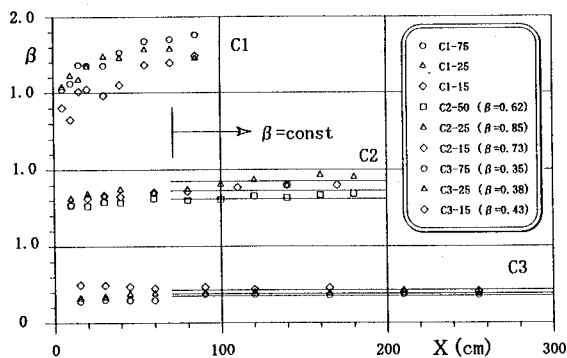


図-5 (a) β の流下方向変化

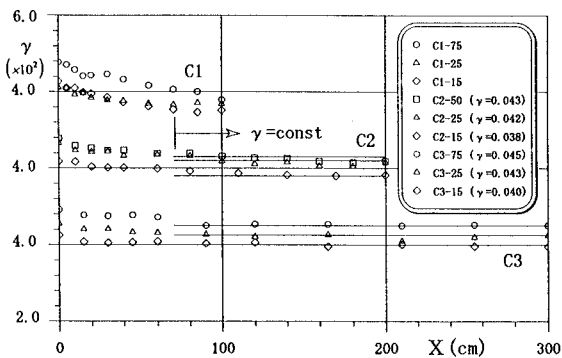


図-5 (b) γ の流下方向変化

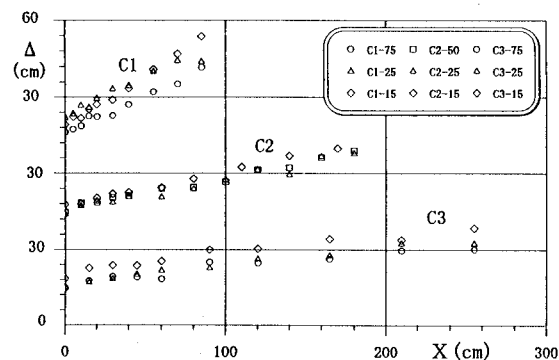


図-5 (c) Δ の流下方向変化

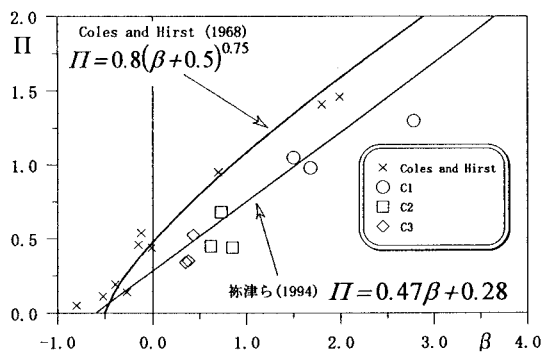


図-6 β と Π の関係

式(8)に基づき、本実験の流れが平衡境界層にあるか検討する。図-5 (a)~(c)に β 、 γ および Δ の流下方向変化を示す。図-5 (a), (b)より、 β および γ はC2, C3共に $X \geq 70\text{cm}$ でほぼ一定となっていることが分かる。また、図-5 (c)より、漸変部ではほぼ $d\Delta/dX$ は一定となっていることが分かる。よって、C2およびC3は $X \geq 70\text{cm}$ において平衡境界層であるといえる。ColesとHirst¹¹⁾によって、外層の流速分布を表現するwake strength parameter Π とClauser's equilibrium parameter β は、平衡境界層では次のような関係があることが実験的に示されている。

$$\Pi = 0.8(\beta + 0.5)^{0.75} \quad (9)$$

また、柗津ら¹²⁾は加速および減速する開水路流において、次式が成立することを示している。

$$\Pi = 0.47\beta + 0.28 \quad (10)$$

本実験結果において、表-2に記した $X \geq 70\text{cm}$ での平均的な β と Π の関係を、Coles and Hirstの結果と共に

表-2 水理諸量

Exp. No.	Π (-)	γ $\times 10^{-2}$ (-)	$d\Delta/dX$ (-)	β (-)	m (-)
C1-75	0.98	4.0	0.327	1.68	-0.206
C1-25	1.05	3.7	0.317	1.50	-0.175
C1-15	1.30	3.75	0.400	2.78	-0.261
C2-50	0.45	4.3	0.122	0.62	-0.219
C2-25	0.44	4.2	0.128	0.85	-0.249
C2-15	0.68	3.8	0.141	0.73	-0.197
C3-75	0.34	4.5	0.064	0.35	-0.197
C3-25	0.35	4.25	0.069	0.38	-0.236
C3-15	0.525	4.0	0.081	0.43	-0.233

