

# 冬期石狩湾における鉛直断面内の 冷気流形状に関する研究

A study on the shape of a cold air flow around  
Ishikari Bay in winter at a vertical plane

中山 恵介<sup>\*</sup>・長谷川和義<sup>\*\*</sup>・藤田 睦博<sup>\*\*\*</sup>

By Keisuke Nakayama, Kazuyoshi Hasegawa and Mutsuhiro Fuzita

A cold air flow which is called a "Land Breeze" often appears within Ishikari Bay in winter seasons. The flow goes down from the cold mountain area to creep into the comparatively warm surrounding atmosphere. It is known that Sapporo has a heavy snowfall when a cold flow generates to develop snow cloud within Ishikari Bay. The present study attempts to analyze the stretch and the vertical shape of a cold air flow by using the one dimensional two layer model. Stability for the cold air layer is also discussed.

As a result, it is found that the stable frequency domain becomes wider when the inner Froud number becomes greater and the ground slope becomes smaller. And by considering the thermal effect, a stretch length and a vertical shape of the cold air layer could be derived; they agreed qualitatively with the observed data obtained with Doppler Radar.

**Key Words :** a cold air flow, a thermal effect, Stability,  
two layer model, Ishikari Bay

## 1. まえがき

1993年度冬期、札幌は数十年ぶりの豪雪にみまわれた。札幌は北海道において中心的な役割を果たしており、このような豪雪は社会的に及ぼす影響も大きい。そこで、豪雪をもたらす雪雲の発生とその推移の推定が必要とされている。札幌に豪雪をもたらす雪雲発生の種類は多くあるが、その中でも石狩湾上において帯状雲を生じた場合はかなりの豪雪をもたらすことが知られている。帯状雲の発生要因は、3次元ドップラーレーダを用いた観測等により、北西から西の季節風に逆らった、石狩湾東部の浜益・厚田からの冷気流の張り出しであることが確認されている。<sup>(1)</sup>

本研究は、帯状雲の一つの大きな発生要因である冷気流の張り出しを、2次元の密度流に類似させ、定常状態における温度効果を考慮した解析を行い、観測結果との比較を行ったものである。冷気流の斜面谷部進行速度および海上での冷気流の進行速度についての考察も行った。

## 2. 1990年1月23日の観測結果

1990年1月23日において冷気流の張り出しをとまなう雪雲が発生した。この雪雲は、その冬の最も大きな降雪の一つを札幌にもたらした。図-1に高度1000mにおけるレーダエコーおよび高度250mにおける水平風速とレーダーエコーのコンタを示す。

高度250mの水平風速分布より、陸から海上に向かう季節風と逆行した冷気流が生じていることが分かる。冷気流が後退した後の高度1000mのレーダエコーにおいては、石狩湾上において帯状雪雲が渦状雲に変化しており、いわゆる石狩湾小低気圧の発生がみられる。このように冷気流が生じた場合、帯状雲を生じるだけでなくお互いを補強しあうような冷気流と石狩湾小低気圧といった状態になることもあることが確認された。

冬期石狩湾において季節風が弱まったとき冷気流が張り出す。その季節風風速はおよそ7~10m/sec、冷気流の風速は

---

\* 学生員 北海道大学工学研究科土木工学専攻 (〒060 北海道札幌市北区北14条西7丁目)  
\*\* 正会員 工博 北海道大学 工学部 土木工学科 (〒060 北海道札幌市北区北14条西7丁目)  
\*\*\* 正会員 工博 北海道大学 工学部 土木工学科 (〒060 北海道札幌市北区北14条西7丁目)

