

飛砂層におけるサルテーション運動と風速分布 Saltation of Blown Sand Particles and Wind-Velocity Distribution

辻本哲郎*・赤城里至**

By Tetsuro TSUJIMOTO and Satoshi SEKIJO

Saltation motion of blown sand is analyzed by coupling of solving equation of motion and the model for irregular repulsion on the bed surface. Furthermore, the suppression of the Reynolds stress due to the additional force by which the blown sand is accelerated is taken into account to evaluate the wind velocity distribution. Under equilibrium, by using the fact that the Reynolds stress at the bed should equal the critical tractive force, the equilibrium transport rate and wind velocity profile with blown sand are predicted reasonably.

Keywords: blown sand, eolian sediment transport, saltation, multi-phase flow

1. まえがき

近年、離岸堤設置の効果等により海岸砂浜が蘇り、CCZ (coastal community zone) 整備などが図られているが、砂浜の発達によりサイクリングロード、パーキングエリアなどへの飛砂の侵入が再び問題となりつつあり、飛砂防止工の工夫が期待されている。こうした状況で、非平衡状態を含む飛砂過程、灌木群やネット、柵などの透過構造物のある場での飛砂過程と地形変化過程の研究を進める必要がある。

Bagnold¹⁾, Horikawa-Shen²⁾らの従来の研究によると飛砂のほとんどはsaltation (継続跳躍) 運動で移動し、その衝突で駆動されるcreep運動はせいぜい25%程度とされており、本研究では、飛砂としてsaltation運動しているものに限定して議論する。saltation運動では、砂粒速度を加速するために風の運動量が飛砂層で奪われること、飛砂粒子が風から得た運動量は砂面との衝突の際、鉛直方向運動量に変換されて反発しsaltation運動を継続することになるが、流下方向に減速された砂粒はまた風から運動量を与えられて加速されるというプロセスを繰り返す。砂粒に作用する抗力は相対速度の平方に比例するが、これが風の運動方程式では付加的な外力となり、一方砂粒の運動方程式では駆動力となっている。これまでの研究の中でも、Bagnold¹⁾, 河村³⁾, 河田⁴⁾らはこうした流体と砂粒の間の運動量の授受に着目しているが、飛砂層の風速分布の変形も併せて検討されることはほとんどなかった。飛砂を含む風の流速分布についてはZinggら⁵⁾が実験・観測データから、飛砂のない場合には粗面乱流の対数則が成立して $y=d/30.1$ で $U=0$ となるfocal pointを

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科

(〒920 金沢市小立野 2-4 0-2 0)

** 学生会員 金沢大学大学院学生 土木建設工学専攻修士課程

通るのに対し (y : 砂面, 正確には対数則のtheoretical wallからの高さ, d : 砂の粒径, U : 風速), 飛砂を含むこのfocal pointが $y=10d$ 程度で移動限界時の分布上へとシフトすることを指摘している。

本研究は, 先に述べたようなsaltation層の各高さで粒子と風の運動量の授受を記述したモデルとすることを第1条件としており, これによって飛砂の特性とそれによる風速分布の構造変化が同時に求められる。このような粒子を含む流れについての取り扱いとして, 水流によるsaltationについて後藤・辻本・中川⁶⁾が最近粒子運動のLagrange的追跡とk-e乱流モデルの結合を図ったモデルを提案しているが, ここでは粒子運動の計算結果は一旦Euler表示にした後, 流れのモデルと結合させることとする。こうした方針で著者ら⁷⁾は先に飛砂モデルを提案したが, 本論文では前論文⁷⁾で個々のsaltationの生起を独立な確率事象としていたところを, 辻本・中川⁸⁾の反発モデルを洗練した表現にした後藤・辻本・中川⁶⁾の方式でモデルに取り込んだ。

2. saltationモデル

本論文では次のような仮定のもとに議論を進める。(1) 球状で均一な粒径の充分乾いた砂粒からなる平坦砂面で, (2) その上の風は粗面乱流で, (3) 跳躍中の粒子間の相互干渉は無視でき, さらに (4) 飛砂の運動形態はsaltationで代表でき, (5) 飛砂量は平衡状態にある。このとき既知のパラメータは砂の径 d , 密度 σ (さらにその2, 3次元形状係数 A_2, A_3), 空気密度 ρ 及び砂面に働くせん断応力 τ_0 であるとする。

saltation運動の支配方程式は,

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 (U - u_p) \sqrt{(U - u_p)^2 + v_p^2} \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_p}{dt} = -\frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 v_p \sqrt{(U - u_p)^2 + v_p^2} - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \quad (2)$$

