

分布型流出モデルのスケールアップ Scale-up of a Distributed Runoff Model

高埴琢馬*・椎葉充晴**・市川 温***

by Takuma TAKASAO, Michiharu SHIIBA, and Yutaka ICHIKAWA

To consider the interaction between runoff process and meteorological one, a methodology to scale up a distributed runoff model is developed.

In our methodology, the stream network is regarded as a set of sub-networks divided by grids whose size is so large as to be compatible with meteorological scale. The model of flow within these sub-networks and its numerical solution algorithm are given.

keywords : Scale-up, Distributed runoff model, Stream network

1. 序論

降水の流出現象は水文循環の一過程であり、降水・蒸発散といった他の過程と密接に関連する。従来は、降雨流出系の分析は単独で行なわれることが多かったが、最近では、より大きなスケールで流出現象をとらえ、気象系との相互作用をも考慮に入れようという試みが多くなされている。

気象系との相互作用を考慮に入れて流出系の分析を行う場合、相互の時間・空間スケールをどのように調整するかが重要な課題となってくる。一般には、我が国での従来の流出系の分析スケールは一河川流域規模を超えるものではなく、気象系の分析スケールと歩調を合わせるには、流出系モデルのスケールアップが必要となってくる。

以上のような背景から、本論文では降雨流出系モデルのスケールアップに関して議論を行う。

2. スケールアップに対応するモデルの構成

河川流域は、複雑に分布する山腹斜面と河道との集合体である。河道網において、水源（水流の出発する地点）、河川合流点、及び対象水系の最下流地点を合流点と総称する。合流点からそのすぐ下流の合

流点までの河道部分を河道区分と呼ぶ。各河道区分では、上流端からその河道区分に流入する河道区分の流出量が流入し、これに側方流入量が加わって流下し、下流端の流出量となる。

こうした河道網の流出形態に最も忠実で基本的といえる計算方法は、河道流を上流側から河道網にしたがって逐一追跡していく方法である。しかしこの方法は、対象流域が大きくなると計算に大変時間がかかり、実用的とはいえない。

また最近では地理的情報がグリッドデータとして与えられることが多い。こうした状況をダイレクトに活用するモデルとして図-1のようなモデルが挙げられる。これは分布型モデルの一種で、流域全体を細かなグリッドで覆い、格子点から格子点に雨水が流れるとして雨水の流れを追跡していくものである。

しかしながら、このようなモデルはグリッドの間隔が十分小さいときに意味があり、一定のスケール、例えば平均的な斜面の長さをこえるようになってくると物理的な意味を失ってくる。グリッドの間隔が大きくなると、グリッド間の雨水の授受のうち、河道を経由するものの割合が大きくなり、斜面を経由するものの割合は小さくなっていく。したがって、グリッド間の平均的な高低差などから雨水の流れを考慮する方法は無意味になってくる。降雨流出系モデ

*	正会員	工博	京都大学教授 工学部土木工学教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)
**	正会員	工博	京都大学助教授 工学部土木工学教室 (同上)
***	学生員		京都大学工学部大学院修士課程 (同上)

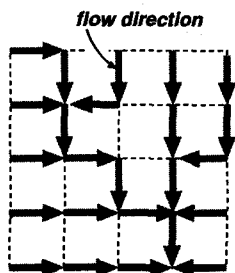


図-1 グリッドデータを直接活用するモデル

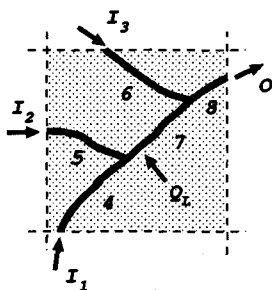


図-2 グリッド内の河道網

ルのスケールアップに際してグリッドの間隔が大きくなると、図-2に示すように、グリッド間の雨水の授受を受け持つ河道と、グリッド内部に降った雨水がグリッド内の河道に流入する機構とを分けてモデル化することが適切であると考えられる。

