

河川流量系列の単位時間間隔と流域面積の関係に関する分析

An Analysis of the Relationship between Sampling Interval on River Discharge Time Series Data and Catchment Area

立川康人*・藤田 暁**・椎葉充晴***・高埴琢馬****

By Yasuto TACHIKAWA, Akira FUJITA, Michiharu SHIIBA, and Takuma TAKASAO

To reproduce real continuous records of river discharge from discrete discharge measurements, how long should we choose time interval for discrete discharge measurement? This time interval represents the time for describing a hydrological response and it can be considered as a time scale of a hydrological response. In this study, to find out a time scale of a hydrological response and a relationship between the time scale and the catchment scale (catchment area), we analyze river discharge time series data in the Yodo River basin using the Fourier transform method and the sampling theorem. As a result, between a time scale Δt (hour) and a catchment scale A (km²), a relationship, $\Delta t = p \exp(q\sqrt{A})$ is obtained, where $p = 0.6$ and $q = 0.026$. This relationship shows that Δt for a basin with 300 km² area is about 1 hour.

Key Words : time scale, scale problem, rainfall-runoff model, river discharge

1. はじめに

流域での雨水流出をモデル化する場合、どのようなモデル化手法を取るにせよ、現象が変動する時間単位で、モデル結果と実現象とが合うことをモデル構築の目標とせねばならない。実際の現象が時間単位あるいはそれより短い時間間隔で変動している場合、日単位でのモデルの結果と実現象とが合っていたとしても、このモデルは実現象をモデル化していることにはならないだろう。モデル化の前段階として、対象流域での流出現象がどのような時間単位で変動するのかを把握しておく必要がある。このことは、流量系列の時間間隔をどのように設定すれば、現象を把握しているかということでもある。高埴¹⁾はこの時間間隔を基準時間と呼び、流域の集中化(基準面積の抽出)とあわせて流出解析における重要性を指摘している。

ところが、現実にはこのような検討はあまりなされず、対象とする流域で得られている最も細かい時間分解能の流出ハイドログラフに適合させることを目的としてモデル化がなされている場合がほとんどではないだろうか。このような検討をすることなく、モデルの結果が観測値とよく適合したとしても、それは現象をモデル化したことになっていないかもしれない。もちろん、数百 km²以上の流域を対象とする場合は、この時間間隔は一時間程度で十分であろうから、これまでのモデル研究の成果を否定しているのではない。今一度、この時間間隔はどの程度であるか、この時間間隔と流域面積との間にはどのような関係があるかを確認しておく必要性を指摘しているのである。

そこで、本研究では観測された流量がどれくらいの時間単位で変動しているのか、言い替えれば、どれくらいの時間間隔(基準時間)で流量データを見れば実際の現象を把握していることになるのか、その時間間隔と流域面積とはどのような関係があるかを淀川流域での流量データを使って分析した。その結果を報告する。

*	正会員	工修	京都大学助手	工学部土木工学教室	(〒606 京都市左京区吉田本町)
**	学生会員		京都大学大学院学生	工学研究科修士課程	(同上)
***	正会員	工博	京都大学助教授	工学部土木工学教室	(同上)
****	正会員	工博	京都大学教授	工学部土木工学教室	(同上)

