

堆積層を伴う円管内の掃流砂

Bed-Load Transport in Circular Pipe with Deposit Bed

辻本哲郎*・蔵重俊夫**・北村忠紀***・岡田敏治**

By Tetsuro TSUJIMOTO, Toshio KURASHIGE, Tadanori KITAMURA and Toshiharu OKADA

The flow resistance and bed-load discharge in a circular pipe with deposit bed is investigated by numerically analyzing with algebraic stress model of turbulence. The present calculation has clarified shear stress along the boundary including the surface of the deposit bed, which distributes transversely. By applying Swiss-formula for bed-load transport, the local rate of bed-load transport is estimated, and then the total bed-load discharge is evaluated by integrating the local rate. The results were well consistent with the previous experimental data.

Keywords: pipe flow with deposit bed, bed-load transport, flow resistance, algebraic stress model

1. まえがき

管路内固体輸送は、石炭・鉱石などの輸送システム、ダム堆砂の排除・養浜のための土砂輸送手段、下水道での堆積物の移動（フラッシュ）などに関連して古くから研究されている課題である^{1)~3)}。ところで、管路内の土砂輸送には様々な移動形態があり、河川流砂の研究成果を適用できる場合とできない場合がある。堆積層が形成された状態で、その上面での移動限界や掃流移動する流砂量の評価は前者の範疇であるが、褶動など堆積層が全層にわたって移動する場合などは後者に相当するものと考えられる。ところが、前者においても、堆積層が平坦な場合であっても、その上の掃流力評価は大きな課題となっている。従来の研究^{1)~3)}では径深分割法によって砂面掃流力と他の管壁によるせん断力の分離が図られ、求められた砂面掃流力に対して河川の流砂量式が適用されている。径深分割は、原理的には図-1のように等流速線の直裁線で断面を分割し、砂面・残りの管壁のせん断力とそれぞれ釣り合う水の重量の流下方向成分を求めて評価するのである。ところが、等流速線は容易には知られないので、平均流速公式等によって計算される各領域の平均流速が等しいとする仮定をおいてそれぞれに対応する断面積を推定している。この仮定には何ら合理性が認められないし、また各領域の特異な断面にどのような平均流速公式が適切かは容易に判断できない。

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-4 0-2 0)

** 正会員 工修 (株) 日水コン大阪支所システム開発部
(〒542 大阪市中央区島之内 1-2 1-1 9)

*** 正会員 工修 京都大学助手 工学部環境地球工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

一方、水面の出現した条件や堆積層を伴うような場合の円管内の流れの構造（流速分布など）は解析的に検討された例がほとんどない。Chiuら⁴⁾・⁵⁾がエントロピーの概念を用いて提案した流速分布モデルによるとこうした流れの流速分布の記述も可能と思われるが、流れの運動方程式や、乱れや2次流の構造との関連が明確でなく、適用しづらい状況である。

本研究では、代数応力モデルを用いた数値計算によって自由水面や堆積層を伴う場合も含めた管路断面内の流れ構造を記述することを試み、その結果として流れのエネルギー勾配や砂面掃流力を直接計算して流れの抵抗と堆積層上の掃流砂量を評価しようとするものである。

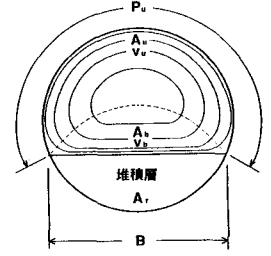


図-1 径深分割法

2. 従来の方法 - 径深分割法

従来の径深分割方法を簡単に説明する。図-1に示す2領域（円管壁面領域と砂面支配領域と呼ぶこととし、それぞれ添字u, bを付す）での抵抗則は、両領域での平均流速が等しく断面平均流速 $U (=Q/A, Q: \text{流量}, A: \text{流水断面積})$ に等しいと仮定するとき、形式的に次のように書ける。

$$\frac{U}{u_{*u}} = f_u \left(\frac{u_{*u} R_u}{\nu} \right); \quad \frac{U}{u_{*b}} = f_b \left(\frac{R_b}{k_s} \right) \quad (1)$$