3. 河道網系モデルの集中化

3.1 理論的展開 以上の考察から本研究では、図-2に示すような一般的な河道網系のモデルを考えることにする。河道網上の任意の地点で切断しても、同じ形式で取り扱えることに注意する。このようにしておけば、これらを相互接続することで、流域全体にひろがる複雑な樹枝状河道網を表現することができるからである。

上記の理由から流入河道は複数個あるのを許している。一般的に、流入河道の個数を M と表し、流入強度を $I_1(t), \dots, I_M(t)$ と表す。 t は時刻である。図-2の例では、 $M = 3$ である。また、グリッド内の側方流入強度を $Q_L(t)$ 、流出強度を $O(t)$ と表す。

考えている河道網は N 個の河道区分からなってい

るものとする。 N 個の河道区分には、 $M + 1$ から $M + N$ までの番号を付ける。これらの番号は上流側の河道区分に若い番号が付けられているとする。図-2の例では、 $N = 5$ であり、上流側の河道区分に若い番号が付けられている。

一般に、河道網内の貯留量 $S(t)$ は、河道網系内部の通水断面積の分布に依存する。そこで、以下の仮定を導入する。

仮定1. 河道区分 i^* の上流から x の距離にある河道地点の通水断面積 $A_i(x, t)$ と流量 $Q_i(x, t)$ の間には、

$$A_i(x, t) = K_i Q_i(x, t)^{p_i} \quad (1)$$

なる関係があるとする。ただし、 K_i, p_i は河道区分 i に固有の定数とする。

仮定2. 河道網内の流量の分布は河道に沿う距離とともに直線的に変化するものとする。すなわち、河道区分 i の区分長を L_i として、

$$q_0(t) = \frac{O(t) - \sum_{i=1}^M I_i(t)}{\sum_{i=M+1}^{M+N} L_i} \quad (2)$$

とおくとき、

$$Q_i(x, t) = Q_i(0, t) + q_0(t)x \quad (3)$$

とする。仮定1により、

$$A_i(x, t) = K_i \{Q_i(0, t) + q_0(t)x\}^{p_i} \quad (4)$$

となる。

とすると、河道区分 i の河道内貯留量 $S_i(t)$ は(4)式を x について積分して求められるので、

$$S_i(t) = \int_0^{L_i} A_i(x, t) dx \quad (5)$$

となる。こうして求めた各河道内貯留量から河道網内貯留量 $S(t)$ は

$$S(t) = \sum_{i=M+1}^{M+N} S_i(t) \quad (6)$$

として求められ、 $S(t)$ は $I_1(t), \dots, I_M(t), q_0(t)$ の関数になる。これを

$$S(t) = F_0(I_1(t), \dots, I_M(t), q_0(t)) \quad (7)$$

*番号 i の河道区分を河道区分 i と呼ぶ。

と表す。

$q_0(t)$ は、(2) 式によって定まるので、 $S(t)$ は、 $I_1(t), \dots, I_M(t), O(t)$ の関数とも言える。一方、河道網系の連続式は

$$dS/dt = \sum_{i=1}^M I_i(t) + Q_L(t) - O(t) \quad (8)$$

と書ける。したがって(7)式、(8)式で与えられる微分方程式から流出量 $O(t)$ を求めればよい。

以上では、河道網内の流量の分布について(3)式が成り立つことを仮定した。この仮定が成立するかどうかはグリッドの大きさに依存する。

また、グリッド内の側方流入強度 $Q_L(t)$ をそのグリッド内の降雨、地形量の分布からどのように計算すべきかという点もちろん残された重要な課題である。

3.2 アルゴリズム (7) 式、(8) 式で与えられる微分方程式を解くアルゴリズムを示す。

(2) 式から時刻 $t + \Delta t$ での流出量 $O(t + \Delta t)$ は、

$$O(t + \Delta t) = \sum_{i=1}^M I_i(t + \Delta t) + q_0(t + \Delta t) - \sum_{i=M+1}^{M+N} L_i(9)$$

