

開水路乱流場の非等方性に及ぼす水面の効果 Modeling of Free Surface Effects on Anisotropy of Turbulence

河原能久*, 常山修治†

By Yoshihisa KAWAHARA and Shuji TSUNEYAMA

A Reynolds stress equation model is developed to analyze the turbulence structure of fully developed open channel flows. Main emphasis is placed on the reproduction of the anisotropy of turbulence and the modeling of the effect of free surface. The pressure-strain term in the model consists of the Speziale-Sarkar-Gastki model and the Shir model for free surface effects. Through comparison on the three turbulent normal stresses and analysis of performance of the pressure-strain correlation, it is shown that the present model reasonably captures the intensified anisotropy of turbulence near free surface.

Keywords: turbulent flows, anisotropy of turbulence, free surface, pressure-strain correlation, Speziale-Sarkar-Gastki model.

1. はじめに

自由水面を有する乱流では、水面の存在により水面付近では乱れの異方性が強まり、運動量輸送や熱・物質輸送が大きな変化を受ける。よく知られているように、直線開水路流れでは水面付近での強い異方性のために第2種2次流が強化され、管内乱流とは平均流速分布までも異なるようになる。

自由水面の乱流場に及ぼす効果を捉えるためにこれまで種々の乱流モデルが開発されてきた。応力方程式モデル^{1),2)}、代数応力モデル³⁾、2方程式モデル^{4),5)}などが例として挙げられる。しかし、水面近傍の乱れの異方性を合理的に説明する乱流モデルは未だ十分発展していない。変動する水面近くでの乱流量の挙動に関する信頼できるデータが不足しているために、導入する仮定や境界条件の取扱いに議論の余地を残している。

本研究の最終目的は、水面付近の乱流構造を正確に予測できる乱流モデルの開発にある。ここでは第一段階の結果報告として、これまで平行平板間の乱流に対して検討してきた応力方程式モデル⁶⁾を広幅の開水路における十分発達した高レイノルズ数の乱流に適用した結果を述べる。水面の存在が水面下の乱流構造にまで影響を与えることや水面近傍では拡散過程が重要となるが知られているが、それらのモデル化は応力方程式モデルのレベルで可能となると考えられる。

2. 基礎方程式および乱流モデル

*正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科
(〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)

†学生員 東京大学大学院工学系研究科修士課程

解析対象は広幅の開水路における十分発達した乱流場であり、最も基本的な場合である。図-1に座標系を示す。基礎方程式は主流方向の運動量の式、レイノルズ応力 $\overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}, \overline{uv}$ および乱れエネルギーの散逸率 ε に関する輸送方程式である。主流を算出するためには $\overline{uv}$ が必要であるが、 $\overline{uv}$ の計算には $\overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}$ を求める必要がある。応力方程式モデル中の各項には次のようなモデルを採用する。拡散項には表現の簡潔な Daly-Harlow モデルを、圧力-歪速度相関項には応力の非等方性テンソルの2次項までを含んだ Speziale-Sarkar-Gastki モデル⁷⁾を基本とし自由水面の効果を表現するために Shir モデル⁸⁾を追加したモデルを、散逸項には散逸の非等方性を考慮できる Hallbäck らのモデル⁹⁾を使用した。こ

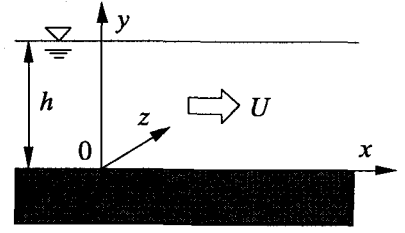


図-1 座標系

れらの項は水面近傍で重要な役割を演ずる。基礎方程式の最終的な表現は以下のようである。なお、左辺に非定常項を残しているのは非定常計算を行い収束解を算出したためである。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{uv} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} = D_{ij} + P_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_s \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) - c_{e1} \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - c_{e2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3)$$

$$c_s = 0.15, \quad c_{e1} = 1.44, \quad c_{e2} = 1.92 \quad (4)$$

ここで、 u_i は変動速度成分、 k, ε は乱れエネルギーおよびその散逸率である。また、 $D_{ij}, P_{ij}, \phi_{ij}, \varepsilon_{ij}$ はそれぞれ拡散項、生成項、圧力-歪速度相関項、散逸項であるが、それらは以下のように表現される。

