

レオロジー特性を考慮した底泥の流動モデル

Hydraulic Model of Mud-Flow Considering
Rheological Properties

神田 徹*・笹 真**

By Tohru KANDA, Makoto SASA

As a result of measuring the rheological properties of mud using a rotational visco-meter, the mud can be considered as structural viscosity fluid. We formulate a rheological equation of mud based on these properties. A hydraulic model of mud-flow under the flowing water is constructed by introducing the rheological equation. Computation using this hydraulic model can replicates the features of the velocity distribution of mud-flow which are recognized in hydraulic experiments.

Keywords:mud, non-Newtonian fluid, rheological model

1. まえがき

河口部や浅い湾などでは、堆積している底泥が水の流れや波により巻き上げられ、また流送されることによって水域の汚濁や富栄養化、シルテーションなどの問題が生じている。これらの問題の解決のためには、巻き上げ・輸送・沈降といった底泥の移動機構の解明が必要であるが、そのためにはまず底泥の物性を把握し、さらに、その物性が底泥の流動現象にどのように影響するかを明らかにしなければならない。底泥は、シルトや粘土といった微細粒子が主成分であること、また含水比が極めて高いという特徴から、粘土粒子の高濃度懸濁液であると考えることができる。このような微細粒子の懸濁液では、粒子接点に働く物理化学的力の影響が大きく、複数の粒子が集まって集合体を形成する。この集合体が流動とともに破壊・再集合するので、これら懸濁液の物性値は、含水比だけでなく、液体の流動状態によっても変化することが知られている。これが底泥の流動現象を複雑にしている原因の一つである。本研究では、底泥がずり速度とともに粘度の変化する構造粘性流体であるとして流動曲線の定式化を行い、これを用いた底泥の流動モデルを作成した。また、底泥材料としてカオリナイトを用いて一方向流れ場における流送実験を行い、底泥の流速分布および含水比分布等を測定するとともに、流動モデルによる数値シミュレーション結果と比較検討した。

* 正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

** 学生会員 神戸大学大学院工学研究科

2. 流動曲線

2. 1 Ostwald 曲線

一般に高分子濃厚溶液やグリースあるいは底泥などの多くの懸濁液では、せん断応力とずり速度の関係が非線形である。これら非線形の現象を表す式として、(1) 式が与えられている。

$$\tau - \tau_y = \mu_{app} \cdot D^n \quad (1)$$

$\tau_y = 0, n=1$: ニュートン流体, $\tau_y = 0, n < 1$: 擬塑性流体,

$\tau_y = 0, n > 1$: ダイラタント流体, $\tau_y \neq 0, n=1$: ビンガム流体

ここに、 τ : せん断応力, τ_y : 降伏値 (降伏せん断応力), μ_{app} : 見かけの粘性, $D (=du/dy)$: ずり速度, n : レオロジー定数

W. Ostwaldは実験により、これらの懸濁液の流動曲線 (せん断応力～ずり速度関係) は図-1 のように、ずり速度の小さな領域と大きな領域でニュートン流体の挙動を示し、その間では擬塑性流体からダイラタント流体に変化することを示した。(図-1 のような曲線をOstwald曲線と言う。) Ostwaldは、図-1 のような曲線が描かれるのは、液体内にあって変形を妨げているある種の構造が、流動とともに破壊されるためであるとした。つまり、ずり速度が小さいとき構造は破壊されず、その構造に対する粘度 (μ_0) をもったニュートン流体として流動し、ずり速度が大きいたまは構造が全く破壊された状態となり、その構造に対する粘度 (μ_∞) をもったニュートン流体として流動する。その間では流動によって構造が破壊されつつ、それに応じた粘度をもった流体として流動する。このような意味で、Ostwaldは図-1 のようにずり速度とともに変化する粘性を構造粘性と呼んだ。Ostwald曲線を示す流体に対するレオロジー方程式が、多くの研究者により提示されている。^{1), 2)}

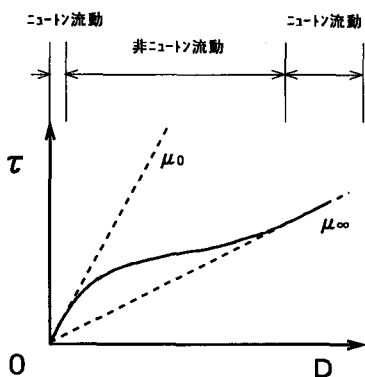


図-1 Ostwald曲線

2. 2 流動曲線

回転粘度計を用いて求めたカオリナイトの流動曲線を、4種の含水比Wについて図-2に示す。この図より、含水比が比較的小さい場合は、Ostwald曲線のようにずり速度の小さな領域とずり速度の大きな領域で粘度が一定の流動を示し、その間の領域ではずり速度とともに粘度が変化していくのがわかる。また、Ostwald曲線にはみられない降伏値 τ_y が存在する。そこで、M. Reinerの式³⁾を参考に、レオロジー方程式を次式のように表す。

$$\tau = \tau_y + \left\{ \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) e^{-\frac{1}{\chi} D} \right\} D \quad (2)$$