5~8m/secであることが観測により確認されている。

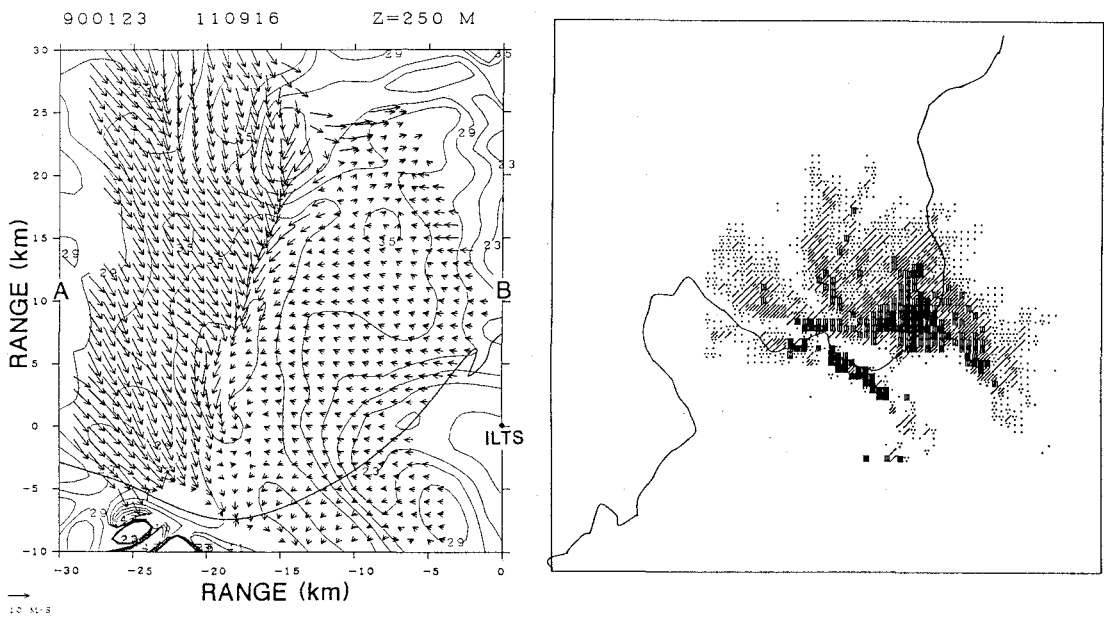


図-1 1990年1月23日における水平風速ベクトルとレーダーエコー

(図-1のベクトル図は、本学低温科学研究所業績第3509号の『2台のドップラーレーダによる3次元風速場の測定』：佐藤晋介，若濱五郎から引用した。)

3. 密度差のみによる冷気流の張り出し

季節風と冷気流の境界は不連続であることが確認されており、冷気流と外部寒気流を密度流のように扱うこととした。

3. 1 地形勾配なし

式(1)に冷気流と寒気の釣り合いの式、式(2)に式(1)の解を示す。

$$\frac{\rho_T f_i U^2}{g(\rho_T - \rho_0)} - h_0 h \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \longrightarrow a - h \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

ここで  $\epsilon = \frac{\rho_T - \rho_0}{\rho_T}$   $F_i^2 = \frac{U^2}{g \epsilon h_0}$   $a = F_i^2 f_i$

$$h = \sqrt{1 - 2ax} \tag{2}$$

底面による摩擦及び寒気と冷気の摩擦抵抗の2種類が存在するが、オーダ比較により底面での摩擦抵抗は省略した。ここで、 $h$ ：冷気流高さ、 $\rho_T$ ：冷気流密度、 $\rho_0$ ：寒気密度、 $U$ ：寒気と冷気の風速差、 $f_i$ ：抵抗係数である。式中の冷気流形状に関する変数は無次元化されている。以下この節では、式は無次元化されたものを用いる。