$$D_{ij} = c_{s1} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial y} \right), \quad c_{s1} = 0.16 \quad (5)$$

$$P_{ij} = -\overline{u_i v} \frac{\partial U_j}{\partial y} - \overline{u_j v} \frac{\partial U_i}{\partial y} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = & -\beta_1 \varepsilon b_{ij} + \beta_2 P_{rod} b_{ij} + \beta_3 \varepsilon (b_{ik} b_{jk} - \frac{1}{3} \Pi \delta_{ij}) + \beta_4 k S_{ij} \\ & + \beta_5 k (b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{mn} S_{mn} \delta_{ij}) + \beta_6 k (b_{ik} W_{jk} + b_{jk} W_{ik}) \\ & + c_3 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{v^2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i v} \delta_{j2} - \frac{3}{2} \overline{u_j v} \delta_{i2}) f_s \end{aligned} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon e_{ij} + \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij}, \quad e_{ij} = 2 \left[1 + 2\alpha \left(\Pi - \frac{1}{3} \right) \right] b_{ij} - 4\alpha (b_{ik} b_{jk} - \frac{1}{3} \Pi \delta_{ij}), \quad \alpha = 0.75 \quad (8)$$

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ij}, \quad \Pi = b_{mn} b_{mn}, \quad (9)$$

$$P_{rod} = -\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

$$f_s = \left[\frac{L}{(h-y) + c_f L} \right]^2, \quad L = \frac{c_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa \varepsilon}, \quad c_3 = 0.1, \quad c_f = 0.16 \quad (11)$$

$$\beta_1 = 3.4, \quad \beta_2 = -1.8, \quad \beta_3 = 4.2, \quad \beta_4 = 0.8 - 1.3 \Pi^{1/2}, \quad \beta_5 = 1.25, \quad \beta_6 = 0.40 \quad (12)$$

水面の効果は直接的には ϕ_{ij} の右辺の最後の項 (Shir モデル) で表現されている。関数 f_s は水面下での水面効果の強さを規定するものであり、底面に近づくにつれて小さな値をとる。

境界条件は次のように与えた。本研究では高レイノルズ数流れを対象としているため、底面では局所平衡を仮定するとともに壁関数法を用いた。底面に隣接する格子点でのレイノルズ応力は表-1のように指定した。それらの値は乱れの局所平衡を仮定して求められたもの⁶⁾である。水面では全ての変数に対して対称条件を課した。一般的に水面の位置は変動するため平均水面での $\overline{v^2}$ の値はゼロではない。しかし、その値を与える関係式を見出せていないため対称条件としている。格子点数は

表-1 レイノルズ応力の配分

$\overline{u^2}/k$	$\overline{v^2}/k$	$\overline{w^2}/k$	$-\overline{uv}/k$
1.01	0.44	0.55	0.28

50 点とし、収束判定は乱流量の相対変化量が 10^{-6} 以下になることとした。計算では $Re = 3.0 \times 10^4$ としている。

3. 解析結果と考察

図-2 は平均流速分布の計算結果を $\kappa = 0.41$ とした対数則分布とともに示したものである。計算結果はやや対数則分布より大きめの値を算出している。なお、シェアストレス $\overline{u'v'}$ の分布はここには示さないが直線分布をなしている。

ノーマルストレスの 3 成分について計算値と橋津らの実験値¹⁰⁾とを比較したものが図-3 である。計算結果は底面付近で実験結果を下回っているが、水面近傍においては計算値は実験結果のばらつきの中に位置している。また、水面付近で $\overline{v^2}$ が減少し、 $\overline{w^2}$ がやや増加する傾向を算出している。 $\overline{u^2}$ は水面近傍での減少が緩やかになっている。同図には平行平板間乱流における計算結果も比較のために示されている。水面の存在により $\overline{v^2}$ がやや減少していることが確認できる。底面付近での差異には境界条件が大きく影響しており、今後詳細を検討する必要がある。

乱流エネルギー k を対比したものが図-4 である。同図には橋津らによる開水路乱流での実験式が併記してある。本モデルでは開水路乱流と管内乱流との差異が僅かであるとの結果を与えている。これは橋津らの結果と異なり検討の余地がある。乱流エネルギーの輸送方程式を考えると、水面の影響は拡散係数の一部をなす $\overline{v^2}$ の変化を通して現れるが、今回の計算では水面での値を指定しないため $\overline{v^2}$ の変化が少なく k の分布に大きな差異が現れなかったと考えられる。

