

粒子追跡による流れ計測のための新技術の開発

New-technology Development for Flow Measurement by means of Particle Tracking

竹原 幸生*, 江藤 剛治**, 道奥康治***

By Kosei TAKEHARA, Takeharu ETOH and Kohji MICHIOKU

A particle tracking velocimetry (PTV) for 2-D space has been developed and proved efficient through its application to turbulent measurement in thermal convection. It consists of the Kalman's filtering theory to estimate location of each particle image in the next frame, and the Chai-Square-test to evaluate the probability that a particle image in the next frame is identical to the estimated one. An auxiliary technique utilizing a generation method of the Delaunay triangular network is also employed to set initial estimates of velocities of particles which newly appear in the frame. The technology is now under improvement to be applicable to flow measurement in 3-D space. Some other efficient techniques to support the PTV under development are also presented.

Keywords: particle tracking velocimetry, flow measurement

1. はじめに

1.1 ビデオ画像計測の利点

著者らはこれまで流れの画像計測技術の開発を行ってきた。

本報告の目的は、現在まで開発を行ってきた画像計測技術、および現在開発中の画像計測技術を取りまとめて紹介することである。それぞれの技術について次節で簡単に紹介している。紙面の関係上、本報告ではそれらの画像計測技術のうち自動粒子追跡法についてその開発方針、および基本的な考え方を述べる。自動粒子追跡手法に関する詳細な説明は極力避け、必要な部分に関しては補遺で説明を行っている。

画像による流れ計測法の利点として以下のような点が上げられる。

- a)ある時刻の空間情報(例えば、流速ベクトル図)が瞬時に得られる。
- b)空間情報が連続的の時系列データとして得られる。
- c)非接触計測が可能である。

a), b)に関しては、これまでの点計測の測定技術(例えば、ホットフィルム流速計、レーザードップラー流速計)による計測は困難である。さらに画像計測を用いる場合、2もしくは3台のビデオカメラで同期撮影

* 正 会 員 工 修 近畿大学助手 理工学部土木工学科

** 正 会 員 工 博 近畿大学教授 理工学部土木工学科

(〒577 東大阪市小若江3-4-1)

*** 正 会 員 工 博 神戸大学助教授 工学部建設学科

(〒678 神戸市灘区六甲台町1-1)

することにより3次元空間の計測が可能となる。

c)に関しても、さらに高機能の計測が可能になる。例えばマイクロカプセルのトレーサー粒子の中に感温液晶を入れ、そのトレーサー粒子の移動から流速ベクトルを、色の变化から温度場を測定することが可能である。

1.2 近畿大学における技術開発の現状

a)カメラおよび光学系

最大の成果は世界最高速のビデオカメラ¹⁾(256×256画素で4,500pps)を開発したことである。例えば30cm/s程度の比較的遅い流れでも、1cm四方の領域を拡大して撮影する場合、通常のビデオカメラ(30pps)では、ある時刻画面に写っていた粒子が次の時刻には画面の外に出てしまう。このビデオカメラは速いだけでなくMCP型の光増強装置を内蔵しており、顕微鏡下などの微光量下でも4,500ppsで撮影可能である。

b)粒子追跡技術

・比重、比熱が水と等しいトレーサー粒子の開発

芯物質が水、その外側を比重1に調節したプラスチック膜で覆われたマイクロカプセルを開発した^{2), 3)}。熱変動による周囲の水の比重変化に対しても内部の水が膨張・収縮し、周囲水の比重に等しくなる。