R_u, R_b は各領域の径深で（ $R_u = A_u/P_u, R_b = A_b/P_b$ 、潤辺長 P_u, P_b は水深・管径比 h/D が与えられると幾何的に決まる）、また、摩擦速度 u_{*u}, u_{*b} については、エネルギー勾配 I_e を共通として、

$$u_{*u} = \sqrt{g R_u I_e}; \quad u_{*b} = \sqrt{g R_b I_e} \quad (2)$$

である。式(2)を式(1)に代入した式と、両領域の面積が全断面積になることから、 R_u, R_b は次の2式を連立させて求めることができる。

$$f_u \left(\frac{u_{*u} R_u}{\nu} \right) \sqrt{R_u} = f_b \left(\frac{R_b}{k_s} \right) \sqrt{R_b} \quad (3)$$

$$R_u P_u + R_b P_b = A \quad (4)$$

断面分割が確定すれば、摩擦速度 u_{*u}, u_{*b} が求められ、エネルギー勾配 I_e 、砂面での平均無次元掃流力 $\tau_* = u_{*b}^2 / ((\sigma\rho - 1)gd)$ が推定され、河川の既存の掃流砂量公式の適用が期待される。

3. 堆積層のある円管内流れの数値計算

ここでは、開水路状態のある条件で顕著となると考えられる2次流についての計算も可能となることを考え、代数応力モデルの適用を図った。ここでは、複断面流れへの適用のため開発された河原の方法⁶⁾（その後、清水らと⁷⁾植生帯を伴う流れの解析に応用したもの）を踏襲する。流下方向流れが卓越するとして基礎式に放物形流れの近似を施すと、支配方程式群は次のようである。

$$\frac{\partial}{\partial x} (U^2) + \frac{\partial}{\partial y} \left(VU - \Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(WU - \Gamma \frac{\partial U}{\partial z} \right) = g \sin \theta - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (UV) + \frac{\partial}{\partial y} \left(V^2 - \nu \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(WV - \nu \frac{\partial V}{\partial z} \right) = g \cos \theta - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{yy}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau_{yz}}{\rho} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (UW) + \frac{\partial}{\partial y} \left(VW - \nu \frac{\partial W}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(W^2 - \nu \frac{\partial W}{\partial z} \right) = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{yz}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau_{zz}}{\rho} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (Uk) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ vk - \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ wk - \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right\} = P_k - \epsilon \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (U\epsilon) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v\epsilon - \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ W\epsilon - \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right\} = \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \epsilon) \quad (9)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

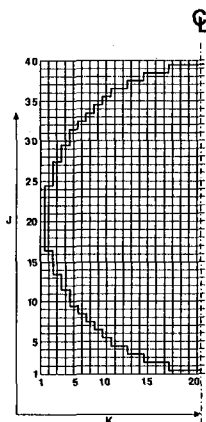
$$P_k = v_t \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (11)$$
$$v_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (12)$$
$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = v_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad ; \quad \frac{\tau_{xz}}{\rho} = v_t \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\tau_{yz}}{\rho} = C v_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad ; \quad \frac{\tau_{yy}}{\rho} = C v_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_k k \quad (14)$$

$$\frac{\tau_{zz}}{\rho} = C v_i \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 - C_k k \quad (15)$$

計算に当たっては、図-2に示すような差分格子を用いて円管の対称軸で区分される半断面について計算を行なった。管の壁面は滑面、堆積層による砂面は堆積層の砂粒で規定される粗面として扱う。すなわち、これらの境界では対数則を仮定する。また、水面及び中心軸では対称条件を課す。

以下には、後述する芦田・江頭・中島³⁾の実験で採用された管径 D が64mmの円管で、粒径 d が2.12mmのほぼ均一粒径砂で堆積層が形成されている場合について計算を行なった結果を示す。開水路路となる場合では、自由水面での条件が不十分なため実験で認められるような最大流速点の位置の降下が説明しきれないが、堆積層近傍の流れ構造の記述は充分精度がよく掃流砂問題を扱うことは工学的に可能と考えられる。ただし、本論文では自由水面のない場合に限定して議論することにする。



応力線図を示す。このように、こうした数値計算によって図-1に示したような径深分割を行なう場合に必

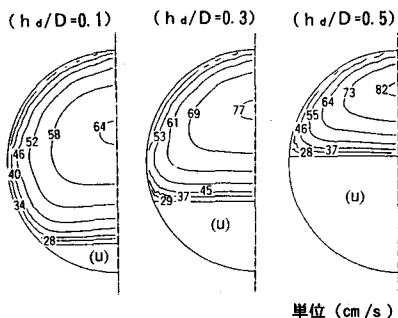


Figure 10 consists of three contour plots arranged horizontally, each representing a different value of the parameter h_a/D : 0.1, 0.3, and 0.5. Each plot shows a semi-circular domain with a vertical dashed line on the right side. The plots display the spatial distribution of the velocity correlation coefficient $(-U'V')$. The contours are labeled with numerical values. For $h_a/D = 0.1$, the values range from -8 to -22. For $h_a/D = 0.3$, the values range from -5 to -30. For $h_a/D = 0.5$, the values range from -5 to -40. The unit for the correlation coefficient is cm^2/s^2 .