図-5(a),(b) はそれぞれノーマルストレス $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ の輸送方程式中の各項の寄与を示したものである。 $\overline{u^2}$ においては、水面近傍を除いて、生成項が圧力-歪速

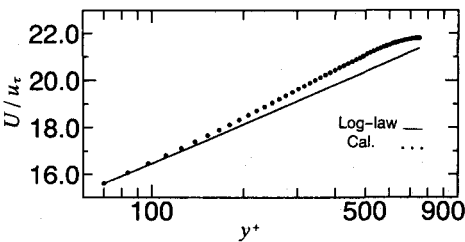


図-2 主流の流速分布

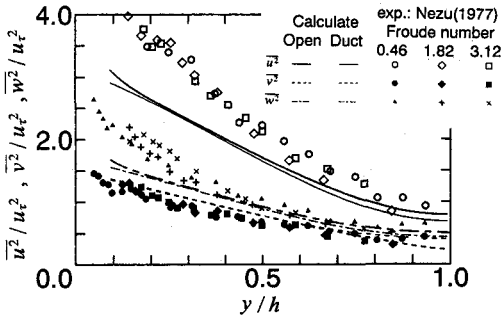


図-3 ノーマルストレスの比較

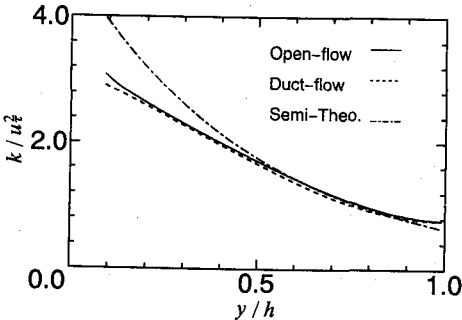


図-4 乱れエネルギーの比較

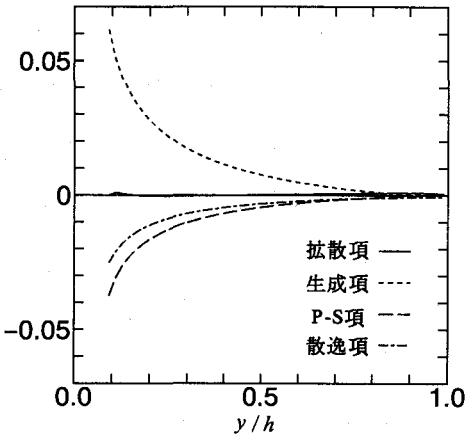


図-5 (a) $\overline{u^2}$ 方程式の収支

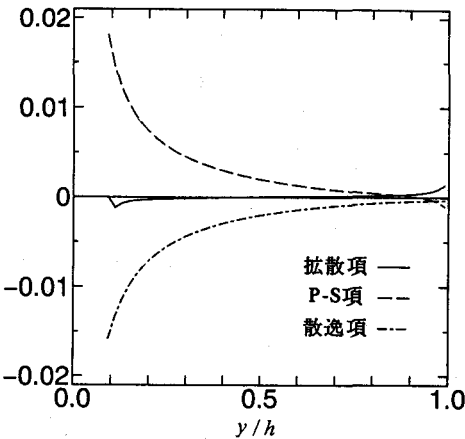


図-5 (b) $\overline{v^2}$ 方程式の収支

度相関項および散逸項と釣り合っている。水面付近では拡散項と散逸項がバランスしている。一方、 $\overline{v^2}$ においては、圧力-歪速度相関項と散逸項とが大部分の水深において釣り合っている。また、水面近傍では拡散項の寄与が大きくなっている。

図-6(a),(b) は開水路および管路での圧力-歪速度相関項 ϕ_{11} , ϕ_{22} , ϕ_{33} の水面または対称軸付近での分布をプロットしたものである。開水路流れでは ϕ_{22} は水面付近で正から負へ符号を転じている。一方、 ϕ_{33} は水面近くで正のまま増加しており、 ϕ_{11} は負から正へと変化している。このような傾向は Komori らの DNS の結果¹¹⁾ にも報告されている。水面が存在しない場合には対称軸に近づくにつれ単調に減少している。図-3 に示したノーマルストレスの挙動はこのような圧力-歪速度相関項の変化に対応している。

