水工学論文集　第38巻　1994年２月

混相流における乱流強度のGore, Crow規準
Gore-Crow Criterion on Modulating Turbulent Intensity

森　明　巨*・板　倉　忠　興**
by Akio MORI and Tadaoki ITAKURA

From the investigation of various types of multiphase flows, it was concluded that the Gore-Crow criterion on modulating the turbulent intensity is valid only for shear flows. The authors propose a model to explain the Gore-Crow criterion and deduce a governing equation of the shear flow around a rotating particle.
Keywords:multiphase flow, turbulent intensity, Gore-Crow criterion

１．はじめに

清水中に粒子が混入することによる乱流強度の変化は、粒子の流体への追随性がよいと減少し、わるいと増加すると考えられてきた．これは、乱れの増加は剥離の発生によると考えたためである．この考えでは乱れの増減は粒子周辺流のレイノルズ数R_dに依存することになる．しかし、著者ら[1)]が調べた結果によればR_dでは充分な説明ができなかった．

一方、GoreとCrow[2)]は、乱流強度の変化は粒子径ｄと流れの空間スケールｌとの比ｄ/ｌで決まり、0.09を境にこれより大では増加し、小では減少することを見いだした．用いたデータは広範な実験条件での噴流と管路流であった．著者らは、更に、滑面の開水路流について適用性を調べ、乱れのスケールに水路床からの距離ｙを取れば同じ規準が同様に適用できることを確認した．

この検討において次の２点が注目された．

第１は、従来、浮遊砂流では乱流強度が減少するとされていたが、これらのデータは　$d/l<0.09$ であることである．すなわち、Gore, Crow規準によれば、浮遊砂流ではｄ/ｌ（ｌ≒ｈ）が非常に小さいために乱れが減少したと考えられる．

第２は、林ら[3)]はｄ/ｌ>0.09 の条件で実験を行い、乱れが増加する結果を得ているが、用いた粒子の比重が1.03でほぼ中立の粒子であったことである．中立粒子であれば乱れへの追随性は良いから剥離の発生は考

*　　正会員　北海道大学助手　工学部土木工学科　（〒060　北区北12西8）
**　正会員　北海道大学教授　工学部土木工学科　（〒060　北区北12西8）

えづらく、従来の考え方では乱れの増加は説明できない.

この様に混相流の乱流強度の変化に関するGore, Crow規準は噴流、管水路、開水路の広範囲な両相の密度構成に対して良好な結果を示している.

ところが、小松らによる振動格子乱流の一連の実験[4),5),6]について調べてみるとd/lへの依存性がはっきりなかった. 結局、Gore, Crow規準は剪断流の特性を捉えたものであり、振動格子乱流の様な等方性乱流には適用できないものと推測された. 本研究は、剪断流中に粒子をおいたときの乱れの発生機構を考え、さらに、これを解析するための数学モデルを提案したものである.

2．乱れの発生機構

速度勾配がU/lの剪断流中に粒径dの粒子を投入しすると、粒子は回転し、粒子の上下流体の混合が粒子周辺に起こる. 混合する流体の速度差δUの大きさは

$$\delta U = \frac{U}{l} d$$

である. この混合によって局所瞬間レイノルズストレス

$$\tau_p \propto (\delta U)^2 = U^2 \left(\frac{d}{l}\right)^2$$

が生ずる. 続いて

$$\text{乱流生成} \quad P = \tau_p \frac{U}{l} \propto \frac{U^3}{l} \left(\frac{d}{l}\right)^2$$

が生ずる. この様な機構からd/lが乱流生成と密接に関係すると考えられる. dが小さければ粒子周辺においてエネルギー逸散が進行して乱れは減少する.

3．剪断流中における円柱周辺流れの構造

この様な乱流生成モデルを考えて、流れの構造の基本的な性質を二次元円柱周りの流れで考えることにする. 無次元化された二次元の渦度輸送方程式は極座標（r, θ）を用いて

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial \Psi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial \theta}\right]\nabla^2\Psi = \frac{1}{R_d}\nabla^4\Psi \tag{1}$$

ここに、Ψ：流れ関数、$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$, $\nabla^4 = \nabla^2 \cdot \nabla^2$.