ここに、 χ : 構造安定係数

(2)式中のパラメータ τ_y , μ_0 , μ_∞ , χ は含水比によって各々変化する。実験によってこれらパラメータと含水比Wの関係を求めた結果が図-3～6である。図中の回帰直線より両者の関係は次のように定式化できる。

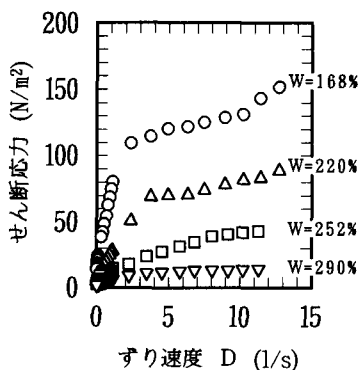


図-2 カオリナイトの流動曲線

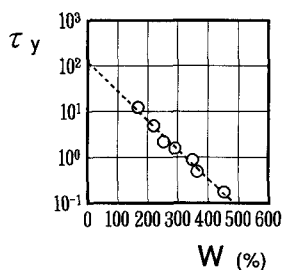


図-3 $\tau_y \sim W$

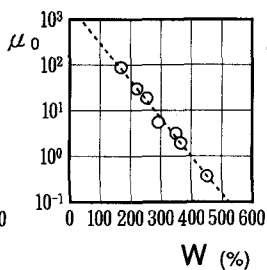


図-4 $\mu_0 \sim W$

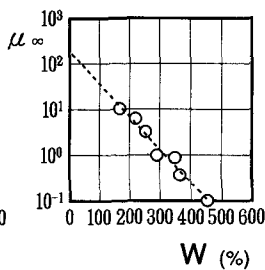


図-5 $\mu_\infty \sim W$

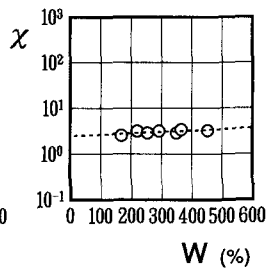


図-6 $\chi \sim W$

$$\tau_y = \exp(4.79 - 0.0147 \times W) \quad (\text{N/m}^2)$$

$$\mu_0 = \exp(7.62 - 0.0191 \times W) \quad (\text{Pa} \cdot \text{s})$$

$$\mu_\infty = \exp(5.25 - 0.0166 \times W) \quad (\text{Pa} \cdot \text{s})$$

$$\chi = \exp(0.919 + 6.71 \times 10^{-4} \times W) \quad (1/\text{s})$$

上式の関係を用いて得られる(2)式のレオロジー方程式と回転粘度計による流動曲線を比較したものが図-7であり、両者はずり速度の全ての範囲で良好な一致を示している。

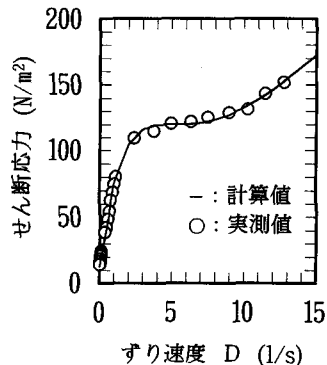


図-7 流動曲線のモデル化

3. 流送実験

一方向流れ場における底泥の流動を調べるために、図-8に示す実験水路を用いて流送実験を行った。底泥材料としてカオリナイトを用い、あらかじめ均一な含水比に調節しておいた底泥を水路凹部に敷き通水する。通水による含水比変化、含水比の鉛直分布、底泥流速分布を測定した。なお、底泥流速の測定にはサーマル式微流速計を用いた。

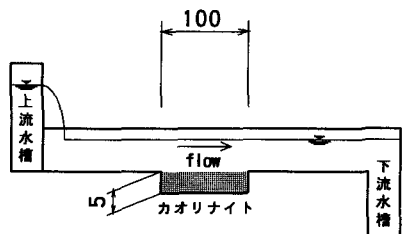
3.1 含水比変化について

底泥を静水中に15分間放置した後、および15分間通水した後、それぞれの場合につき各深さごとに底泥をサンプリングし、含水比の鉛直分布を求めた結果が図-9である(初期含水比 $W_0=554\%$)。静水中に放置した場合でもごく表層付近で含水比は上昇するが、通水によってさらに含水比が上昇するのがわかる。含水比の上昇は表層から1~2cmまでの範囲でおり、表層に近いほど含水比の上昇量も大きい分布形となる。それより深い層では、初期含水比とほとんど変わらないか、もしくは粘土粒子の沈降によって含水比は若干減少する。