・多数の粒子の自動追跡プログラムの開発

カルマンフィルターと χ^2 検定を用いた自動粒子追跡アルゴリズムを開発した^{4), 5)}。本アルゴリズムでは従来のアルゴリズムと異なり、ある時刻の画面上の粒子と次の画面上のある粒子が対応する確率が客観的に評価される。また、画像中に粒子が現れたり消えたりする場合(レーザースリット光源で照明するような場合)に対しても、ドローネ三角形網を用いた対処法を開発し、この場合でも全く自動的に粒子追跡が行えるよう改良した。

c)水表面での気体輸送の可視化技術

水表面からの炭酸ガスの溶入過程の可視化法を開発した⁶⁾。フルオレセイン水溶液の蛍光強度は水のpHによって変化する。水表面上の気体を炭酸ガスに置き換えた直後にその溶入過程の可視化を行う。

d)低屈折率透明体

低屈折率透明体と水の屈折率を合わせる技術⁷⁾。透明体であるので砂のように光を遮断し、計測上の障害になることはない。また透明体の屈折率の相違による水運動追跡用トレーサー粒子画像にズレが生じず、正確な粒子位置を計測することができる。透明体に蛍光染料を混入するか表面に極薄く塗布することによりレーザーシート光等の励起光により、ある断面の固体粒子と水運動追跡用トレーサー粒子の運動を同時に追跡できる。これにより、例えば土石流、土砂流、砂の液状化等の固体粒子と水運動の相互作用の計測が可能となる。

1.3 本報告の概要

以上のうち、高速ビデオカメラの開発と粒子追跡による流れ計測技術について実用性の高い成果が得られている。前者については専門学術誌等ですでに紹介した¹⁾。後者の粒子追跡技術については開発の各段階で開発状況を報告してきた。本報告では、粒子追跡について開発過程と成果をとりまとめて報告する。

第2章ではすでに開発が完了した2次元場での自動追跡手法、およびほぼ開発が完了した水槽内の3次元流体運動の自動追跡手法、第3章では適用例について述べる。ページ数の関係上、自動粒子追跡アルゴリズムに関する詳細な式および方法は割愛している。これらについては参考文献^{4), 5)}を参照して頂きたい。

1.4 粒子追跡技術開発における基本的な立場

画像解析による流れ場計測は次のように大別される(定義は研究者により若干異なる)。

(1)個々の粒子を追跡する方法(PTV: Particle Tracking Velocimetry)

(2)濃度場(または数個~数十個の粒子群の分布パターン)を追跡する方法

両者の長所を組み合わせた手法の開発も試みられている。また個々の粒子追跡と粒子群の分布パターンを

追跡する方法を合わせて P I V (Particle Image Velocimetry) と呼ぶ。

解析精度は一般には(1)の個々の粒子を追跡する方法の方が高いと言われている。ただし適切な粒子数の設定、引き続き 2 画面上での同一粒子の対応付け(粒子像の重複の問題等も含む)等で今後検討すべき課題も多い。簡便さからみれば、相関法などの、濃度場追跡法の方が取り扱いが容易である。

このような技術の開発においては常に、測定・解析の簡便さと解析精度とが競合関係にある。すでにくつかの自動粒子追跡手法が実用に供されているが、使用目的によってこれらを使いわけるときである。例えばすでに市販されている自動粒子追跡ソフトを乱れ計測に使用したユーザーから、ほとんど使いものにならないという批判が上がっているが、これらはもともと 30pps の通常のビデオカメラを用いて、層流の計測や、流れ場の概況を簡便に可視化することを目的に開発されたものがほとんどで、複雑な乱れ場等を正確に計測することを目的にして開発されたものではない。このような

〔解析に必要な時間・費用 vs. 解析精度〕

という観点からは、著者らは後者に重点を置いた手法開発を目差している。例えばスーパーコンピュータで膨大な計算の後、数値解析解が得られたとしても、少なくとも 1 例は実測値等による精度の検証がなされている必要がある。この目的のためには、流れ場の計測においても、検証の対象となる数値解析のためのプログラミングに匹敵するだけの労力をかけてソフトを開発し、スーパーコンピュータによる 1 例の数値解析に要するだけの計算量と費用をかけて実測結果を処理する位のつもりで、高精度の計測技術を開発する必要がある。当然これは使い得る費用と労力の限界を示す一つの指標であって、今回提示する手法もこのような観点から見れば十分簡便な計測手法となっている。