簡単のために剪断流としてクエット流を使う. 無次元化は、粒子半径d/2と粒子表面における未攪乱クエット流流速で行う. (1)式の境界条件は、

$$r = 1 \text{ のとき} \quad \Psi = const. , \quad \partial\Psi / \partial r = const.$$

$$r \to \infty \text{ のとき} \quad \Psi = \Psi_q = \frac{r^2}{2}\left(1 - cos2\theta\right) \quad , \Psi_q \text{; クエット流の流れ関数} \tag{2}$$

この条件を満たすストークス流 $\nabla^4\Psi=0$ の解 $\Psi=\Psi_s$ は、

$$\Psi_S = \frac{r^2}{2} - \frac{1}{2}\left(r^2 - 2 + \frac{1}{r^2}\right)cos2\theta \tag{3}$$

である. ここで、(4)式を満たすΨ_Tの特解を求めると(5)式が得られる.

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial \Psi_S}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial \Psi_S}{\partial r}\frac{\partial}{\partial \theta}\right]\nabla^2\Psi_S = \frac{1}{R_d}\nabla^4\Psi_T \tag{4}$$

$$\Psi_T = R_d\left[\frac{r^2-1}{24} sin4\theta - \frac{r^2}{2}\theta\, cos2\theta\right] \tag{5}$$

この解は r→大 のとき O（r^2） であるし、第２項は永年項の形をしていて、非物理的な解となっている．ここで、慣性項と粘性項の比を $R_{ef} = \dfrac{v_\theta \partial v_\theta / \partial \tilde{r}}{\nu \partial^2 v_\theta / \partial \tilde{r}^2}$ ，（$\tilde{r} = r\,d/2$） で与えることにして、θ 方向流速 v_θ の分布を(3)式で評価すれば、R_{ef}は次式の様になる．

$$R_{ef} = R_d\left[-\frac{r^6}{12\cos 2\theta} + \frac{1}{6}\left(r^6 - \frac{1}{r^2}\right) - \frac{1}{12}\left(r^6 + \frac{2}{r^2} - \frac{3}{r^4}\right)\cos 2\theta\right] \rightarrow R_d \cdot O(r^6) \tag{6}$$

$R_{ef}=1$ 周辺は、粘性項が卓越する内層と慣性項の卓越する外層との接続部と考えることができる．この地点は(6)式によれば粒子の極く近傍である．例えば、R_d=0.1 の場合には、r(R_{ef}=1)=1.5 であり、粒子表面からの距離＝(r-1)d/2=0.25d である．従って、内層は粒子近傍に限られる．

この様に狭い範囲で急変する場の摂動展開は、内層、外層それぞれについて展開し、両者を接続するのがふつうである．この手続きを取らなかったことが(5)式の様な不合理な解になった１つの理由と考えられる．

以上のような流れの構造を考えて数学モデルを作る．

４．数学モデル

内層のΨをΨ^i、外層のΨをΨ^oと書く．これらの一次近似解のみを求める場合には、それぞれの支配方程式は以下のように簡単になる．

内層では粘性項が卓越するものとして、

$$\nabla^4 \Psi^i = 0 \tag{7}$$

境界条件は(8)式である．

$$r = 1 \text{ のとき } \quad \Psi = const.\,, \quad \partial\Psi/\partial r = const. \tag{8}$$

外層ではクエット流が卓越するから

$$\Psi^o = \Psi_q + \Psi_n \tag{9}$$

と書き、$|\Psi_q| \gg |\Psi_n|$ として線形化する．$\nabla^2\Psi_q = const. = 2$ に注意すると

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial\Psi_q}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial\Psi_q}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right]\nabla^2\Psi_n = \frac{1}{R_d}\nabla^4\Psi_n \tag{10}$$