3.2 底泥流速について

底泥流速分布を図-10に示す。底泥流速は表層付近で大きく、すぐ下層で急激に減少し、深さとともにさらに減少してある深さ以下では底泥流速はゼロになる。そこで、泥表面から底泥流速がゼロになる深さまでの距離を流動化層厚と呼ぶことにする。

泥表面流速 u_s および流動化層厚 δ_m と水流の流速分布から求めた泥表面せん断応力 τ の関係を示したものが図-11および図-12である。両図とも同一含水比のプロットは左下から右上に並び、泥表面に作用するせん断応力が大きいほど泥表面流速、流動化層厚が大きくなることを示している。また、含水比が大きいほど泥表面流速、流動化層厚が大きくなる傾向も明らかである。



水路幅: 20 cm

単位: cm

図-8 実験水路模式図

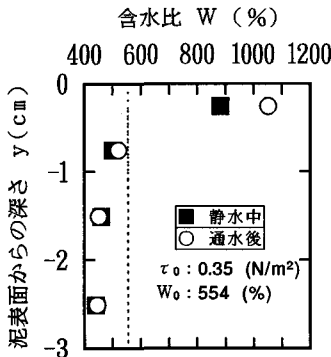


図-9 含水比鉛直分布

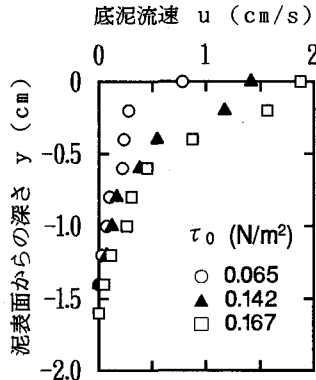


図-10 底泥流速分布

4. 構造粘性を考慮した流動モデル

(2) 式のレオロジー方程式を用いて、一方向流れにより底泥表面にせん断力が作用するときの底泥の流動をシミュレートする。流れの基礎方程式は次のように構成する。底泥の流れは二次元定常流れであるとし、圧力勾配は存在しないとする。また、底泥のレオロジー方程式が(2)式の形で与えられるのは、底泥粒子で構成される構造が破壊されるためであると考え、この構造破壊に伴って流水抵抗が作用するものとする。

4.1 基礎方程式

上記の仮定のもとに、底泥の運動方程式を次式のように表す。

$$\frac{d\tau}{dy} - \rho F_x = 0 \quad (3)$$

F_x は、底泥構造の破壊によって粒子間結合に変化が生じ、その結合状態に対応する底泥粒子と周囲水の攪乱から生ずる抵抗力である。ここでは、構造破壊の程度はずり速度に関係するとして、 $F_x = C_v \cdot D / \rho$ (C_v :抵抗係数)とする。

(2)式のレオロジー方程式を(3)式に代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dy} + \frac{d\mu_\infty}{dy} D + \frac{d\mu_0}{dy} e^{-\frac{1}{\chi} D} D - \frac{d\mu_\infty}{dy} e^{-\frac{1}{\chi} D} D - \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{\chi} \right) (\mu_0 - \mu_\infty) e^{-\frac{1}{\chi} D} D^2 \\ - (\mu_0 - \mu_\infty) \frac{1}{\chi} e^{-\frac{1}{\chi} D} D \frac{dD}{dy} + \mu_\infty \frac{dD}{dy} + (\mu_0 - \mu_\infty) e^{-\frac{1}{\chi} D} - C_v D = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

各パラメータを、前述の実験結果より含水比 W の関数として $\tau_y = \exp(a_1 + b_1 \cdot W)$ 、 $\mu_0 = \exp(a_2 + b_2 \cdot W)$ 、 $\mu_\infty = \exp(a_3 + b_3 \cdot W)$ 、 $\chi = \exp(a_4 + b_4 \cdot W)$ と与えれば、次式となる。

$$\begin{aligned} b_1 \frac{dW}{dy} \tau_y + b_2 \frac{dW}{dy} \mu_\infty D + b_3 \frac{dW}{dy} \mu_0 e^{-\frac{1}{\chi} D} D - b_2 \frac{dD}{dy} \mu_\infty e^{-\frac{1}{\chi} D} D \\ + (\mu_0 - \mu_\infty) b_4 \frac{dW}{dy} \frac{1}{\chi} e^{-\frac{1}{\chi} D} D^2 - (\mu_0 - \mu_\infty) \frac{1}{\chi} e^{-\frac{1}{\chi} D} D \frac{dD}{dy} \\ + \mu_\infty \frac{dD}{dy} + (\mu_0 - \mu_\infty) e^{-\frac{1}{\chi} D} \frac{dD}{dy} - C_v D = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