計測手法を開発する場合はこのような基本的な立場を開発者自信で明確に認識しておく必要がある。

2. 粒子追跡手法

2. 1 2 次元場の計測法の概要

自動粒子追跡アルゴリズムの基本的な部分は以下の 3 つの部分から成る。

- (1)カルマンフィルターによる次時刻の粒子情報の予測
- (2) χ^2 検定を用いた同一粒子の対応付け
- (3)新たに現れた粒子に対するドゥローネ三角形網を用いた粒子情報の内挿

以下に基本的な考え方を示す。

(1)現在得られている粒子情報(例えば、粒子位置、粒子の大きさ、粒子輝度等)からカルマンフィルターにより、次の時刻の粒子情報を予測する。

(2)個々の予測された粒子に対して予測値と実測値の誤差を求め、これを誤差の推定標準偏差で割って正規化(平均値 0、標準偏差 1)する。誤差の正規化には、カルマンフィルターで得られた共分散行列の対角成分(粒子情報の最適推定分散値)を用いる。これを x 方向、 y 方向、輝度について求めると正規化された 3 つの独立な変数となる。これらの自乗和は自由度 3 の χ^2 分布に従う。棄却水準以下の χ^2 値を持つ実測粒子のうち、 χ^2 値が最小のものを同一粒子と判断する。棄却水準以下のものが無ければ消えたものと判断する。

(3)2 次元計測では照明にシート光を用いることが多い。この場合、流れの 3 次元性が強くなるとトレーサ粒子がシート光断面を横切り、画像上で粒子が消えたり、現れたりする。カルマンフィルターによる次時刻の粒子情報の予測では追跡途中で新たに現れた粒子の情報の初期推定値を何らかの方法で与える必要がある。これに対処する方法として、追跡できた粒子でドゥローネ三角形網(最小角最大の三角形網)を作り、新たに現れた粒子が含まれる三角形の 3 頂点の粒子情報からその粒子の情報を内挿する手法を開発した。

本報告では詳細な式や手法の説明は割愛している。(1),(2)については参考文献 4)、(3)については参考文献 5)を参照して頂きたい。

2. 2 ガラス水槽中の 3 次元流れ場計測法の開発

一般的に可視化水理実験を行う場合、側壁や底面をガラス等の平面透明板で作製した水槽を用いる。ガラ

スを通して水中のトレーサー粒子を撮影する場合、空気、ガラス、および水の屈折率が異なるためビデオ画像上ではズレが生じ、精度上大きな問題となる。著者らはこの屈折も考慮した3次元位置測定法を開発した。

画像による3次元計測法の開発は機械制御の分野などで活発に行われており、いくつかの手法が提案されており、上記の屈折の問題を扱ったものもある。一般的な場合（例えば、ガラス面が曲面の場合）、3次元位置を推定する式が非常に複雑となる。ただし、対象を水理実験に絞れば、計測条件を限定することができ3次元位置の推定式が簡単化される。この手法の概要については補遺で説明している。

3次元粒子追跡アルゴリズムは基本的には2次元の場合と同じである。カルマンフィルターおよび χ^2 検定については奥行き方向の座標値を変数としてアルゴリズムを拡張すればよい。また、ドゥローネ三角形網についても基本的な考え方は同じである。3次元の場合、4点で決まる球内に他の点が含まれないとき、その4点で構成される四面体を基本要素とした分割網となる。新たに現れた粒子はその粒子自身が含まれる四面体の4点の対応付いた粒子から情報を内挿する。