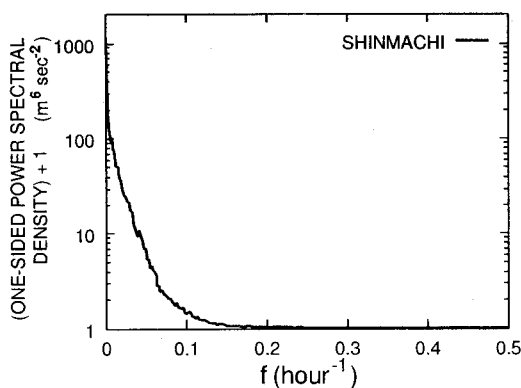


図-1 片側パワースペクトルの分布（新町観測所）

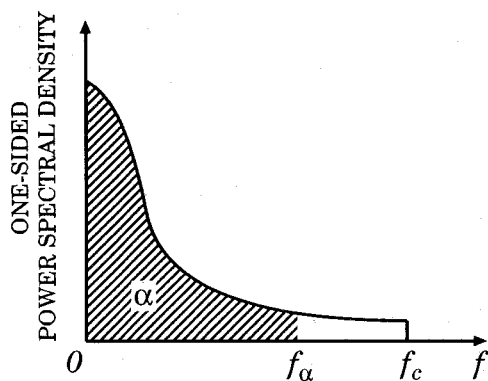


図-2 片側パワースペクトル分布の模式図

2. 分析手法

河川流量が短い時間間隔で変動する場合、すなわち流量波形に高い周波数成分が含まれる場合は、現象を記述するために短い時間間隔でデータをサンプリングする必要がある。逆に、変動が緩やかな場合は、サンプリングの時間間隔は長くにとってよい。この時間間隔が現象（河川流出）の変動する時間単位を表現している。そこでこの時間間隔が流量観測所ごとに（流域面積ごとに）どのようなものであるかを調べるために、各観測所ごとに流量データをフーリエ変換して周波数領域で記述し、パワースペクトル分布の特性を比較した。

図-1 は実際に得られた片側パワースペクトル分布を対数軸で示した例である。対数をとった場合、パワースペクトルがゼロであるとマイナス無限大に発散してしまうので、得られたパワースペクトルに1をたした結果を対数軸を用いて表示している。図-2 はパワースペクトル分布の模式図であり、この図を用いて分析手法を説明する。図中、 $f_c = 1/(2\Delta t)$ はナイキスト周波数であり、一定時間間隔 Δt の離散データで表現し得る最大の周波数を表わす。連続データを一定間隔 Δt でサンプリングする時、もとの連続データに含まれる周波数が f_c 以下の範囲内に限られるならば、サンプリングした離散データによって連続データは完全に決定される（標本化定理）。逆に、連続データに f_c を越える周波数成分が含まれていると、 f_c 以上の細かい変動は表現することができないため、離散データによって得られるパワースペクトルはエイリアシングの影響を受けて誤差が含まれる^{2),3)}。

ここで、流量観測所ごとに得られたパワースペクトル分布を比較するため、ある周波数以下のパワースペクトルが全パワースペクトルに対して $\alpha\%$ を占めるような周波数を f_α と定義し、 α を包含率と呼ぶことにする。連続データまたはエイリアシングの影響を受けていない離散データを扱う場合、同じ α に対して、変動がゆるやかな流量データは0に近い周波数のパワーが寄与する割合が高いために f_α は小さく、変動が小刻みで激しい流量データほど、大きい周波数成分を含むために f_α は大きくなり f_c に近付くことになる。つまり、 f_α の小さな流量データほど変動が緩やかであり、 f_α は現象の変動の速さを表す指標と言える。この f_α がナイキスト周波数となるような時間間隔 $\Delta t_\alpha = 1/(2f_\alpha)$ で観測を行なうと、エイリアシングの影響を受け、本来の流量波形に対して $(100 - \alpha)\%$ だけ誤差を含んだ流量波形を得ることになる。したがって、たとえば α を99%に固定して、各観測所での f_α または Δt_α を比較すれば、1%の誤差を含む流量系列を把握するための周波数またはサンプリング時間間隔を比較することができる。

以上の分析のためには連続な流量データ、またはエイリアシングの影響を受けていない離散データを用いることが前提となる。本研究で用いた流量のデータは時間間隔が1時間の離散データであり、ナイキスト周波数 f_c は $0.5 \text{ (hour}^{-1}\text{)}$ である。したがって、元の連続データに $0.5 \text{ (hour}^{-1}\text{)}$ 以上の周波数成分が含まれていればこの離散データは、エイリアシングの影響を受けていることになるが、実際に得られたスペクトル分布

