

雨滴分布のフラクタル性について Fractal Properties of Raindrop Distribution

森山聡之*・田中克彦**・平野宗夫***

By Tosiya MORIYAMA, Katsuhiko TANAKA and Muneo HIRANO

The pieces of dyed filter paper were exposed to rain, and both the size and position of the drops were determined. Lovejoy *et al.*(1990) reported that the spatial distribution for raindrops was fractal. Therefore this inhomogeneity of raindrops will lead to the correction for the standard theory in radar rainfall measurement. In this study, the fractal dimension of spaital distribution for raindrops are calculated, and are extended to the rainfall rate and the dropsize. This calculation gives the suggestion that the spatial distribution has the pink noise.

Keywords: fractal, raindrop distribution, radar rainfall masurement, inhomogeneity, pink noise.

1. はじめに

雨滴の粒径分布は、レーダ反射因子から降雨強度を求める際に使用されている。一般にはMarshallおよびPalmer¹⁾が仮定した指数分布を用いることが多いが、分布を決定するパラメタの数が複数であることから、単一のレーダ反射因子の観測からはパラメタが容易に推定出来ず、降雨強度推定の際の誤差が過大であるという問題をはらんでいる。

一方、Lovejoyら²⁾は、濾紙による観測から、雨滴の位置のフラクタル解析を行い、雨滴の空間分布がランダムであるという標準理論に修正を加え、レーダ反射因子のレンジ(体積)依存性を論じた。

本論では、濾紙による観測から、さらに降雨強度の空間分布および雨滴径の空間分布のフラクタル次元解析を行い、雨滴の粒径分布の解明を試みたものである。

* 正会員 工博 九州大学工学部助手

** 学生員 同大学大学院

*** 正会員 工博 同大学工学部教授

(〒812 福岡県福岡市東区箱崎6-10-1)

表-1 測定漉紙サンプル

	測定日時	測定時間(s)	降雨強度(mm/h)	気象事例	滴痕跡数
No1	1993.2.17.11:18	5	5.4	前線性降雨	122
No2	2.17.11:28	5	5.8	⋮	110
No3	2.21.23:46	5	4.6	⋮	71
No4	8.27.10:28	3	7.9	台風(11号)	83
No5	8.27.10:59	3	6.6	⋮	165
No6	8.27.12:12	1	38.9	⋮	144

2. データ

本論では、中央大学³⁾が行った漉紙法による観測データを用いた。漉紙は図-1のような直径11cmの円形であり、計6例のサンプルについて解析を行った。表-1にサンプルの観測日時、測定時間、降雨強度、気象事例、雨滴痕跡数を示す。なお、降雨強度は、漉紙データから(2)式を用いて算出したものである。

3. フラクタル解析

3.1. 雨滴の空間分布

雨滴の空間分布について、次式²⁾によりフラクタル性を調べることができる。

$$\langle n(L) \rangle \propto L^{D_2} \quad (1)$$

ここで、 D_2 ：相関次元、 $\langle \rangle$ ：アンサンプル平均、 $n(L)$ ：各々から雨滴の半径 L (mm)内にある雨滴痕跡数である。つまり、(1)式左辺は漉紙上のすべての雨滴に対して $n(L)$ を数え、 $n(L)$ の総和を雨滴数で除した値である。Lovejoy²⁾は、 $2 \leq L \leq 400$ mmの範囲において、 $D_2 \approx 1.83$ であることを報告している。

(1)式に基づき、 $\langle n(L) \rangle$ と L を両対数で図-2にプロットした。 $2 \leq L \leq 80$ mmの範囲で、 $D_2 \approx 1.81$ という結果を得た。これは、Lovejoy²⁾による1.83に近い値である。 L が小さい領域及び大きい領域では直線はずれている。これは漉紙上において、1)2mm以下の小さい L の多くはより大きい雨滴痕跡に含まれてしまうこと、2)大きい円の多くは漉紙の外にはみ出てしまうことにより $n(L)$ が過少評価されてしまうものと考えられる。