境界条件は(11)式である．

$$r \rightarrow \infty \text{ のとき } \quad \Psi_n \rightarrow 0 \tag{11}$$

この方式は一様流中に粒子をおいた流れの解析に有効である[7]．この場合は、$R_d\,r \sim 1$ 程度までＳtokes近似が有効であり、また、外層のＯseen近似は、粒子近傍では精度が低下するが全域で有効である．すなわち、両者の有効域のオーバーラップする範囲が広い．

しかし、ここで扱う流れの構造はこれと大きく異なる．まず、粒子は表面に働く粘性応力によって回転することから、境界層は一様流中に粒子をおいた場合に比べてそれほど発達しない．従って、内層において粘性項が卓越するのは粒子表面付近の非常に薄い層と考えられ、Stokes近似が有効な範囲もそれだけ狭いものになる．また、内層から外層への遷移点は粒子の極く近くであるため、この近傍の流れは複雑である．そこで両者の中間に遷移層を設ける．

遷移層のΨをΨ^tと書くと遷移層では、

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial\Psi^t}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial\Psi^t}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right]\nabla^2\Psi^t = \frac{1}{R_d}\nabla^4\Psi^t \tag{12}$$

境界条件はなく、内層および外層との接続条件から積分常数が決まる．

この遷移層を除いた場合の外層ではR_{ef}が大きく第１次近似では粘性項は無視してもよい．Ψ_qに(2)式を代入すると

$$\left[r\sin 2\theta \frac{\partial}{\partial r} - (1-\cos 2\theta)\frac{\partial}{\partial \theta} \right] \nabla^2 \Psi_n = 0 \tag{13}$$

境界条件は(11)式である.

以上が基礎方程式となるが、(12)式には更に次の様な近似が考えられる.

粒子近傍の流速は粒子の回転速度に近い. すなわち、r方向の流速は小さく、θ方向の流速はほぼ一定である. この速度をU_dと書くと

$$-U_d \frac{\partial \nabla^2 \Psi^t}{\partial \theta} = \frac{1}{R_d} \nabla^4 \Psi^t \tag{14}$$

(14)式は一様流に対するOseen近似に似ている. U_dが一様流の流速に相当する. このモデルは、一様流の解析モデルを粒子の極く近傍に押し込めたものになる.

最も粗い近似として(7)、(8)式及び(13)、(11)式の組み合わせが考えられる. この場合にはR_dが陽には含まれていないが、接続点がR_dに依存するという形で含まれることになる.

以上の微分方程式を解いて得られた解に微分擾乱を加えて不安定解析を行うことになる.

謝辞

本研究は、文部省科学研究費総合研究(A)(研究代表者　芦田和男　京都大学名誉教授　(財)河川環境管理財団)の補助を受けて行われたものである. ここに、記して謝意を表します.

参考文献

1)今井一郎・森明巨・板倉忠興:滑面浮遊砂流の乱流構造とGore,Crowモデル、土木学会北海道支部論文報告集、第49号、pp.373-376, 1993年

2)R.A.Gore and C.T.Crow:Effwct of Particle Size on Modulationg Turbulent Intensity, Int.J.Multiphase Flow,Vol.16,No.6,pp.935-949,1990

3)林泰造・佐藤邦明・青野利夫:中立浮粒子を含む水流の乱流構造に関する実験的研究、水理講演会論文集、第30回、pp.625-630,1981年

4)小松利光・細山田得三・河野松夫・粟谷陽一:浮遊粒子を含む乱れ場の乱流特性と拡散、水理講演会論文集、第32回、pp.419-424,1988年

5)小松利光・山口正久・朝位孝二・榊利博:固液混相流の乱れ特性に関する研究、水理講演会論文集、第33回、pp.601-606,1989年

6)小松利光・柴田敏彦・朝位孝二・:浮遊粒子を含む流れの乱流特性に関する実験的研究、水理講演会論文集、第34回、pp.211-216,1990年

7)Proudman I. and Pearson R.A. : Expansion at small Reynolds number for the flow past a sphere and a circular cylinder, Joru. Fluid Mech., Vol.2, pp237-262, 1957