図-6に示す。但し、 $m = -\beta\gamma / (d\Delta/dX)$ である。本実験結果における β と Π の関係は、平衡境界層で成立する式(9)よりもむしろ、称津らの式(10)によって表現できる。

3. 4 Reynolds応力分布

平衡境界層において、運動方程式(7)を積分すると、流速分布からReynolds応力が算出できるRottaの式(11)が得られる¹⁰⁾。

$$\frac{-\rho \overline{uv}}{\tau_w} = 1 + \beta \left(3 \int_0^\eta f d\eta_1 - 2\gamma \int_0^\eta f^2 d\eta_1 - \eta f + \gamma f \int_0^\eta f d\eta_1 \right) - \frac{1}{\gamma} \frac{d\Delta}{dX} \left(\int_0^\eta f d\eta_1 - \gamma \int_0^\eta f^2 d\eta_1 - \eta f + \gamma f \int_0^\eta f d\eta_1 \right) \quad (11)$$

式(11)を用いて求めた平衡領域($X \geq 70cm$)におけるReynolds応力分布曲線を実測値と共に図-7に示す。図-7より圧力勾配の大きさを示す β が大きくなる程、Reynolds応力の極大値が大きくなる事が分かる。式(11)から得られた値は実測値より多少大きな値をとっているが、半水深付近で極大値をとるといった特徴をよく示しており、おおよそ実験値の傾向を表しているといえる。

3. 5 乱れ強度分布

Bradshawは逆圧力勾配を伴う平衡境界層の実験を行っており、乱れ強度も測定している。実験条件はパラメータ β の代わりに m を用いた表示で、 $m = -0.15, -0.255$ の2ケースであり、Reynolds数はそれぞれ22,900および38,800である。本実験の m を表-2に示しているが、Bradshawの実験条件に比較的近いものはC3-75($m = -0.175$)およびC1-15($m = -0.261$)である。図-8にC3-75およびC1-15の平衡領域($X \geq 70cm$)における乱れ強度 u'^2/U_{max}^2 をBradshawの結果と共に示す。本実験結果より、 m が小さくなるほど圧力勾配が大きく、半水深付近での乱れ強度の極大値が大きくなる事が分かる。C3-75についてはBradshawの結果と m が多少異なるため、定量的には比較はできないが、比較的 m が類似しているC1-15を見るとかなり一致している事が分かる。

4. 結論

緩やかな逆圧力勾配を伴う開水路流は(1)漸変部に流入すると内部境界層が発達するが、境界層が水面に到達する位置は2次元噴流の式でおおよそ予測できる。(2)底面せん断応力は内層における流速分布に対数則を適用することによって算定することができる。(3)内層および外層を含む流速分布はlog-wake則によって表現でき、wake strength parameter Π は内部境界層が水面まで達した後はほぼ一定値を取り平衡境界層となる。(4)圧力勾配の大きさを示すClauser's equilibrium parameter β と流速分布の対数則からのずれを示すwake strength