3. 熱対流乱流測定への適用例

3.1 実験装置および実験方法

実験に用いた水槽は底面寸法25×25cmのガラス製矩型水槽である。水深は4cmに固定し、上面は固定壁面である。底面には一定の熱量を供給するためラバーヒーターを設置した。壁面からの熱の放射を避けるため、底面と可視化を行う面以外は発泡スチロールで覆った。トレーサー粒子としては、芯物質が水、膜物質がポリスチレンとエチレン酢ビコポリマーの混合物（比重1.0に調整）のマイクロカプセルを用いた。

撮影には東芝製1/2インチCCDビデオカメラを用いた。照明はレーザーシート光を用い、水槽の中心を通る鉛直2次元断面を照射した。画像のサンプリングは1/3秒間隔で約30秒間行った。

画像処理は画像処理装置(nexus 6510)とパーソナルコンピュータ(PC9801VM)を用い、粒子情報として粒子座標と粒子径を求めた。粒子追跡はEWS(SUN SPARCSTATION IPX)で行った。

本実験における水理条件を表-1

表-1 実験条件

	Theory	Symbol	z_* (cm)	W_* (cm/s)	θ_* (°C)	H_* (°Ccm/s)	Pe
Case 1	————	●	9	0.610	0.139	0.0850	2719
Case 2		■	4	0.182	0.028	0.0507	490
Case 3	-----	▲	4	0.209	0.037	0.0077	562
Adrian's Experiments			○				
			Pe = 3,864 ~ 12,152				

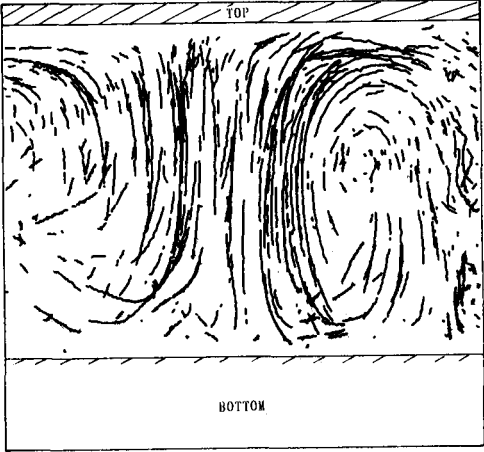


図-1 熱対流乱流場の粒子追跡結果の1例（軌跡）

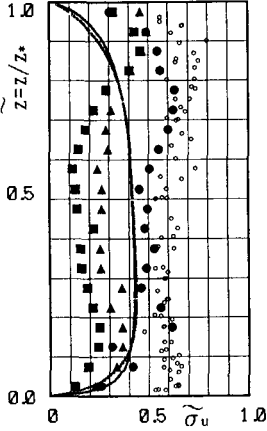


図-2 熱対流乱流場の水平方向乱れ強度の鉛直分布

に示す。同表中、 $z_* = h$ ：層厚、 $w_* = (\alpha H_s g h)^{1/3}$ ：対流の代表速度、 $\theta_* = H_s / w_*$ ：温度の代表スケール、 $H_s (^\circ\text{C cm/sec})$ ：底面から供給される単位面積あたりの温度フラックス、 α ：熱膨張係数、 g ：重力加速度、 $P_* = w_* z_* / \kappa_T$ ：ペクレ数、 κ_T ：熱拡散係数である。 (z_*, θ_*, w_*) は対流層スケールの現象に着目した場合の長さ、温度、速度の外部変数である。

3. 2 粒子追跡性能

図-1に約30秒間の対応付いた粒子の軌跡を示す。中央部に底壁面から上壁面にかけて強い上昇流があるの
がわかる。

3. 3 乱れ強度測定例

マイクロカプセルトレーサー画像を粒子追跡して得られた乱流強度の水平成分 $\widetilde{\sigma_u} = \sigma_u / w_* = \sqrt{u'^2} / w_*$ の分布
(外部変数表示)を図-2に各々示す。LDVを用いたAdrian⁸⁾の実験値を○で併記している。第3著者による相
似解⁹⁾を曲線で示している。