となる。これを(8)式を差分展開したものに代入すると、時刻 $t + \Delta t$ での貯留量 $S(t + \Delta t)$ は次のように表される。

$$S(t + \Delta t) = S(t) + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \sum_{i=1}^M I_i(t) + Q_L(t + \Delta t) + Q_L(t) - O(t) - q_0(t + \Delta t) \sum_{i=M+1}^{M+N} L_i \right\} \quad (10)$$

一方、時刻 $t + \Delta t$ では(7)式は、

$$S(t + \Delta t) = F_0(I_1(t + \Delta t), \dots, I_M(t + \Delta t), q_0(t + \Delta t)) \quad (11)$$

となる。流出量 $O(t + \Delta t)$ を求めるには、(10) 式、(11) 式から $q_0(t + \Delta t)$ を求め、これを(9)式に代入すればよい。

ここで、(10) 式、(11) 式という微分方程式の解の存在と一意性について検討しておく必要がある(図-3)。

まず(10)式では、 $S(t + \Delta t)$ は $q_0(t + \Delta t)$ に関して単調減少である。また(11)式では、 $S(t + \Delta t)$ は $q_0(t + \Delta t)$ に関して単調増加である。というのは、(4)式から $A_i(x, t + \Delta t)$ は $q_0(t + \Delta t)$ に関して単調増加であり、これを積分して求まる $S_i(t + \Delta t)$ も

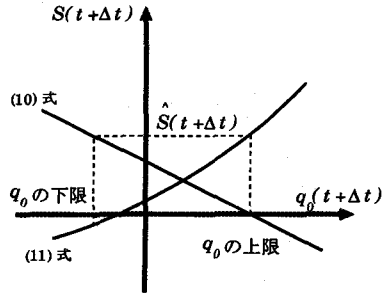


図-3 $S(t + \Delta t)$ と $q_0(t + \Delta t)$ との関係

単調増加であり、したがって $S_i(t + \Delta t)$ の総和である $S(t + \Delta t)$ も当然その性質を持つからである。しかし(3)式から計算される河道区分 i の下流端流量 $Q_i(L_i, t + \Delta t)$ が負となると、問題が生じる。(4)式、(5)式から $S_i(t + \Delta t)$ を計算することができないからである。そこで(5)式に対して次のような拡張を施す。 $q_0(t + \Delta t) \neq 0$ のとき、

$$S_i(t + \Delta t) = \frac{K_i}{q_0(t + \Delta t)(p_i + 1)} \times \{|Q_i(L_i, t + \Delta t)|^{p_i + 1} - |Q_i(0, t + \Delta t)|^{p_i + 1}\} \quad (12)$$

こうすれば $Q_i(L_i, t + \Delta t)$ が負となっても $S(t + \Delta t)$ の単調増加の性質を損なわず、計算を続けることができる。

以上から、(10) 式、(11) 式という微分方程式の解の存在と一意性が保証される。

実際の計算では二分法によって解を近似的に求める。その手順は以下の通りである。

1. $q_0(t + \Delta t)$ の上限を決定する。 $q_0(t + \Delta t)$ の上限とは、(10) 式において $S(t + \Delta t) \geq 0$ を満たす $q_0(t + \Delta t)$ の最大値のことである。
2. $q_0(t + \Delta t)$ の上限を(11)式に代入して仮の貯留量 $\hat{S}(t + \Delta t)$ を得る。
3. $\hat{S}(t + \Delta t)$ を(10)式に代入して $q_0(t + \Delta t)$ の下限を計算する。
4. 1., 3. で求めた $q_0(t + \Delta t)$ の上限・下限を初期範囲として二分法によって $q_0(t + \Delta t)$ の近似解を得る。
5. (9) 式から流出量 $O(t + \Delta t)$ を計算する。
6. 計算時刻、状態量を更新して 1. に戻る。