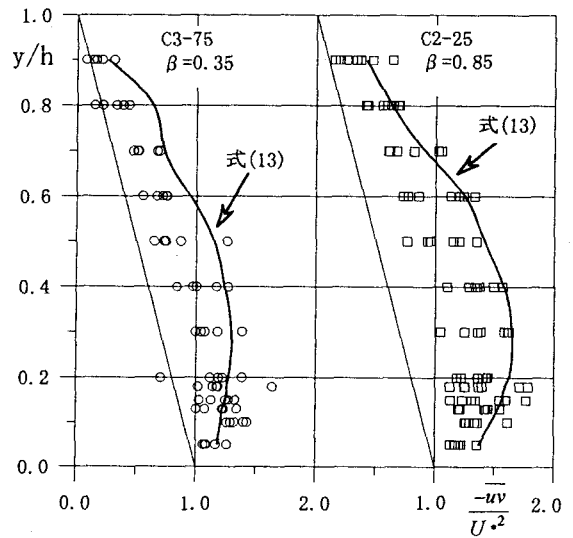


図-7 Reynolds応力分布

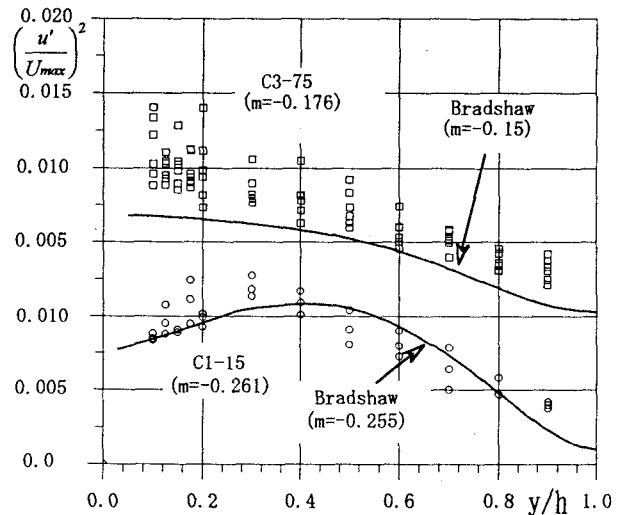


図-8 乱れ強度分布

parameter Π の関係は祢津らの式によって表すことができる。(5) Reynolds 応力分布は β が大きくなるほど半水深付近の極大値は大きくなり、平衡境界層では流速分布を知ることによって良好に Reynolds 応力を予測することができる。(6) 乱れ強度も圧力勾配が大きくなるほど半水深付近の極大値は大きくなり、境界層の結果とほぼ一致するなどのことが分かった。

本研究では、圧力勾配をパラメータとした流速分布および Reynolds 応力分布の関係式を示したが、乱れ強度については圧力勾配と直接結びつける関係式は不明である。今後、乱れ強度についても関係式を明らかにしたい。以上の結果は水路床勾配が $1/33 \sim 1/99$ であり、 $0.35 \leq \beta \leq 2.78$ の実験範囲であるので、今後更に広範囲における実験を行う必要がある。また、境界層流れと開水路流れとの相違についても明らかにしたい。

謝辞

本研究を行うに当たり、実験および解析に協力して頂いた大学院生、政徳克志氏に謝意を表す。また、多くの実験に協力頂いた4年生、堅田憲司、堺博幸、坂本真、峯崎晃洋および技術補佐員の白神晴崇の諸氏に謝意を表す。

参考文献

- 1) F. H. Clauser : *Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients*, Journal of Aeronautical Sciences, pp. 91-108, 1954
- 2) G. L. Mellor and D. M. Gibson : *Equilibrium turbulence boundary layers*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 24, part 2, pp. 225-253, 1966
- 3) P. Bradshaw : *The turbulence structure of equilibrium boundary layers*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 29, part 4, pp. 625-645, 1967
- 4) D. Coles : *The law of the wake in the turbulent boundary layer*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 1, pp. 191-226, 1956
- 5) 岡部健士・杉尾捨三郎：均質な2次元開水路漸拡流の水理学特性について，第25回水理講演会論文集，pp. 119-124, 1981
- 6) 古川恵太・市村知也・関根正人・吉川秀夫：水路床勾配が漸変する開水路流れ場の解析，土木学会論文集 第417号／II-13, pp. 63-71, 1990
- 7) F. B. Gessner : *Corner Flow*, 1980-81 AFOSR-HTTM Stanford Conference of Complex Flows, vol. I, pp. 182-212, 1981
- 8) Iehisa Nezu and Wolfgang Rodi : *Open-channel flow measurements with a laser doppler anemometer*, Journal of Hydraulic Engineering, vol. 112, No. 5, May, pp. 335-355, 1986
- 9) N. Rajaratnam : *Turbulent Jets*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1976
- 10) J. C. Rotta : (乱流：大路通雄訳) *Turbulente Strömungen*, B. G. Teubner, Stuttgart, 1972
- 11) D. E. Coles and E. A. Hirst : *Proc. Comput. Turbul. Boundary-Layers, vol. II*, Dep. Mech. Eng., Stanford Univ. 1968
- 12) 祢津家久・門田章宏・戸田孝史：加速流および減速流の乱流特性，土木学会第49回年次学術講演会概要集，2-A pp. 416-417, 1994