図-2の結果により、雨滴はランダムに分布しているのではなく、クラスタ(凝集)を形成しているといえる。

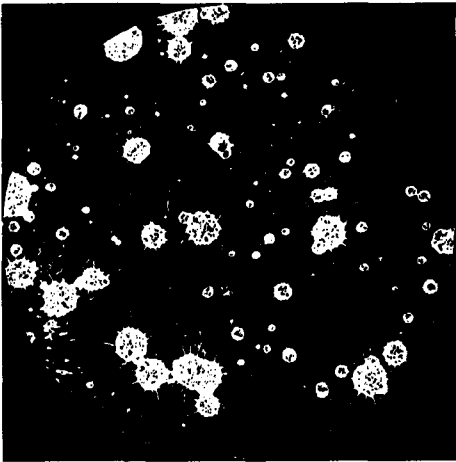


図-1 観測漉紙の一例(No1)

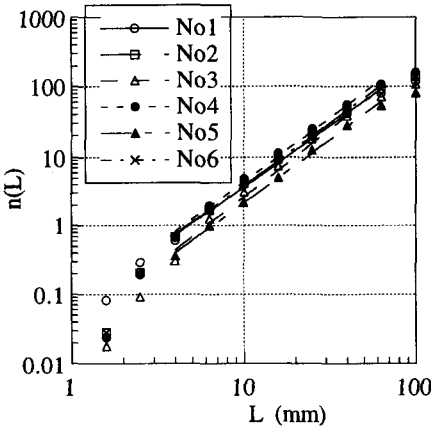


図-2 雨滴の空間分布

よって、標準理論の仮定は成り立たないというLovejoyら²⁾の結果と同様の結果を得た。

ランダムな分布の場合、 L が10倍になれば面積は 10^2 倍になり雨滴数も 10^2 倍になる。つまり、直線の勾配は2となる。今回の結果は、 L の拡大に伴う雨滴数の増加が、ランダムな分布の場合より小さいことを示す。

3.2. 降雨強度の空間分布

漉紙上において、半径 L の円内の降雨強度 $R(\text{mm/h})$ は、単位時間当りの通過雨滴体積の総和により簡単に次式で表せる。

$$R(L) = \frac{600 \times \sum d^3}{L^2 T} \tag{2}$$

ここで、 d : 滴径(mm)、 T : 漉紙をさらした時間(s)である。 d については、あらかじめ求められた雨滴実質径と痕跡径の関係式から実質径を算出して用いた。(2)式を用いて、降雨強度 R が、 L の変化に依存するかどうかを調べることができる。つまり、漉紙上のそれぞれの雨滴について、半径 L 内の降雨強度 R を算出し、雨滴全体の平均をとる。ここでも(1)式の場合と同様に、漉紙上の雨滴全点について計算を行っている。

図-3にその結果を示す。図-2と同じ理由により、 L の両端の領域は過少評価されている。 R の場合は単位面積当りを考えるため、より誤差が大きい。しかし、漉紙の大きさの関係上不十分ではあるが、 R は $3.2 \leq L \leq 32\text{mm}$ において一定値を示した。行った6例の計算とも類似した分布を示したので、 R は少なくともこの範囲では一定であると考えられる。このことから、観測されたスケールにおける降雨強度の空間分布はフラクタルな構造を持つランダムであると言える。この結果は、3.1.で示した雨滴の空間分布が $D_2 \approx 1.81$ であったことと矛盾しているように思われる。つまり、 L の増加に伴い、単位面積当りの雨滴数が減少するにもかかわらず、降雨強度 R は一定となっている。これは降雨強度の空間分布が、モノフラクタル、すなわちフラクタル次元があらゆる時空間で一定値をとるのではなく、ある分布を持つマルチフラクタルである可能性を示唆していると考ええる。