4. おわりに

水面の乱流場に及ぼす影響を表現できる応力方程式モデルの開発を目指し、まず既存の乱流モデルを利用して、高レイノルズ数の十分に発達した開水路乱流場を解析した。その結果、水面近傍の異方性をほぼ再現できるとの見通しを得た。しかし、底面近傍での応力の境界条件、勾配拡散形モデルや SSG モデルの適用性、水面の変動の捉え方など検討を要する課題が多い。他の自由水面乱流への適用は現在進行中であり別途報告する予定である。

謝辞： 本研究に際して文部省科学研究費重点領域研究（代表：河原能久）並びに小川育英会研究助成（代表：河原能久）の補助を受けた。関係各位に謝意を表します。

参考文献

- 1) Reece, G.J.: "A generalized Reynolds stress model of turbulence", Ph.D. thesis, University of London, (1976).
- 2) Gibson, G.L. and Rodi, W.: "Simulation of free surface effects on turbulence with a Reynolds stress model", J. Hydraulic Research, Vol.27, 233-244, (1989).
- 3) Naot, D. and Rodi, W.: "Calculation of secondary currents in channel flow", J. Hydraulic Div., ASCE, Vol.108, No.HY8, 948-968, (1982).
- 4) 福津家久, 中川博次: "修正 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる開水路乱流の数値計算", 土木学会論文集, 第 387 号, II-8, 125-134, (1987).
- 5) Blumberg, A.F., Galperin, B. and O'Connor, D.J.: "Modeling vertical structure of open-channel flows", J. Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.118, 1119-1134, (1992).
- 6) 常山修治, 河原能久: "非線形応力方程式モデルの有効性に関する一考察", 第 48 回土木学会年次学術講演会講演概要集, 第 2 部, 736-737, (1993).
- 7) Speziale, C.G., Sarkar, S. and Gatski, T.B.: "Modeling the pressure-strain correlation of turbulence: An invariant dynamical systems approach", J. Fluid Mech., Vol.227, 245-272, (1991).
- 8) Shir, C.C.: "A preliminary numerical study of atmospheric turbulent flows in the idealized planetary layer", J. Atmos. Sci., Vol.30, 233-244, (1973).
- 9) Hallbäck, M., Groth, J. and Johansson, A.V.: "An algebraic model for nonisotropic turbulent dissipation rate in Reynolds stress closures", Phys. Fluids, A, Vol.2, 1859-1866, (1990).
- 10) Nezu, I. and Nakagawa, H.: "Turbulence in Open Channel Flows", IAHR Monograph, A.A. Balkema, (1993).
- 11) Komori, S., et al.: "Direct numerical simulation of three-dimensional open channel flow with zero-shear gas-liquid interface", Phys. Fluids, A, Vol.5, 115-125, (1993).

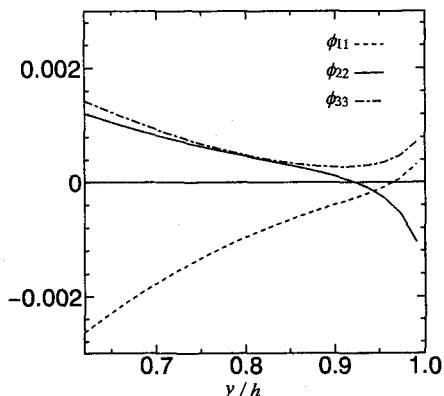


図-6 (a) 圧力-歪速度相関項の分布 (開水路)

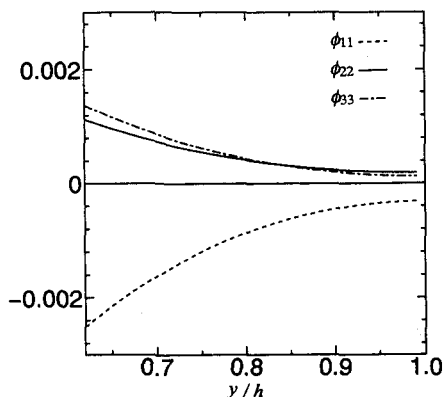


図-6 (b) 圧力-歪速度相関項の分布 (管路)