図-2に係数 $a$ を変化させたときの冷気流形状を示す。抵抗係数が小さく、内部フルード数が小さくなると冷気流は海上に大きく張り出すことが分かる。

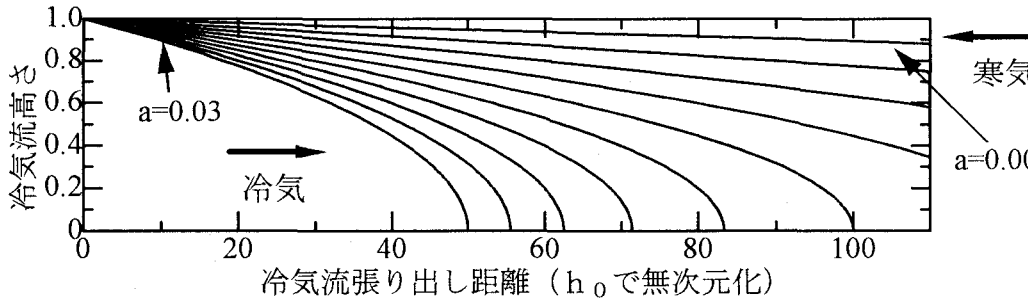


図-2 地形勾配なしの冷気流張り出し

### 3. 2 地形勾配有り

2.1と同様に釣り合いの式(3)と解の式(4)を示す。

$$\frac{\partial h}{\partial x} - I + \frac{a}{h} = 0 \quad (3)$$

$$x = \frac{1}{I^2} \left[ I(h-1) + a \ln \frac{a-Ih}{a-I} \right] \quad (4)$$

ここで、 $I$ ：地形勾配である。図-3に勾配が変化したときの冷気流張り出し形状を示す。勾配が増大すると張り出し距離が大きくなることが分かる。

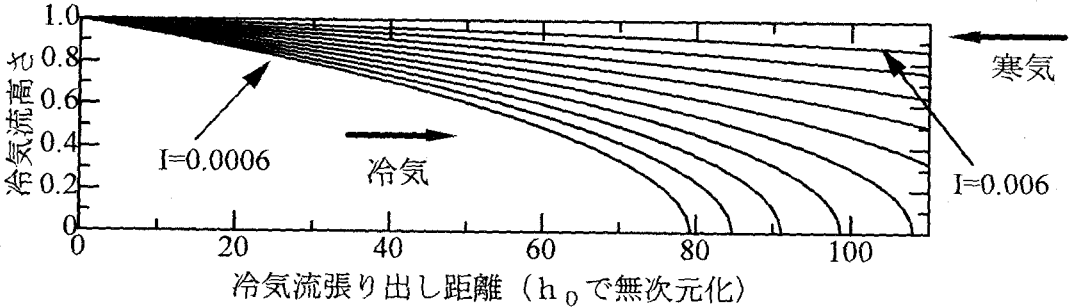


図-3 地形勾配を考慮した冷気流張り出し

### 4. 安定解析

冷気流が張り出し定常状態に達している場合、その安定性に関する解析を行うことにより冷気流の性質を知ることができる。卓越波長が分かることによる雪雲発生波長との関係等である。

方法は、鉛直加速度・移流項・拡散項を考慮した上で摂動成分により検討を加えるというものである。以下に、運動方程式2本(式(5)・式(6))、連続式(式(7))、境界条件を考慮するためのKinematic Waveの連続式(式(8))を示す。

運動方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\rho_T h}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\rho_T h}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_T f_i}{g} (U-u)^2 &= -\frac{1}{g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz \\ &+ h(\rho_T - \rho_0)I + \frac{\rho_T h}{g} \left( v_H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_T} \frac{\partial p}{\partial z} \\ -g + v_H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v_V \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (6)$$

連続式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

Kinematic Waveの連続式：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

ここで、 $u$ ：冷気流内風速、 $v_H$ ：水平方向渦粘性係数、 $v_V$ ：鉛直方向渦粘性係である。定常状態の解と摂動成分に分けて摂動方程式を導くと以下の式が得られる。

$$u = u_r + u'$$

$$h = h_r + h'$$

$$u_r = 0$$

$h_r$ ：定常状態の冷気流形状

$$-F_i^2 h_r \frac{\partial u'}{\partial t} + 2f_i F_i^2 u' + \frac{1}{g \epsilon h_0 g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz - h' I - \frac{F_i^2}{Re_H} h_r \frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} - \frac{F_i^2}{Re_V} h_r \frac{\partial^2 u'}{\partial z^2} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{p}{\rho_T g h_0 \varepsilon} = - \int_h^z \left( -F_i^2 \frac{\partial w'}{\partial t} - \frac{F_i^2}{Re_H} \frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} - \frac{F_i^2}{Re_V} \frac{\partial^2 w'}{\partial z^2} \right) dz - \frac{\rho_0}{\rho_T \varepsilon} h' \quad (10)$$

$$w' = \frac{z}{h_r} \left( \frac{\partial h'}{\partial t} + u' \frac{\partial h_r}{\partial x} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + u' \frac{\partial h_r}{\partial x} + h_r \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

以上の式に、以下の摂動速度成分と摂動冷気流高さ成分を代入して計算を行う。式(14)に安定解析で用いた基礎方程式を示す。

$$\begin{cases} h' = h_a e^{i(kx + \omega t)} \\ u' = u_a e^{i(kx + \omega t)} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \omega^2 \left( -iF_i^2 h_r - \frac{i}{3} F_i^2 k h_r^3 - F_i^2 k h_r^2 \frac{\partial h_r}{\partial x} \right) \\ & + \omega \left( 2f_i F_i^2 + \frac{1}{Re_H} F_i^2 k^2 h_r + \frac{1}{3 Re_H} F_i^2 k^4 h_r^3 - i \frac{1}{Re_H} F_i^2 k^3 h_r^2 \frac{\partial h_r}{\partial x} \right) \\ & - I k h_r - i \frac{k^2 \rho_0 h_r^2}{\varepsilon \rho_T} - i I \frac{\partial h_r}{\partial x} - \frac{2k \rho_0 h_r}{\varepsilon \rho_T} \frac{\partial h_r}{\partial x} + i \frac{\rho_0 h_r}{\varepsilon \rho_T} \frac{\partial^2 h_r}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