3. 4 考察

外部変数表示した乱流強度の水平成分 $\widetilde{\sigma_u}$ (図-2)は、 Pe の増加→すなわち対流強度の増加とともに増加し
ている。Adrianの実験は Pe が3,864~12,152の高 Pe 数の範囲で行われており、著者らの実験は Pe が490~
2,719の低 Pe 数の範囲で行った。本画像計測結果は、 Pe 数が増加するとともにAdrianの実験結果に近づき、
分布形はAdrianの実験値とともに、対流層中央付近で小さく、上下端境界付近で極大値をとる傾向にある。
一方、乱流モデルではこの上下端境界付近での乱れ強度の極大値を再現することはできない。大きなペクレ
数における本実験値とAdrianの実験値との整合性より、内部が水のマイクロカプセルトレーサー粒子が熱密
度流場においても良好に追跡し、粒子追跡による計測が妥当であることが推察される。

このような熱対流乱流場の乱れ計測は困難であり、既往の測定例としてはAdrianの測定結果を除き、ほと
んど見当たらない。例えば熱対流乱流場をLDVで計測すると熱変動による水の屈折率の変動によりレーザービ
ームの光路が揺らぎ、正確に交差すべき2本のレーザービームがずれる。

粒子追跡の場合、このような問題は生じない。ただしこの場合でも被写体(粒子)からカメラに向かって
出て来る光の揺らぎにより、乱れ強度に見かけ上の乱れが加わる。これは速度場の乱れ強度に比べて小さい。
ただし、高い周波数領域については検討の余地がある。

粒子追跡ではこのような時間平均の乱れ強度ばかりでなく、図-1に示したような大きなコヒーレントな構
造が容易に計測できる。

4. まとめ

著者らが開発してきた粒子追跡による流れ計測手法について開発経過をとりまとめて報告した。得られた
成果は以下のとおりである。

- (1)カルマンフィルター、 χ^2 検定、およびドゥローネ三角形網から成る粒子自動追跡手法を開発した。
- (2)これまで計測が困難であった熱対流場の2次元乱れ場計測に適用し、画像計測が有効な手法であることを
示した。
- (3)ガラス水槽中の3次元流速場の画像計測法を開発した。

著者らの手法は流れ計測だけでなく、物体の変位や人体の運動計測等においても非常に有用な計測技術と
なる¹⁰⁾。

【参考文献】

- 1)江藤：4500枚/秒の高速ビデオカメラ、テレビジョン学会誌、vol.46, No.5, pp.543-545, 1992.
- 2)江藤・竹原：トレーサー粒子としてのマイクロカプセルの試作、可視化情報、Vol.11, Suppl.No.1,
pp.71-74, 1991.
- 3)T. Etoh and K. Takehara: Tracer particles of which specific gravity is unity,

Flow Visualization VI, pp.878-881, 1992.

4) 竹原・江藤：自動粒子追跡アルゴリズム，可視化情報，Vol.12, Suppl. No.1, pp.215-218, 1992.

5) 竹原・江藤・道奥・島崎：自動粒子追跡アルゴリズムの改良と適用例，可視化情報，vol.13, Suppl. No.2, pp.115-118, 1993.

6) 竹原・江藤・岸田：水表面からの炭酸ガスの輸送に関する可視化実験，水工学論文集，第37巻，pp.821-824, 1993.

7) 江藤・竹原：水と屈折率の等しいガラス粒子の試作，可視化情報，Vol.13, Suppl. No.2, pp.131-134, 1993.

8) Adrian, R. J.: Turbulent thermal convection in wide horizontal fluid layer, Experiments in Fluid, Vol.4, pp.121-141, 1986.

9) 道奥・島崎：熱対流乱流場の自己相似解，水工学論文集，第37巻，pp.343-348, 1993.