で, ここに (u_p, v_p) : 粒子速度の流下方向及び鉛直方向成分, C_0 : 抵抗力係数, C_M : 付加質量係数, U : 風速, g : 重力加速度である。粒子の位置を (x_p, y_p) と書くと $(u_p, v_p) = (dx_p/dt, dy_p/dt)$ である。y座標の原点は砂面とし初期条件は $t=0$ で $x_p=0, y_p=0.5d, (u_p, v_p)=(u_{p0}, v_{p0})$ とした。風速分布と初速度 (u_{p0}, v_{p0}) が与えられると, 式(1), (2)は数値的に解くことができ, 一つのsaltation運動を追跡できる。saltationは y_p が再び $0.5d$ となる (粒子が砂面に衝突する) ところで終了するが, 実際には反発し次のsaltation運動にはいる。このように個々のsaltationの速度は砂面での反発に支配されており, ここでは辻本・中川⁹⁾の反発モデルを採用して反発直前の速度に対して反発直後の速度が決定できるようにしている。

後藤・辻本・中川⁶⁾の方式によると床面での反発前後の粒子速度 $(u_{pd}, v_{pd}), (u_{p0}, v_{p0})$ の間の関係は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} u_{p0} \\ v_{p0} \end{bmatrix} = \Xi_0 \begin{bmatrix} u_{pd} \\ v_{pd} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\Xi_0 \equiv \begin{bmatrix} e \cos^2 \alpha - f \sin^2 \alpha & (e+f) \cos \alpha \sin \alpha \\ (e+f) \cos \alpha \sin \alpha & e \sin^2 \alpha - f \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに, e, f : 砂面での反発係数である。また, 仮想反発面傾斜角 α は入射角 $\theta_{in}=u_{pd}/v_{pd}$ の条件付きで次式によって確率変数として与えられる。

$$\alpha = \arcsin \{ (1 - \xi_0) \sin \theta_{in} - 1 \} - \theta_{in} + \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

$$\alpha = \arcsin \left\{ \left(\frac{1}{2} - \xi_0 \right) \sin \theta_{in} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta_{in} \right\} - \theta_{in} + \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

上記の第1式は $\theta_{in} < \pi/6$ の場合, 第2式は $\theta_{in} \geq \pi/6$ の場合に適用される。 $\{\xi_0\}$ は $[0, 1]$ の一様乱数である。この反発モデルを用いれば, 初期移動して転動あるいは滑動している砂粒が砂面の突起に衝突してsaltationに移行するから, successive saltationの初期条件として水平速度のみを与えればよい。反発を繰り返すうち, 統計的に定常なサイズのsaltationが得られる。ここでは平衡状態を扱うので適当な初期条件を与えて計算し, 数回程度までの個々のsaltationは省いて解析を行なうことにする。すなわち, 平衡状態のsuccessive saltationは

初期条件に独立である。

風速分布が与えられていると、上記の計算によって継続跳躍 (successive saltation) が記述される。このとき個々のsaltationの長さ L 、飛高 H が計算されており、その分布や平均値が知られる。また計算の微小時間刻み Δt ごとに粒子の存在位置 (x_p, y_p) 、速度 (u_p, v_p) が求められ、これよりsaltationの軌跡、各高さでの粒子の存在確率密度 $f_b(y)$ 、飛砂の各高さでの平均移動速度 $u_{pm}(y)$ が求められる。存在確率密度は単位面積当たり（上方の）飛砂の数密度を単位としたときの単位体積当たりの砂粒存在確率密度である。また Δt ごとに粒子の存在位置 (x_p, y_p) 、速度 (u_p, v_p) と風速分布 $U(y)$ から飛砂数密度が単位の場合の各高さでの単位体積当たり空気が砂から受ける力（抗力の反力） $D(y)$ も計算される。位置 (x_p, y_p) に存在し速度 (u_p, v_p) の砂の1個当たりの抗力 $\Delta D(y_p)$ は次式で計算され、その統計処理された結果として $D(y)$ が計算される。

$$\Delta D(y) = \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \{U(y) - u_p(y)\} \sqrt{\{U(y) - u_p(y)\}^2 + \{v_p(y)\}^2} \quad (7)$$

3. 飛砂を含む風のReynolds応力分布と風速分布

単位面積当たりの飛砂の数密度を v_b とすると等流状態での力の釣り合い式は、

$$\frac{d\tau}{dy} - v_b D(y) = 0 \quad (8)$$

であり、境界層外縁 (saltation層上縁) で $\tau = \tau_0$ を境界条件として次のReynolds応力分布が得られる。

$$\tau(y) = \tau_0 - v_b \Delta \tau(y) \quad (9)$$

$$\Delta \tau(y) = \int_y^\infty D(y) dy \quad (10)$$

乱流モデルとして混合距離モデルをそのまま用いると、式(9)で与えられるReynolds応力分布を用いて次式の積分によって風速分布が求められる。

$$U(y) = \int_{y_0}^y \sqrt{\frac{\tau(y)}{\rho}} \frac{dy}{\kappa y} \quad (11)$$