図-4に解析結果を示す。レイノルズ数に関する図がないのは、レイノルズ数の変化による安定限界波数の変化が  $Re < 0.01$  においてのみ現れ、それ以上については一定値をとることが解析的に確認されたためである。

図-4より、地形勾配が増すことにより安定限界波数は小さくなり、内部フルード数が大きくなることにより安定限界波数は大きくなるといった傾向が得られた。内部フルード数が小さくなるほど、地形勾配が大きくなるほど冷気流の張り出し距離が大きくなる。その際、安定限界波数は小さくなり安定限界波長は大きくなる。張り出しの距離により安定限界波長が比例したかたちで変化することを意味している。

K-Hの問題は2層間に渦列が生じているとみなして解析を行う等、2層間のマイクロな点に着目しているといえる。我々が行った安定解析は冷気流全体にある波長の擾乱が生じた場合の安定・不安定である。結果、数十キロ単位の波長までは現実的な条件において安定していた。このことから、K-H問題に見られるような波長の小さな渦の発生は発生するかもしれないが、全体として冷気流は安定しており、小さな渦の発生はモデルの中の摩擦係数に再現されると思われる。

地形勾配がある値以下において、擾乱が常に発達する不安定領域が広がっている。計算に用いた基礎方程式は線形化されたものであり、実際の擾乱は非線形効果により抑えられる場合がある。あくまでも、ある勾配以下の不安定領域は線形効果のみを考慮した結果である。

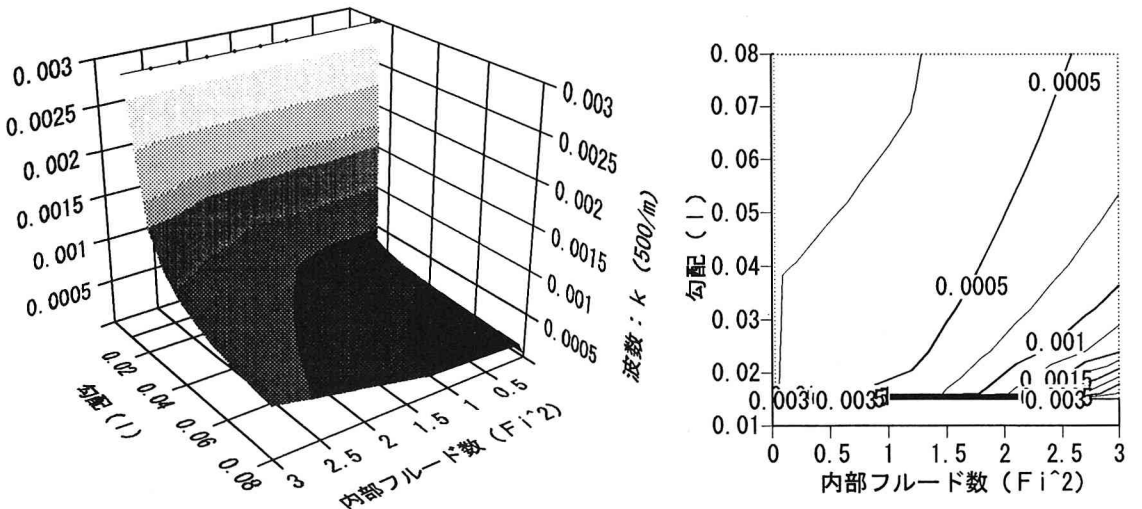


図-4 内部フルード数と地形勾配を変化させたときの波数安定解析

## 5. 温度効果を考慮した冷気流の張り出し及び観測との比較

冬期石狩湾において、海上と冷気流との温度差は大きく15℃にも及ぶ。この海上からの熱の供給が冷気流の張り出しに大きな影響を与えていると考えられる。

### 5. 1 温度効果

以下に、運動方程式(式(15)・式(16))、温度分布(式(17))を示す。温度分布は冷気流内高さ方向に一様に熱が伝わるとして解いた結果である。その際、剪断力及び熱流束を乱流成分を考慮した運動方程式を用いた。

$$\text{運動方程式：} \quad \frac{\rho_T f_i}{g} (U-u)^2 = -\frac{1}{g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz + h(\rho_T - \rho_0)I \quad (15)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_T} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \alpha g(\theta - \theta_T) \quad (16)$$