3.3. 滴径の空間分布

雨滴の大きさの空間分布は、非整数ブラウン運動^{4,5)}としてフラクタル次元 D が算定できる。つまり、雨

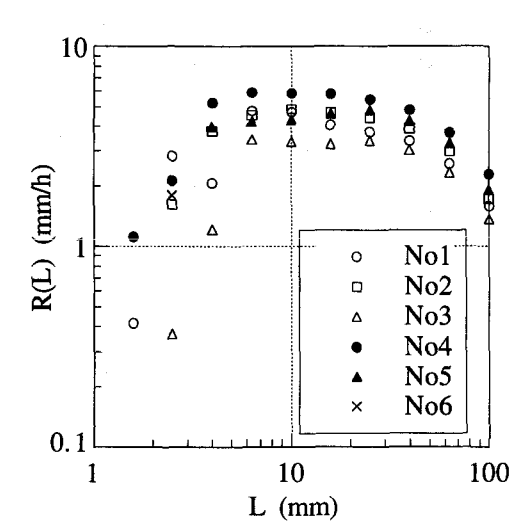


図-3 雨量強度の空間分布

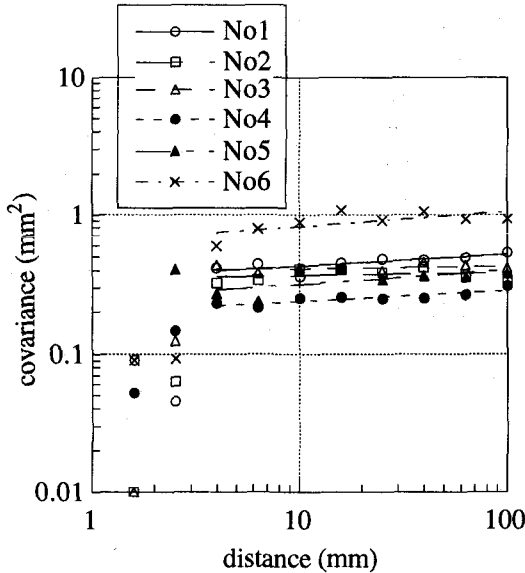


図-4 滴径のセミバリオグラム

滴径を(3)式で示されるセミバリオグラムで評価し、その勾配が直線となれば、フラクタルであるといえ、(4)式で D が求まる。

$$\langle (d(s) - d(t))^2 \rangle \propto |s - t|^{2H} \quad (3)$$

$$D = 3 - H \quad (4)$$

ここで、 d : 滴径、 s, t : 任意の2つの滴の位置ベクトル、 D : フラクタル次元である。これは、おのおのの雨滴間距離と、径差の2乗平均を両対数でプロットすれば、その傾きが $2H$ であることを意味する。なお、この解析は濾紙上の雨滴全点を対象としている。

雨滴径のセミバリオグラムを図-4に示す。 L が小さい領域では、図-2,3と同様の理由により過少評価されている。しかし、 L が大きい領域については、 L が雨滴間の距離を示すため濾紙の範囲の制限を受けないことから、有意な値であるといえる。 $3.2 \leq L \leq 110\text{mm}$ において、 $2H = 0.069$ (6例平均)であった。直線の勾配は非常に小さく、これは粒径の空間分布もランダム(ピンクノイズ)であることを示している。

4. おわりに

本論では、濾紙で観測出来るスケールでの雨滴径の空間分布が、ピンクノイズで示されるランダムであるという結果を得た。このことは、少なくとも現在用いられている雨滴分布の仮定を再検討する必要があることを示唆している。今後は、さらに気象事例別に濾紙による雨滴分布を解析し、フラクタル次元の分布を求めるとともに、レーダ観測のビーム体積スケールである数10mから数kmのスケールにおいて雨の空間分布のフラクタル次元解析を行い、mmオーダーから10kmオーダーまでの降雨強度の空間分布がマルチフラクタルであるかどうか検証したいと考えている。

<謝辞>

本研究で用いたデータは、すべて中央大学理工学部山田正助教授、同大学日比野忠史助手、同大学大学院鈴木敦氏が行った観測によるものであり、貴重なデータを快く貸与して下さったことに対し、ここに深く謝意を表します。

<参考文献>

- 1) Marshall, J.S., and W.M. Palmer: The distribution of raindrops with size. :J.of Meteorology, 5, 165-166, 1948.
- 2) Lovejoy, S., and Schertzer, D.: Fractals, Raindrops and Resolution Dependence of Rain Measurements. :J.of Applied Meteorology, 29, 1167-1170, 1990.
- 3) 鈴木敦, 日比野忠史, 山田正: レーザ光を用いた雨滴計の試作とそれを用いた雨滴粒径分布の観測, 水文、水資源学会1993年研究発表会要旨集, 212-213.
- 4) 小川進, 平野宗夫, 森山聡之, 安道竜也: レーダ雨量の時空間分布のフラクタル解析, 水工学論文集, 第37巻, 21-26, 1993.
- 5) 森山聡之, 平野宗夫, 安道竜也: フラクタル次元解析による降雨の時空間特性の解析, 土木学会第48回年次学術講演会 II-PS1, 2-3, 1993.