10) 江藤・竹原：高速ビデオカメラによる運動計測，スポーツ工学シンポジウム講演論文集，pp.82-85, 1993.

11) Tsai, R. Y.: A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses, IEEE, Vol. RA-3, No. 4, pp.323-344, 1987.

[補遺] 3次元位置の決定法

a. 基本的な考え方

ビデオカメラのレンズ中心位置(x_c, y_c, z_c)，カメラ視線の方向および回転($\alpha_c, \theta_c, \phi_c$)，焦点距離 f (図-3参照) は予めキャリブレーションによって求められているとする。ある粒子の位置(x_p, y_p, z_p)が分かれば結像面と粒子光線(粒子からレンズ中心まで至る線)が交わる点が画像上の位置となる。粒子光線は水とガラス，ガラスと空気の境界で屈折率の違いにより直線的に折れ曲がる。

以下に，粒子の3次元位置と画面上の粒子位置との関係を示す。

水中および空気中の粒子光線の方程式は以下になる。以下の座標系(x, y, z)は絶対座標系からレンズ中心を原点にした座標系へ変換したものである。

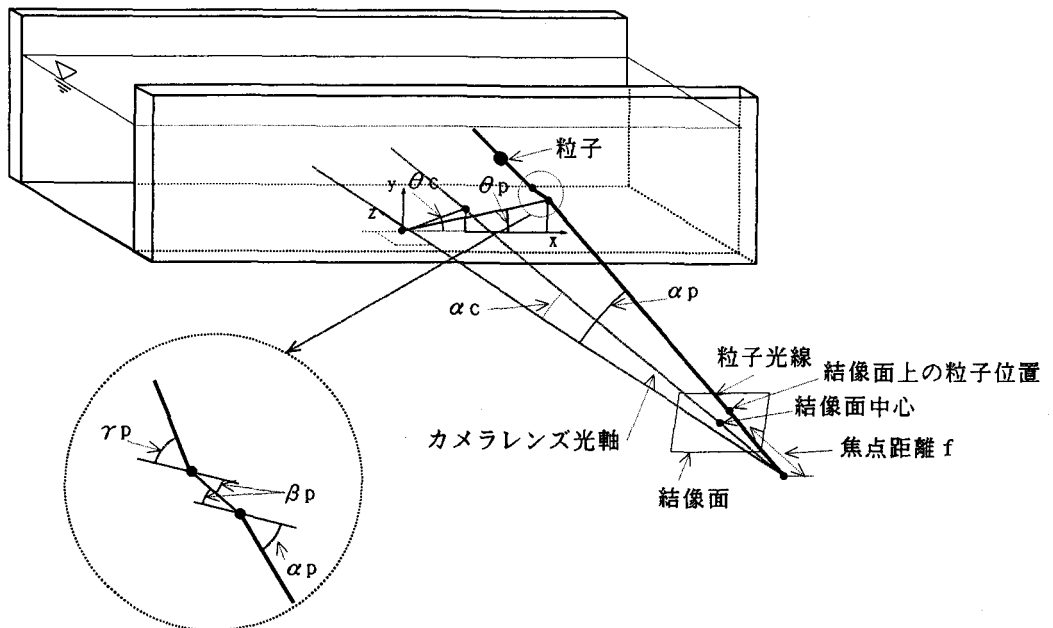


図-3 水槽中の3次元粒子位置と画像上の粒子位置の関係

$$x - \frac{r_p}{\sqrt{1+\tan^2\theta_s}} = \frac{y - \frac{r_p}{\sqrt{1+\tan^2\theta_s}}}{\tan\theta_p \tan\gamma_p} = \frac{z - z_p}{\sqrt{1+\tan^2\theta_p}}, \quad r_p = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \quad (\text{水中})$$

$$\frac{x}{\tan\alpha_p} = \frac{y}{\tan\theta_p \tan\alpha_p} = \frac{z}{\sqrt{1+\tan^2\theta_p}} \quad (\text{空气中})$$