表-1 流量観測所一覧

No.	観測所名	河川名	面積	期間
1	榛原	宇陀川	82.1	1976.9-1991.12
2	桧牧	内牧川	24.3	1986.4-1991.12
3	大野寺	宇陀川	177.9	1978.7-1991.12
4	鹿高	宇陀川	192.3	1976.1-1991.12
5	安部田	宇陀川	211.2	1976.9-1991.12
6	比奈知	名張川	77.1	1976.1-1991.12
7	伊賀見	青蓮寺川	73.9	1976.9-1991.12
8	上名張	名張川	196.2	1976.1-1991.12
9	名張	名張川	428.6	1976.9-1991.12
10	家野	名張川	465.5	1976.1-1991.12
11	岩屋	笠間川	43.8	1976.9-1991.12
12	依那古	木津川	149.4	1976.2-1991.12
13	荒木	服部川	94.0	1976.1-1991.12
14	岩倉	木津川	501.4	1986.4-1991.12
15	島ヶ原	木津川	524.9	1976.1-1991.12
16	有市	木津川	1206	1976.1-1991.12
17	加茂	木津川	1456	1976.1-1991.12
18	飯岡	木津川	1559	1978.6-1991.12
19	八幡	木津川	1596	1976.2-1991.12
20	大島居	大戸川	153.5	1976.1-1991.12
21	黒津	大戸川	193	1976.1-1991.12
22	向島	宇治川	4282	1986.4-1991.12
23	淀	宇治川	4354	1976.1-1991.12
24	世木	桂川	277.1	1979.6-1991.12
25	新町	桂川	540	1976.6-1991.12
26	亀岡	桂川	681	1986.4-1991.12
27	保津峡	桂川	741	1976.1-1991.12
28	天竜寺	桂川	818	1986.4-1991.12
29	桂	桂川	887	1976.1-1991.12
30	納所	桂川	1100	1976.1-1991.12
31	高浜	淀川	7050	1986.4-1991.12
32	枚方	淀川	7281	1976.1-1991.12

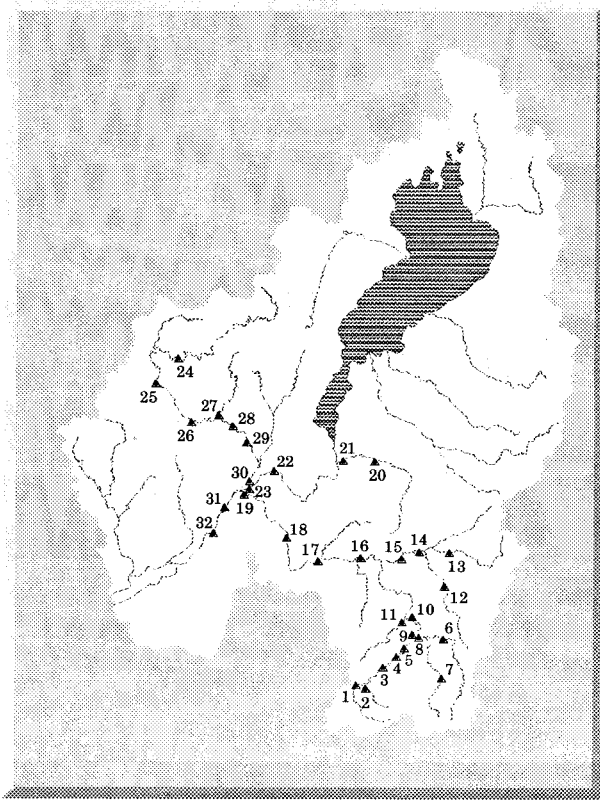


図-3 流量観測所位置

は図-2 に示すようにナイキスト周波数に近付くにつれてでほぼゼロに漸近（図-2 では1に漸近）しているので、この前提は正当であると判断して以下の分析を進めた。

3. 対象流域と利用したデータ

淀川流域の流量観測所のうち、データに欠測や異常値が多くデータの利用が困難な観測所を除き、35箇所の観測所の毎時流量データを用いた。利用したデータの期間は、1976年～1991年の16年間に含まれる期間である。パワースペクトルの推定にあたっては、推定誤差を除去するためにデータを長さ512時間（約21日）の区画に区切り、それぞれの区画をフーリエ変換してそれらの平均をとってパワースペクトル分布の推定値とした。なお、流量データは、所々、欠測、あるいは異常値を含んでいる場合がある。こうした部分を含むとスペクトル分布の推定に悪影響を及ぼす。そこで、雨量データから判断して明らかに異常とみなせる流量値は欠測とし、欠測が連続して5時間以内ならば線形に補間して、6時間以上の場合は計算から除いた。