ただし、 $y = y_0$ で $U = 0$ とし、 $l = \kappa y$ (l : 混合距離, κ : Karman定数, $\kappa = 0.4$) を仮定した。粗面乱流の領域を対象とすると、 $y_0 = d/30.1$ である。飛砂を含まない場合は、境界層内でReynolds応力は一定、風速分布は粗面對数則にしたがう。

上述のモデルによる取り扱いでは飛砂を含むことによる乱れの構造の変化（たとえば混合距離の分布の変化など）は考慮していないが、この点は $k-\epsilon$ モデルなどの応用で精緻化できる。

4. 平衡飛砂量

飛砂を含む流れではsaltation層内でReynolds応力が飛砂を含まない場合の一定値から欠損し、砂面で最小値となる。砂面でのReynolds応力 $\tau(0)$ が有効な掃流力として新たな砂の砂面からの離脱を促すが、飛砂の場合平衡状態では個々のsaltationはほとんど停止せず継続するのではや新たな砂の移動開始はないので、この値が移動限界値 τ_c に等しいと考えられる。このことから、平衡状態での飛砂数密度 v_b は次式で与えられる。

$$v_b = \frac{\tau_0 - \tau_c}{\Delta \tau(0)} \quad (12)$$

平衡状態の飛砂数密度が評価されれば、その状態でのReynolds応力分布も次式のように決定され、それに対応して風速分布も求められる。

$$\tau(y) = \tau_0 - (\tau_0 - \tau_c) \frac{\Delta \tau(y)}{\Delta \tau(0)} \quad (13)$$

風速分布が砂粒運動を支配するので、saltationの解析は更新されねばならない。平衡飛砂数密度が収束する状況で、混相流として整合性のとれた粒子運動、風速についての解が得られることが期待される。

平衡状態が得られれば、平衡飛砂量 q_s (単位時間当たり単位幅当たりの通過質量) は次式で与えられる。

$$q_s = \sigma v_B A_3 d^3 \int_0^\infty f_B(y) u_{pm}(y) dy \quad (14)$$

ここに、 $u_{*0} = \sqrt{\tau_0/\rho}$ である。

5. 平衡飛砂過程のシミュレーション

saltation層のシミュレーションは次の手順で実行される。砂の粒径が既知で砂面の全せん断応力あるいは摩擦速度が与えられているものとする。

- (1) 飛砂を含まないときのReynolds応力分布、風速分布を仮定する。
- (2) 摩擦速度 u_{*0} の数倍の水平速度をもつ砂粒子を入射角ゼロで砂面突起に衝突反発させて最初のsaltationを発生させ、運動方程式によってsaltation軌跡を計算し、時間刻み ($\Delta t=0.01s$) 毎に粒子の位置と速度を求める。
- (3) 砂面への落下を判断し、再度反発モデルを適用、初速度を与えて次のsaltation軌跡を計算する。
- (4) 十分な回数のsaltationの軌跡が計算されたら、最初の数個のsaltationを除いて定常なsuccessive saltationとみなし、粒子の存在高さ確率密度 $f_b(y)$ を計算、また風速分布との相対速度 $\{U(y)-u_p(y)\}$ から各高さでの粒子の抗力を算定し、砂粒数密度が単位の時の運動量フラックスの欠損分 ($\Delta_i(y)$) を計算する。
- (5) 砂粒に奪われる運動量フラックスを引き去った後の底面での風の受け持つ運動量フラックス (Reynolds応力) が移動限界せん断応力に等しいという条件により、平衡状態での飛砂数密度 v_b を求める。
- (6) 計算された濃度分布で飛砂が存在する場合のReynolds応力分布を求め、これに対して混合距離モデルを適用して (混合距離は変化しないと仮定) 風速分布を求める。
- (7) 新しい風速分布に対して(2)～(5)の計算を行なう。新たに求められた平衡状態での飛砂数密度 v_b を前のステップでの計算値と比較し、その差が許容範囲以上であれば(6)によって風速分布を修正し(2)～(5)の計算を繰り返す。飛砂数密度 v_b が収束すれば飛砂と風が整合のとれた状態として解けたことになる。
- (8) 収束解についてsaltationの特性量 (saltation軌跡、saltationの飛高及びsaltation長の統計的性質、粒子の存在高さ確率密度、粒子速度分布など)、Reynolds応力分布、風速分布、飛砂量を整理する。