温度分布：

$$\theta = \frac{1}{2h} C_f \Delta \theta x + \theta_T \quad (17)$$

以上の式をまとめると、式(18)となる。

$$a = -h \frac{\partial h}{\partial x} + bh + bx \frac{\partial h}{\partial x} + hI$$

$$b = \frac{1}{2} (1 + \alpha \Delta \theta) C_f \quad (18)$$

ここで、 $\alpha$ ：大気の体膨張係数、 $C_f$ ：バルク係数である。

### 5. 2 1990年1月23日の観測結果との比較

図-5に1990年1月23日11:00における東西方向の鉛直断面を示す。(図-1に示すA-B断面である。)陸上から海上に海岸付近での高度がおおよそ500mである冷気流が季節風に逆らって張り出しているようすが分かる。冷気流先端においてかなり大きな上昇流が生じており、雪雲が発生していた。このときの冷気流内の温度は、寒気よりおよそ5℃低かった。これはゾンデの観測結果を用いた。季節風風速は9m/sec、冷気流風速は6m/secであり相対速度差15m/secであった。計算上問題となるのは抵抗係数であるが、塩水楔と同様の考え方をを行うとパラメータ $\Psi = \text{Re} Fd^2 = 3000$ (岩崎数)であったことから、 $f_i = 0.0005$ を用いた。図-6にバルク係数を変化させたときの冷気流形状を示す。

海上で大気に対して、一般的に用いられるバルク係数を用いた場合には、実際の冷気流よりも尖った形状の冷気流しか表現できていない。しかし、海上の温度が冷気流温度より20度C以上高いことを考慮し大きなバルク係数を用いると、実際の冷気流を非常によく模擬できる計算結果が得られた。これは、安定度を考慮すると交換係数が大きくなることから理解できる。

図-7に冷気流張り出し距離の変化による冷気流内部の温度変化を示す。これは、実際の冷気流と計算結果がよい一致を見せたバルク係数を用いたときの結果である。この結果は冷気流先端において熱の供給が生じることにより冷気流内部の温度が、寒気より大きくなることを示している。そして先端の大気が不安定な状態になり、上昇流が生じることを示している。これまでは冷気流形状効果による上昇流のみ注目されていたが、これは新たな要因を提案するものであると思われる。但し、冷気流内部の温度が増し内部フルード数が大きくなる先端部においては、形状を別個計算し直す必要があると思われる。

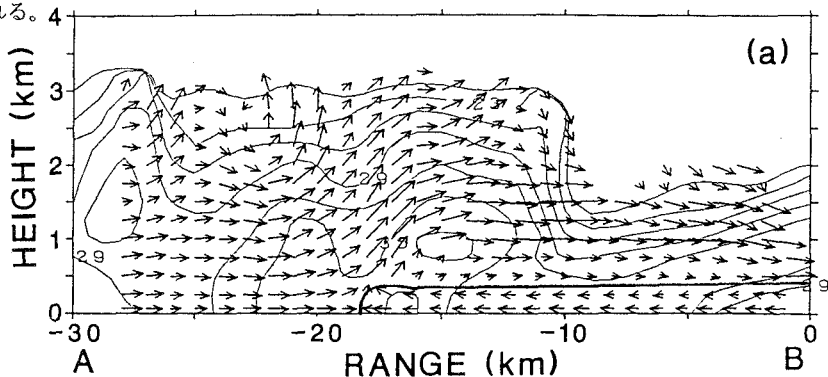


図-5 1990年1月23日における鉛直断面風速ベクトルおよびレーダーエコー

(図-5のベクトル図は、図-1と同じく本学低温科学研究所業績第3509号の『2台のドップラーレーダによる3次元風速場の測定』：佐藤晋介、若濱五郎から引用した。)