流量データを分析した流量観測所の名称、位置、流域面積 (km^2)、および分析に用いた流量データの期間を図-3、表-1に示す。

4. 分析結果と考察

図-4は、桂川流域で得られた分析結果を示したものである。横軸は流域面積を表しており、流域面積の平方根が等間隔に並ぶように目盛を取ってある。縦軸は包含率 α に対応する周波数 f_α であり、その周波数がナイキスト周波数となるような時間間隔 $\Delta t_\alpha = 1/(2f_\alpha)$ を併せて示している。結果をプロットした観測所は上流から順に世木、新町、亀岡、保津峡、天竜寺、桂、納所の7観測所であり、包含率 α ごとにプロットし

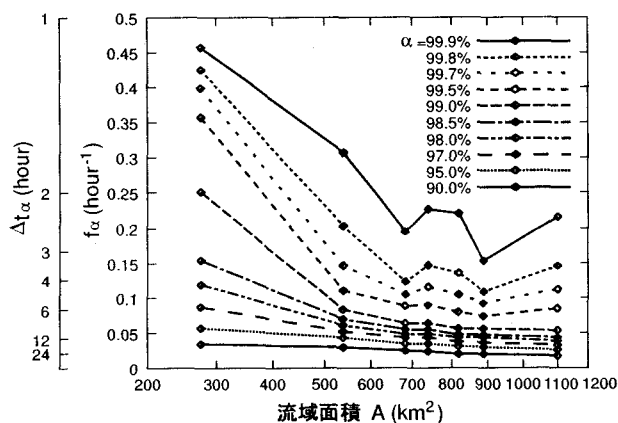


図-4 桂川における f_α と流域面積の関係

た点を直線で結んでいる。この結果から、1) 全体的な傾向として流域面積が大きくなるほど f_α は小さくなる、すなわち下流ほど緩やかな変動をしていること、2) 流域面積の最も小さい世木 (277km^2) において α が 99.9% でほぼもとの流量波形を表現することができるような周波数は 0.46 であり、これを表現するためのデータのサンプリング間隔は 1.09 時間であること、3) したがって、桂川流域において 300km^2 以上の流域では、1 時間間隔で流量を把握できること、などがわかる。なお、最下流の納所観測所で f_α が大きくなるのは、観測所の手前で鴨川が合流しており、出水時における鴨川の洪水波形の影響が現れたものと考えられる。

さらに、淀川流域全域において同様の検討を行なった。図-5 (a)~(d) は、それぞれ α を 99.9%、99.5%、99.0%、95.0% とした場合の全流量観測所の結果をプロットした図であり、横軸、縦軸の意味することは図-4 と同様である。各図中に描いた曲線は、プロットした点がその線よりも下に含まれるように描いた包絡線である。ある流域面積での流量データを現象通りに記述するためには、この包絡線よりも上側の周波数を表わすことができる時間間隔でデータを取得すればよい。この包絡線を表わす曲線として、

$$f_\alpha = \exp(a\sqrt{A} + b)$$

を仮定した。A は流域面積である。各 α に対する係数 a, b は図中に示してある。この f_α がナイキスト周波数となるような時間間隔は $\Delta t_\alpha = 1/(2f_\alpha)$ なので、流域面積とそこでの流量を記述するための時間間隔 Δt との間に

$$\Delta t = p \exp(q\sqrt{A})$$

の関係を求めることができる。ここで、 $p = 1/(2 \exp b)$ 、 $q = -a$ である。

α の値ごとに得られる包絡線をまとめて示したものを図-6 に示す。この図から、包含率 α ごとに流域面積がどれくらいならば、どれくらいの時間単位で流量が変動するのか、すなわちどれくらいの時間間隔でデータをサンプリングしなければならないかの目安を得ることができる。たとえば、流域面積が $1,000\text{km}^2$ の場合、 α が 99.9% すなわち流量波形を 99.9% 把握しようとするとき、 α が 99.9% の包絡線上で流域面積が $1,000\text{km}^2$ のときの値、 $0.36(\text{hour}^{-1})$ 以上の周波数を表現できるように $1.4 (= 1/(2 \times 0.45))$ 時間以下の時間間隔で流量データをサンプリングしなければならないことがわかる。また、1 時間単位でデータを取得した場合に、流量を現象通りに表現できるのは、 300km^2 以上の流域面積を持つ流域であることをこの図は示している。したがって、流域面積が小さな流域を対象とする場合は、特に実現現象とモデルの時間単位に整合性があるかどうか注意する必要がある。