—655—

要な等流速線図や、せん断応力がゼロとなる線（断面分割線）を与えることが出来る。また、数値計算では与えた流量を流すエネルギー勾配 I_e が計算される。すなわち、流れの抵抗が評価される。

4. 堆積層上面に沿う掃流力分布と掃流砂量

前章の方法で堆積層上面のせん断応力が計算される。管径、粒径については先と同様に設定しており、断面内での (y, z) 座標は図-5 の様に設定された。掃流力分布の計算例は図-6 に示されるように横断方向に分布している。図によると、堆積層厚さに応じて特徴ある分布をすることがわかる。したがって、仮に従来の方法によって砂面の平均掃流力が正しく評価されても、掃流力が分布していることと掃流力と掃流砂量の関係が非線形であることから、平均掃流力に対する掃流砂量を流砂量式によって求めたものと堆積層幅 $(B = 2\sin[\sec(1-2h_s/D)])$ との積では堆積層上面の全流砂量を正しく見積らない可能性がある。

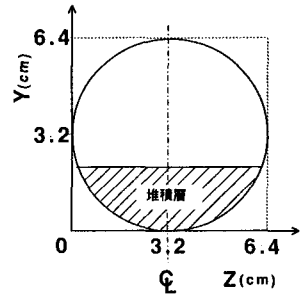


図-5 断面内座標説明図

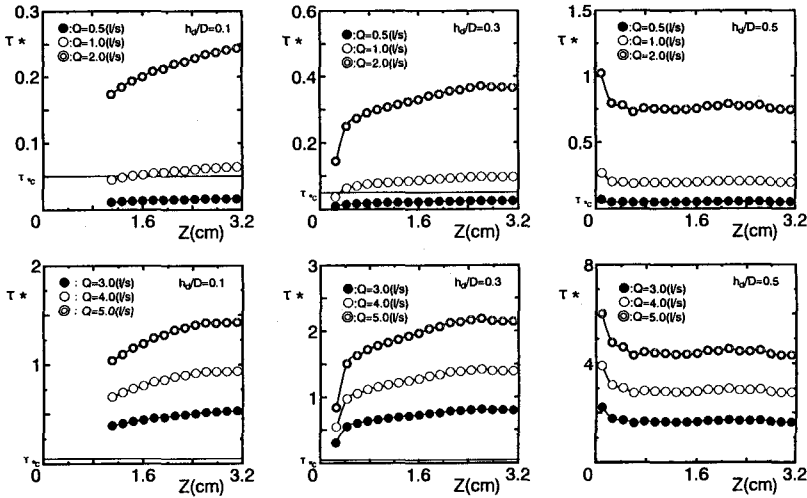


図-6 堆積層上面に沿う掃流力分布

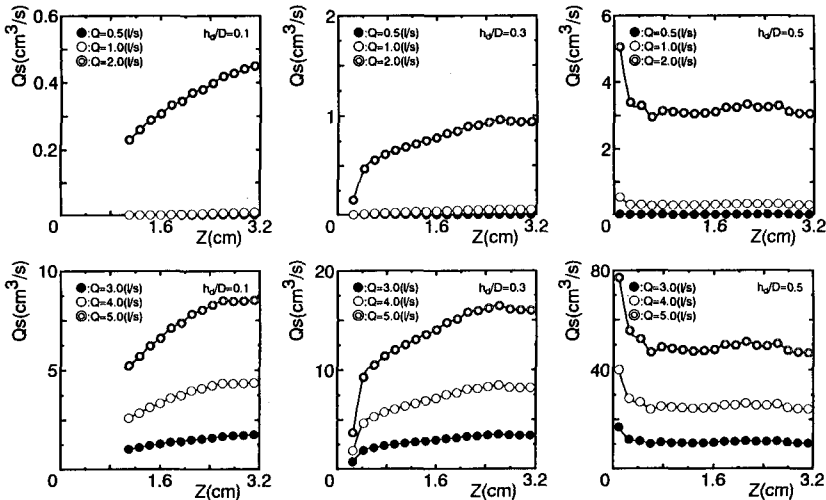


図-7 堆積層砂面での掃流砂量の横断方向分布

そこでここでは、次のようにスイス公式¹⁰⁾で掃流砂量の横断分布 $q_B(z)$ を求め、その堆積層上面幅 B にわたる積分で全掃流砂量 Q_s を評価するという方法を採用する。

$$q_B(z)=8(\tau_*-\tau_{*c})^{3/2}\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd^3}\quad;\quad Q_s=2\int_{(D-B)/2}^{D/2}q_B(z)dz\tag{16}$$