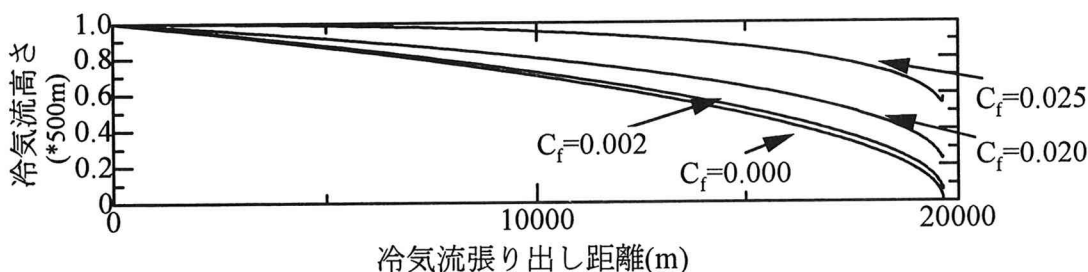


図-6 温度効果を考慮した場合の冷気流張り出し

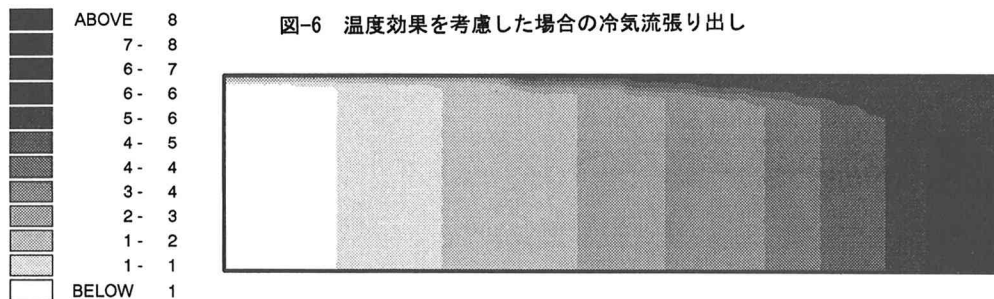


図-7 冷気流内部の温度分布（冷気流温度を0℃とした場合）

## 6. 冷気流の張り出し速度について

山地における冷気流の進行速度を推定することは、冷気流発生後の移動の予測を行う上で非常に重要な要因となる。推定方法は2種類の方法により行った。第一番目は式(3)に時間微分の項を加えKinematic Waveの連続式と連立させて基礎方程式を導き、摂動法を用いることにより移動速度を求める方法(式(19))、第2番目は単純にマンニングの公式により求める方法(式(20))である。海岸線で冷気流内部風速が5~8m/secであることを考えると、前者の方が現象を表現する上で適切であると思われる。

Kinematic Wave:

$$v = \frac{IU}{a} = \frac{0.008 \times 15}{0.01273} = 9.43 \text{ m/sec} \quad (19)$$

マンニング:

$$v = \frac{1}{n} h_0^{\frac{2}{3}} (\epsilon I)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{0.056} 500^{\frac{2}{3}} (0.018033 \times 0.008)^{\frac{1}{2}} = 13.5 \text{ m/sec} \quad (20)$$

海上に張り出した後については、単純にベルヌイの法則を用いることにより式(21)で求めることができる。これは相対速度を示しているものであり、実際の寒気と冷気との相対速度が13~18m/secであることを考えると妥当であると思われる。

ベルヌイ:

$$v = \sqrt{2\epsilon g h_0} = \sqrt{2 \times 0.018033 \times 9.8 \times 500} = 13.3 \text{ m/sec} \quad (21)$$

## 7. 結論

安定解析を行うことにより内部フルード数が小さくなり地形勾配が大きくなれば安定領域が増大することが分かった。ある勾配以上では全体的に安定であることが分かった。

温度効果を考えることにより、実際の冷気流形状をよりよく模擬することが出来た。その際、冷気流内部の温度は先端付近において寒気より温度が高くなり温度の逆転が起こる。それが上昇流の発生を促す効果があることが分かった。

山地における冷気流の移動速度を、時間微分を考慮した運動方程式とKinematic Waveの連続式により適当に推定できることが分かった。

謝辞: 本研究を進めるにあたり、本学低温科学研究所の佐藤晋介氏にデータの入手及び研究に対して多くの助言を頂いた。記して、感謝の意を表します。

【参考文献】(1) 菊池勝弘: 都市の豪雪災害の予測と軽減・防除に関する研究, 1993、(2) J.E.SIMPSON, R.E.BRITTER: The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface, J.Fluid Mech., vol.94, part3, pp.477-495, 1979、(3) 京藤敏達: 河川早瀬の不安定波に関する理論的研究, 水工学論文集大38巻, pp.449~456, 1994、(4) 本学低温科学研究所業績第3509号『2台のドップラーレーダによる3次元風速場の測定』、佐藤晋介、若濱五郎、1993