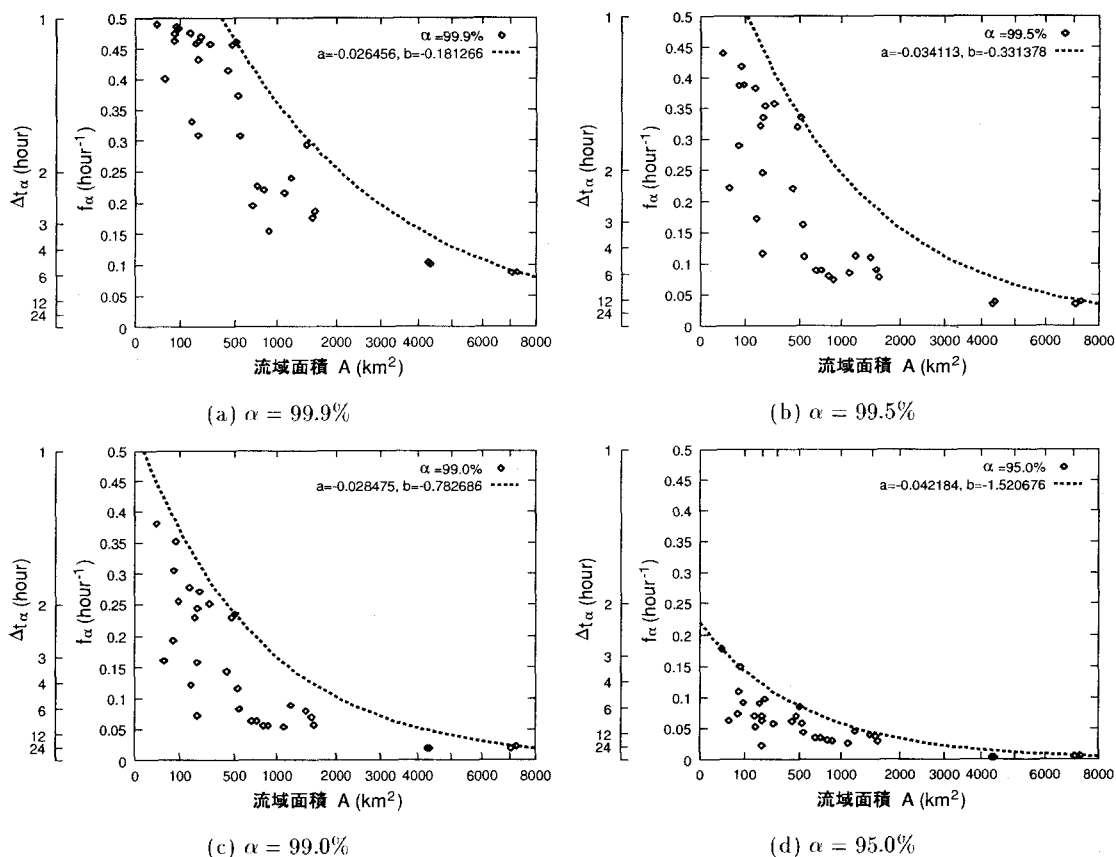


図-5 淀川流域における流域面積と f_α の関係

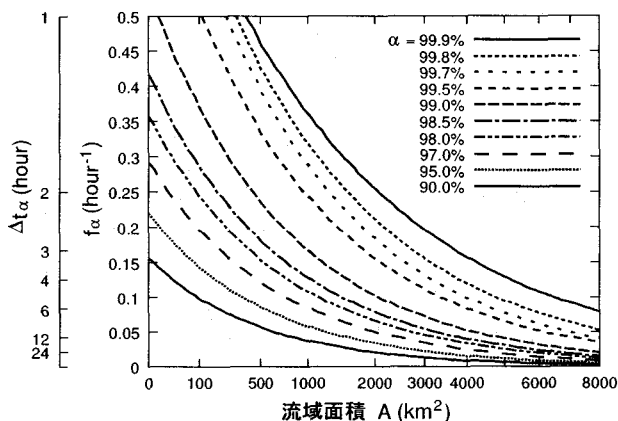


図-6 流域面積と f_α の関係を表す包絡線

5. 包含率 α と時間領域における流量時系列の再現誤差の関係

前章まで、周波数領域における流量時系列の再現誤差（包含率 α ）をもとに流域面積と観測時間間隔の関係を論じてきた。ここでは、包含率と時間領域における流量系列の再現誤差の関係を導く。

$h(t)$ は時間 t の関数であり、 $H(f)$ は $h(t)$ のフーリエ変換であるとする。 $H(f)$ を、周波数 f_α までで切り、 f_α より大きい周波数での成分をゼロとしたものを $H_{\alpha 1}(f)$ とすると、包含率 α は、

$$\alpha = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_{\alpha 1}(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}$$

である。また、周波数 f_{α} がナイキスト周波数となるような時間間隔で $h(t)$ からデータをサンプルした場合に得られる流量時系列のフーリエ変換を $H_{\alpha 2}(f)$ とし、 $H_{\alpha 2}(f)$ を逆フーリエ変換したものを $h_{\alpha 2}(t)$ とする。ここで、時間領域における流量系列の再現誤差、すなわち $h(t)$ に対する $h_{\alpha 2}(t)$ の誤差として、

$$\beta = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \{h(t) - h_{\alpha 2}(t)\}^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \{h(t)\}^2 dt}$$

という量を考える。すると、

$$\beta = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \{h(t)\}^2 dt - 2 \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h_{\alpha 2}(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \{h_{\alpha 2}(t)\}^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \{h(t)\}^2 dt}$$

となる。Parseval の定理より、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{h(t)\}^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \{h_{\alpha 2}(t)\}^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\alpha 2}(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df$$