ここに、 $\tau_*=u_*^2/((\sigma/\rho-1)gd)$ ：無次元掃流力、 u_* ：摩擦速度、 τ_{*c} ：無次元限界掃流力（0.045）、 σ ：砂の密度、である。なお、式(16)において τ_* が τ_{*c} 以下の場合流砂量はゼロである。図-7は掃流砂量の横断方向分布の計算例である（図-6に対応したもの）。

5. 堆積層を伴う円管流れの抵抗と流砂についての実験結果との比較

芦田・江頭・中島³⁾は直径64mmの水平におかれた円管で、中央粒径が2.12mmのほぼ均一砂を用いた一連の実験を行ない、その中で部分体積層を伴う条件について動水勾配 I_e 、体積層厚さ h_d 、流量 Q 及び流砂量 Q_s の測定をしている。これらの実験について堆積層厚さと流量を与えて流れの計算を行い、計算結果を実験結果と比較した。実験条件、実験結果と主な計算結果は表-1にまとめられている。

図-8はエネルギー勾配 I_e の実験結果と計算結果の対応について、従来の径深分割法（抵抗則としてPrandtl-Karman法を採用）と今回のモデルで比較したもので、本論文の手法での抵抗評価の方が相対的に精度が良い。図-9は流砂量 Q_s の実験結果と計算結果の対応について、従来の径深分割法（抵抗則としてPrandtl-Karman法、掃流砂量式としてスイス公式を採用）と今回のモデルで比較したもので、従来の方法に比べ、今回の方法が格段に精度良い評価となっていることがわかる。

表1 芦田らの実験条件

Run	Q_v (l/s)	Q_s (cm^3/s)	h (cm)	I_e	h_d/D
8-2	2.56	35.5	2.48	0.056	0.388
9	2.50	57.9	2.87	0.082	0.448
10	3.00	50.2	2.18	0.084	0.341
12	3.69	61.2	1.32	0.103	0.206
13	4.00	54.8	0.86	0.098	0.134
17-3	3.75	66.9	1.32	0.087	0.206
17-4	3.69	90.1	1.60	0.107	0.250
17-5	3.63	80.9	1.87	0.107	0.292
18-2	3.13	40.2	1.34	0.071	0.209
18-3	2.88	75.6	1.95	0.093	0.305
18-4	2.81	83.5	2.18	0.122	0.341
19-2	4.19	103.8	1.30	0.106	0.203
21-2	3.69	50.4	1.32	0.065	0.206
21-7	2.38	81.9	2.75	0.084	0.430

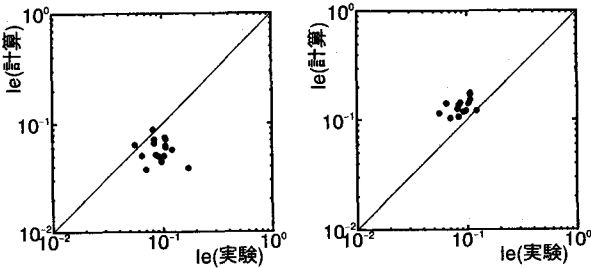


図-8 エネルギー勾配の評価の比較

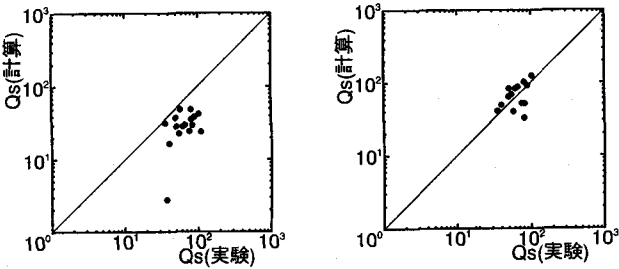


図-9 掃流砂量の評価の比較

6. 堆積層を伴う流れと掃流砂量の特性

前章に示した解析結果と実験値との良好な一致から、本論文の2、3章のシナリオで堆積層を有する円管内の流れと掃流砂の特性が推定できるものと考えられるので、本モデルにもとづいた若干の系統的計算により、円管内流れの抵抗、移動限界、掃流砂量の特性を検討する。ここでも、管径、流砂粒径については芦田ら³⁾の条件（ $D=64\text{mm}$ 、 $d=2.12\text{mm}$ ）にあわせた計算を行なった。図-10、11は堆積層厚・管径比（ h_d/D ）を0.1、0.3、0.5としてそれぞれ流量に対するエネルギー勾配 I_e 、流砂量 Q_s の変化を調べたもので、堆