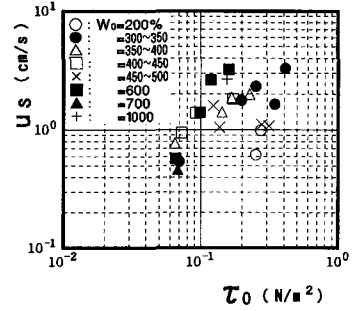


図-11 $u_s \sim \tau_0$

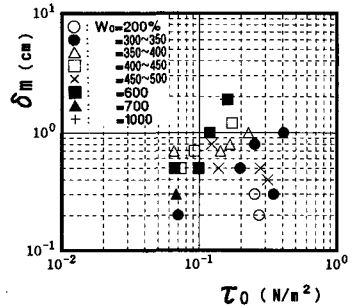


図-12 $\delta_m \sim \tau_0$

(5)式を解けば、ずり速度の鉛直分布 $D(y)$ が得られる。 $D(y)$ が求まれば、適当な境界条件のもとに(6)式を解いて底泥流速分布が求まる。

$$\frac{du}{dy} = D(y) \quad (6)$$

4. 2 計算方法

- (1)含水比の鉛直分布 $W(y)$ を仮定する。
- (2) $y=0$ (底泥表面)に、せん断応力 τ_0 が作用するという境界条件のもとに(2)式を解いて、 $y=0$ におけるずり速度 D_0 を求める。
- (3) $y=0$ で $D=D_0$ の境界条件のもとに(5)式を解いて $D(y)$ を求める。 $D(y)$ 、 $W(y)$ からせん断応力の鉛直分布 $\tau(y)$ および降伏値の鉛直分布 $\tau_y(y)$ が求められる。 $\tau > \tau_y$ のとき底泥は流動化すると考えられるから、各深さにおいて τ と τ_y の大小を比較して流動化層厚 δ_m を求める。

- (4) $y=\delta_m$ で $u=0$ の境界条件のもとに(6)式を解き底泥流速分布 $u(y)$ を求める。

上述の(3)における計算は、4次のRunge-Kutta法で行った。

4. 3 計算結果

上述の方法で計算した底泥流速分布は、抵抗係数 C_v や含水比の鉛直分布 $W(y)$ の違いによって大きな相違を示した。ここでは主に抵抗係数 C_v の影響について考察する。また、レオロジー方程式における構造粘性の考慮が、流速分布にどのようにあらわれるかを示す。

(1) C_v の影響について

(i) 抵抗係数 $C_v=0$ のとき

$C_v=0$ とすれば、流動化層厚および流速分布形は含水比の鉛直分布 $W(y)$ のみによって決定される。 $W(y)$ によって定まる降伏値の最大値より小さいせん断応力が作用する場合はある深さで流動が止まるが、降伏値の最大値以上のせん断応力が作用する場合は底泥の全層が流動する。実際にはこのように大きなせん断応力が作用しても、ある深さより下の底泥は流動することはない。

(ii) $C_v=$ 定数のとき

$C_v=$ 定数とした場合、図-13および図-15(a)の δ_m に示すように、含水比の大きい場合の方が流動化層厚は小さくなることがおこり、含水比の増加とともに流動化層厚が増加するという実験結果を再現しない。 $C_v=$ 定数としたことによって抵抗力 F_x がずり速度 D のみによって決定されるため、相対的にずり速度が大きくなる高含水比の場合に大きな抵抗力が働き流動化層厚は小さくなると考えられる。

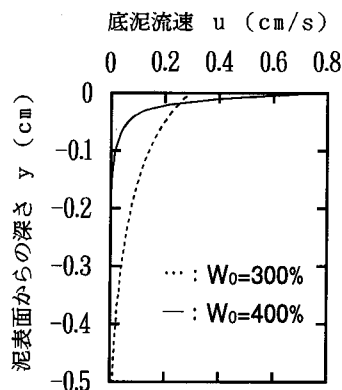


図-13 底泥流速分布($C_v=$ 定数)