が得られ、また、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h_{\alpha 2}(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f) [H_{\alpha 2}(f)]^* df = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\alpha 1}(f) [H_{\alpha 2}(f)]^* df \\ &\approx \int_{-\infty}^{\infty} H_{\alpha 1}(f) [H_{\alpha 1}(f)]^* df = \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\alpha 1}(f)|^2 df \end{aligned}$$

である。これらを用いると、

$$\begin{aligned} \beta &\approx \frac{2 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df - 2 \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\alpha 1}(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \\ &= 2 - 2 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_{\alpha 1}(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \\ &= 2(1 - \alpha) \end{aligned}$$

という関係が得られる。すなわち包含率 α が 90% のとき、時間領域における流量系列の再現誤差 β は約 20% となることが分かる。

6. まとめ

本研究では観測された流量がどれくらいの時間単位で変動しているか、言い替えれば、どれくらいの時間間隔（基準時間）で流量データを見れば実際の現象を把握していることになるか、その時間間隔と流域面積とはどのような関係があるかを淀川流域での流量データを使って分析した。得られた知見を以下に列挙する。

- 流域面積が大きいほど、すなわち下流ほど流量は緩やかな変動をしているということを数値的に示し、流域面積 A とそこでの流量を記述するための時間間隔 Δt との間に $\Delta t = p \exp(q\sqrt{A})$ の関係を得た。
- 1 時間単位でデータを取得した場合に、流量を現象通りに表現できるのは、淀川流域においては 300km² 以上の流域面積を持つ流域である。
- 周波数領域における流量時系列の再現誤差（包含率）と時間領域における流量系列の再現誤差の関係を得た。

なお、本研究で利用した流量データは、建設省淀川工事事務所から提供していただいた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 高埴琢馬：流出機構，水工学に関する夏期研修会講義集（A 河川コース），土木学会水理委員会，pp. 3-1 - 3-43, 1967.
- 2) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，pp. 175-177, 1977.
- 3) Press, W. H. et al. : Numerical Recipes in C, Second Edition, Cambridge University Press, pp. 500-501, 1992.