積層の移動限界流量 Q_c も評価されている。図中には芦田ら³⁾の実験で計算条件に近いものを選んで実験結果をプロットで示した。ただし、本論文では堆積層上に各個運搬形式で掃流される上限が検討されていないため、本手法が適用できる流量の上限は、いまのところ明らかでない。

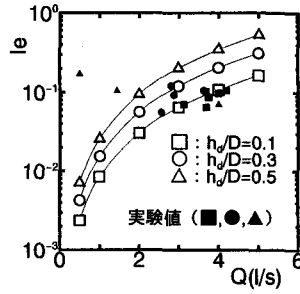


図-10 流量によるエネルギー勾配の変化

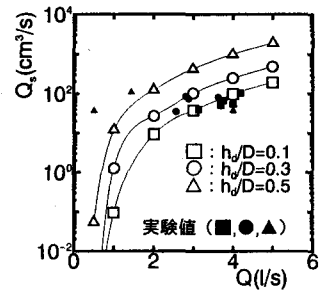


図-11 流量による掃流砂量の変化

7. あとがき

本研究では、代数応力モデルを用いた数値計算で堆積層を伴う円管内流れの計算を行なうことによって、抵抗評価や堆積層上を掃流される流砂量の評価が適切に行なえることが示された。とくに掃流砂量が従来の径深分割法では相当過小評価されていたのに比べ格段に精度良い評価となった。今後の課題としては、(1) 堆積層を伴う流れ場の詳細な計測、(2) 適切な無次元表示による抵抗・流砂量評価、(3) 管路内を開水路状態で流れる場合の流れ場、抵抗特性、流砂量の精度良い評価、(4) 供給土砂量と堆積層厚さの関係の検討、(5) 集合流動や浮遊状態への遷移基準とこれらの移動形式での流砂量評価があげられる。

なお、本研究の遂行に当たって、群馬大学工学部・清水義彦氏から代数応力モデルによる流れの計算にあたって有益な助言をいただいた。また、日水コン(株)大阪下水道事業部・小石川信昭氏、同システム開発部・本橋健氏からとくに下水道管渠流れの流速分布について討議いただいた。さらに数値計算、データ整理に当たっては金沢大学工学部学生・平野智君の協力を得た。併せて深甚の謝意を表す。

参考文献

- 1) 野田佳六・益山忠：沈降性粒子スラリーの流動の力学モデル，混相流のモデリングとシミュレーション，第5回混相流シンポジウム講演論文集，pp.117-134，1986.
- 2) 那須浩平・林泰造：堆積層を有する管路内の流水の抵抗と流砂量について，第26回水理講演会論文集，pp.123-131，1982.
- 3) 芦田和男・江頭進治・中島智彦：水平管路における土砂輸送形態と流砂機構，京都大学防災研究所年報，第31号B-2，pp.489-505，1988.
- 4) Chiu, C.L.: Entropy and 2-D velocity distribution in open channel, *Jour. Hydraul. Eng.*, ASCE, Vol.115, No.5, pp.738-756, 1988.
- 5) Chiu, C.L.: Application of entropy concept in open channel flow study, *Jour. Hydraul. Eng.*, ASCE, Vol.115, No.5, pp.576-594, 1988.
- 6) 河原能久：複断面開水路流れの3次元数値解析と河川工学への適用に関する研究，東京大学学位論文，1988.
- 7) 清水義彦・辻本哲郎・中川博次：水路横断面内に植生帯を伴う流れ場の数値計算，水工学論文集，第36巻，pp.265-272，1992.
- 8) Launder, B.E. and D.B. Spalding.: The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in Applied Mech. & Eng.*, Vol.13, pp.269-289, 1974.
- 9) Launder, B.E. and Ying, W.M.: The prediction of flow and heat transfer in ducts of square cross-section, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, Vol.187, pp.37-73, 1973.
- 10) たとえば，中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，新体系土木工学，350p.，1986.