ここで、 α_p は空气中の粒子光線が空気とガラス面の界面でなす角、 θ_p は粒子光線をx-y平面に投影したときx軸となす角である。 α_p 、 θ_p は以下のようにして決定される。

$$\alpha_p: \alpha_p = \tan^{-1} \left\{ \frac{\left(\frac{n_g}{n_a}\right) \sin\beta_p}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_a}\right)^2 \sin^2\beta_p}} \right\}, \quad \beta_p = \tan^{-1} \left\{ \frac{\left(\frac{n_w}{n_g}\right) \sin\gamma_p}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_w}{n_g}\right)^2 \sin^2\gamma_p}} \right\}$$

$$\theta_p: \theta_p = \frac{y_p}{x_p}$$

ここで、 β_p はガラス中の粒子光線が空気とガラス、ガラスと水の界面でなす角、 γ_p は水中の粒子光線が水とガラスの界面でなす角、 n_a 、 n_g 、 n_w はそれぞれ空気、ガラス、水の屈折率である。

また、結像面の方程式は

$$\tan\alpha_c (x - x_{FC}) + \tan\theta_c \tan\alpha_c (y - y_{FC}) + \sqrt{1+\tan^2\theta_c} (z - z_{FC}) = 0$$

となる。 (x_{FC}, y_{FC}, z_{FC}) は、結像面の中心(レンズ光軸と結像面の交点)であり、次式で与えられる。

$$x_{FC} = \frac{f}{\sqrt{1+\tan^2\theta_c + \frac{1+\tan^2\theta_c}{\tan^2\alpha_c}}}, \quad y_{FC} = \frac{f \tan\theta_c}{\sqrt{1+\tan^2\theta_c + \frac{1+\tan^2\theta_c}{\tan^2\alpha_c}}},$$

$$z_{FC} = \frac{f \sqrt{1+\tan^2\theta_c}}{\tan\alpha_c \sqrt{1+\tan^2\theta_c + \frac{1+\tan^2\theta_c}{\tan^2\alpha_c}}}$$

結像面と空气中の粒子光線の交点 (x_{FP}, y_{FP}, z_{FP}) は次式で表される。

$$x_{FP} = \frac{x_{FC} \tan\alpha_c + y_{FC} \tan\theta_c \tan\alpha_c + z_{FC} \sqrt{1+\tan^2\theta_c}}{\tan\alpha_c + \tan\theta_c \tan\alpha_c \tan\theta_p + \frac{\sqrt{1+\tan^2\theta_c} \sqrt{1+\tan\theta_p}}{\tan\alpha_p}}$$

$$y_{FP} = x_{FP} \tan\theta_p, \quad z_{FP} = x_{FP} \frac{\sqrt{1+\tan^2\theta_p}}{\tan\alpha_p}$$

レンズ光軸を中心にカメラが ϕ だけ回転しているので、結像面上の粒子位置 (x_{FP}, y_{FP}, z_{FP}) を画像中心 (x_{FC}, y_{FC}, z_{FC}) 回りに座標変換すれば画像上の座標となる。

以上の式により、粒子光線と画像上の位置が関係付けられる。計測では以下の作業が必要となる。

(1)画像上の粒子位置から水中での粒子光線を求める。

(2)水中の粒子位置から画像上の粒子位置を決める。

(1)に関しては水中の粒子光線を陽に決定することができるが、(2)に関しては γ_p を陽に決定することができない。 γ_p は以下の条件を満足するように繰り返し計算により決定し、画像上の粒子位置を決定する。

$$\sqrt{x_p^2 + y_p^2} = L_A \tan\alpha_p + L_G \tan\beta_p + \{z_p - (L_A + L_G)\} \tan\gamma_p$$