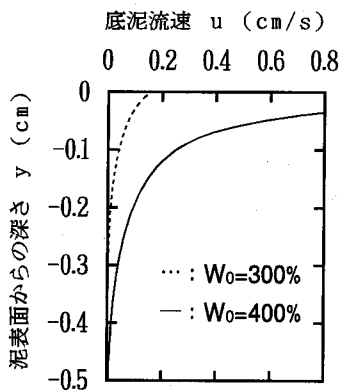


図-14 底泥流速分布($C_v=$ 関数)

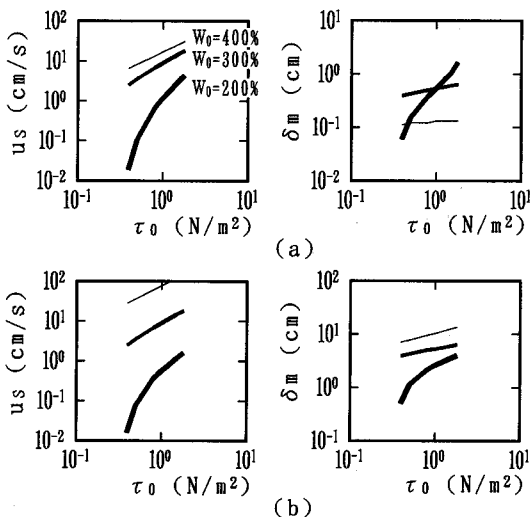


図-15 $u \sim \tau_0$, $\delta_m \sim \tau_0$ (計算)

(iii) C_v を含水比の関数とするとき

含水比の増加とともに C_v の値が減少するものとする。他のパラメータと同様に $C_v = \exp(a + b \times W)$ とすれば、図-14および図-15(b)に示すように、含水比およびせん断応力とともに u_s 、 δ_m が増加するという実験結果の傾向が再現される。

(2) 構造粘性の導入の効果

上述のように、構造粘性を導入して(2)式を用いて底泥流速分布を求めた。すなわち、ずり速度による粘度の変化を考慮に入れている。一方、構造粘性を考慮せず、ずり速度によって粘度が変化しないビンガム流体として底泥流速分布を計算し、両者の分布形を比較すると図-16のようである。ビンガム流体とした場合は、粘度(一定値)をこの図のように2通りの値にとっても、底泥流速分布の特徴である底泥表面付近の急激な速度増加を再現できないが、構造粘性を導入した場合には実測の流速分布に近い分布形になる。

このように、流動曲線をもとに構造粘性を仮定した結果、底泥の流速分布形状が良好に再現できることから、流れによる底泥の流動過程においても粘土粒子集合体の構造破壊およびそれに伴う粘度の減少という現象が生じていると推測される。

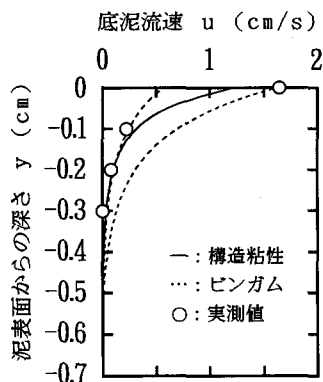


図-16 実験値と計算値の比較

5. まとめ

底泥を高濃度懸濁液と考え、粘度が含水比だけでなく流動の状態によっても変化するという物性を考慮に入れて、底泥の流動モデルに関する検討を行った。得られた結果をまとめると以下のようである。

- (1) 構造粘性を導入したレオロジー方程式が、底泥(カオリナイト)の流動曲線を良好に再現する結果を得た。また、このレオロジー方程式のパラメータは含水比の関数として表された。
- (2) 実験により、一方向流れ場における底泥の流動現象を測定し、泥表面流速および流動化層厚が含水比および底泥表面に作用するせん断力とともに増加することを明らかにした。
- (3) 構造粘性を考慮した流動モデルを用いて底泥流速分布を計算した。計算結果は、従来のモデルでは再現できなかった底泥流速分布形の特徴を再現することができた。

今後、さらに詳しい含水比の鉛直分布の測定や、底泥材料をかえた場合の流送現象およびレオロジー特性の測定を行わなければならない。また、底泥の運動方程式に導入した抵抗力 F_x の定式化についてさらに検討する必要がある。

参考文献

- 1) 後藤廉平・平井西夫・花井哲也：レオロジーとその応用，共立出版，1962。
- 2) Pierre Y. Julien and Yongqiang Lan : Rheology of Hyperconcentrations, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.117, No.3, pp.346~353, 1991.
- 3) 山田嘉明・柳澤延房：改訂レオロジーの基礎理論，コロナ社，1976。