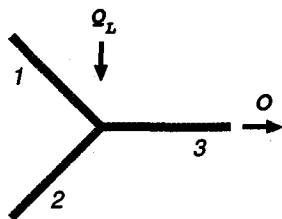


図-4 河道網の構成

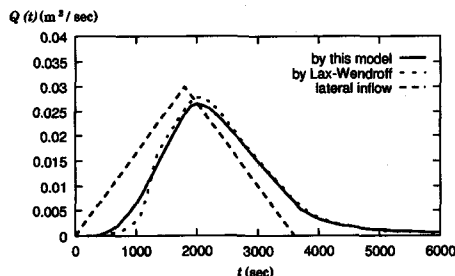


図-5 計算結果

4. 計算例及び考察

以上の議論から構成された河道網系モデルの計算例を示す。用いた河道網の構成は図-4の通りである。また、各河道区分の諸量は全て同じで、kinematic 定数 $K_i = 0.5$, $p_i = 0.5$ 、河道区分長 $L_i = 100$ (m)、河道幅 $B_i = 10$ (m) である (ただし、 $i = 1, 2, 3$)。側方流入配分パターンは二等辺三角形形状とした。計算結果の比較対象として、同様の河道網に対して kinematic wave の差分解法 (Lax-Wendroff スキーム) ¹⁾ による追跡計算を行なった。

計算結果を図-5に示す。流出ハイドログラフの立上り時刻やピーク流量にやや違いがあるが、まずまず良好な結果が得られている。しかし、これは仮想的な河道網に対する計算結果であって、今後、実際の河道網に対する本モデルの妥当性に関して検討が必要である。

また、本研究で設けた河道網内の流量の分布に関する (3) 式の仮定が成立するか否かはグリッドの大きさに依存する。河道網の分割基準に関する詳細な議論は参考文献²⁾を参照されたいが、おおまかには、無次元入力継続時間 T_r を固定したとき、計算誤差を小さくするには分割数を多くすればよい、という

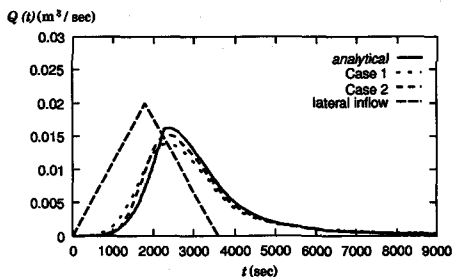


図-6 分割基準

ことである。 T_r は、側方流入継続時間を t_r 、平均側方流入強度を q_m 、 α, m を kinematic 定数、 l を区分長としたとき、次のように定義される。

$$T_r = \frac{t_r}{\{l/\alpha q_m^{m-1}\}^{1/m}} \quad (13)$$

単一の河道に対して行なった計算例を図-6に示す。Case 1 では分割数 1、Case 2 では分割数 2 である。河道網の諸量は、kinematic 定数 $K = 1.0$, $p = 0.5$ 、河道区分長 $L = 200$ (m)、河道幅 $B = 1$ (m) である。側方流入配分パターンは二等辺三角形形状とした。このときの T_r は 1.8 である。

Case 2 では Case 1 に比べて、流出ハイドログラフの立上り時刻やピーク流量に改善が見られる。さらに分割数を増やして計算を行なえば、より一層の改善が認められると推測される。

5. 結論

本研究では、降雨流出系モデルのスケールアップを背景とした河道網系モデルの集中化を行ない、これを用いた計算例を示した。今後の課題としては、

- グリッド内の側方流入強度 $Q_L(t)$ の計算手法の構築
- 実河道網に対する本モデルの妥当性に関する検討

などが挙げられる。

参考文献

- 1) 椎葉充晴：流出系のモデル化と予測に関する基礎的研究，京都大学博士論文，pp.18-20, 1983.
- 2) 高埜・椎葉・中北：第 39 回年譜，第 2 部，pp.45-46, 1984.