ここで、 L_A はカメラレンズ中心からガラス前面までの距離、 L_G はガラスの厚さである。

b. 測定の方法

3台のビデオカメラを用いたときの具体的な測定方法を以下に示す。

カメラの設置はまず2台のカメラ(カメラ1, カメラ2)を横に並べ、ほぼ同じ方向(レンズ光軸がおお

よそ10°程度)から撮影する。この2台から得られた2枚の画像はほぼ同じ画像となり、同一粒子の同定は比較的簡単にでき、粒子の3次元位置を求めることができる。しかし、ビデオ画像では結像をピクセル単位で分割するため、結像面と平行な方向の測定精度に比べて奥行き方向の測定精度は1桁落ちる。奥行き方向の測定精度を上げるため残りの1台(カメラ3)を2台のカメラのレンズ光軸とほぼ直角になるように設置する。奥行き方向の位置の近似値(粒子が位置する可能性のある範囲)はカメラ1, 2で求められているので同一粒子の同定は比較的行われる。

具体的な手順を以下に示す。

- (1)カメラ1の画像上の粒子点から水中での粒子光線を求める。
- (2)(1)で求めた粒子光線をカメラ2の画像上に投影する。
- (3)カメラ2の画像上の粒子のうち、(2)で投影した線分のある範囲内の粒子だけについて線分からの距離、およびカメラ1と2の粒子径の差を求める。検査の範囲は線分からの距離が前のステップで求めた画像中の全粒子に対する誤差の平方根自乗平均値を k 倍した範囲にする。
- (4)(3)で得られた検査領域内のすべての粒子の線分からの距離と粒子径の差を前のステップで求めた誤差で基準化し、粒子追跡法で用いる手法と同様に χ^2 -指標で同一粒子を決定する。
以上の操作でカメラ1とカメラ2の画像上での同一粒子が決定される。
- (5)(1)と同様に(4)で求めたカメラ2の画像上での粒子点から水中の粒子光線を求め、(1)の粒子光線との交点を求める。
- (6)(1), (5)で求められた粒子光線をカメラ3の画像上に投影する。
- (7)カメラ3の画像上での2本の線分の交点を求める。
- (8)(7)で求めた交点の周りのある領域内のすべての粒子点に対して交点からの距離を求める。その距離が最小のものを同一粒子として決める。ここで、検査領域は(4)と同様に交点からの距離が前のステップでカメラ3の全粒子に対する誤差の平方根自乗平均値を k 倍した範囲にする。
- (9)(1), (5), (8)で得られた3本の粒子光線の交点から粒子位置が決まる。実測では、一般的に3本の粒子光線が1点で交わらないので、3本の粒子光線への距離の和が最も小さい位置を粒子位置とする。
以上の操作をカメラ1のすべての粒子について行う。

c. キャリブレーション法

必要なパラメータはカメラレンズの中心位置(x_c, y_c, z_c)、カメラレンズ光軸の方向および回転($\alpha_c, \theta_c, \phi_c$)、焦点距離 f の合計7個である。キャリブレーションでは正確にセットされた既知の点(絶対座標が分かっている点)を十点以上用意し、撮影した画面上の粒子位置と、ビデオカメラのパラメータを仮定して計算された画面上での粒子位置のズレの自乗和を最小にするように最小自乗法により決定する。最小自乗法にはPowell法を用いた。

また、画像上の点はカメラレンズの歪の影響を含んでいる。補正方法はTsai¹¹⁾の論文を参考にした。歪量は画像上のレンズ光軸中心位置から法線方向に距離の2乗に比例し、接戦方向の歪は比較的小さい。よって画像位置の補正式は以下になる。

$$x = x_m (1 + \kappa R^2), \quad y = y_m (1 + \kappa R^2), \quad R = \sqrt{x_m^2 + y_m^2}$$

ここで、 x, y は補正画像座標値、 x_m, y_m は実測画像座標値、 κ はレンズ歪に関する係数である。 κ は上記のキャリブレーションとは別途行うことにした。