シミュレーションに当たっては、次のように諸量を設定し

た、 $\rho=0.00123g/cm^3$, $\sigma=2.65g/cm^3$, $C_D=0.4$, $C_M=0.5$, $A_2=\pi/4$, $A_3=\pi/6$, $g=980cm/s^2$, $e=f=0.75$ 。また、砂粒の粒径(d)が0.3mmのものを対象として計算を行なった。これは従来の飛砂の実験や観測例がほとんどこの程度の粒径を対象としていることによる。計算では摩擦速度を30, 45, 60, 75cm/sと変化させて飛砂層での砂粒運動特性、風の特性について調べた。

図-1は平衡状態での successive saltationの軌跡の計算例でその一部を重ね書きしたものである。最大飛高は10cm程度であるがさまざまなスケールのsaltationを含んでいることがわかる。図-2には、個々のsaltationの鉛直初速度の平均値 $E[v_{p0}]$ を摩擦速度 u_{*0} に対してプロットしたものである。図中の実線は著者ら⁷⁾が個々のsaltationを独立として扱って飛砂のシミュレーションを行なうに当たって河村式³⁾をもとに仮定したものの(実験定数を含む)で、検討範囲内で仮定の妥当性が反発モデルを取り込んだ今回のモデルで検証された。

図-3は平衡状態の飛砂を含む流れのReynolds応力分布の計算例で、飛砂を含まない場合のconstant shear layerの状態からsaltation層で著しく欠損していることが認められる(後掲の砂粒の存在高さの確率密度分布図と比較すればsaltation層上縁から欠損が始まっていることがわかる)。

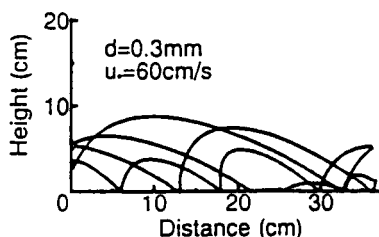


図-1 successive saltationの軌跡の計算例

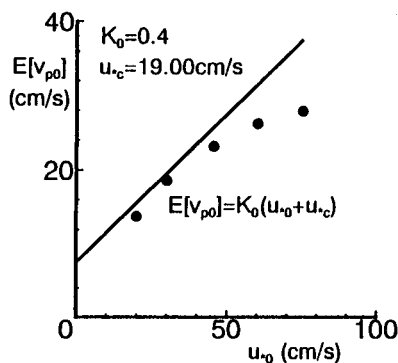


図-2 個々の saltationの鉛直初速度

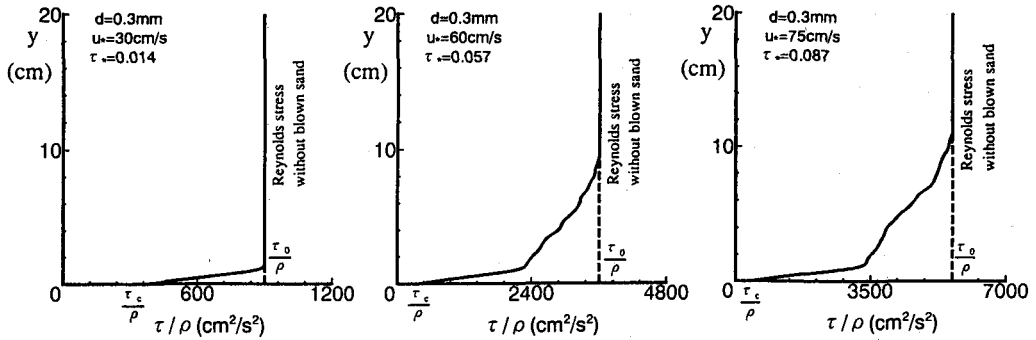


図-3 飛砂層内のReynolds応力分布

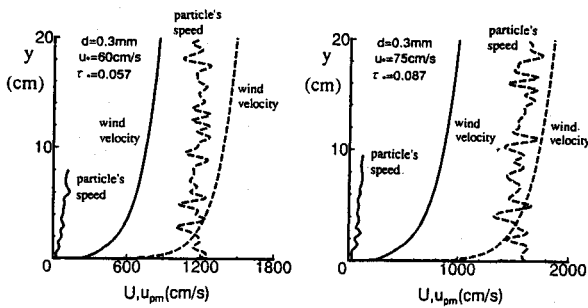


図-4 飛砂層内の風速分布と砂粒速度分布

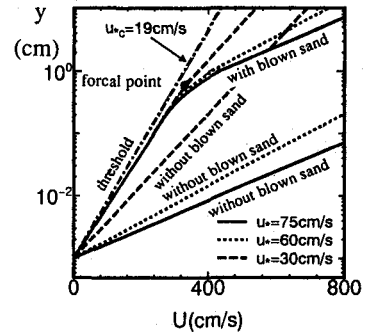


図-5 飛砂層内の風速分布の片対数表示

また図-4は流速分布の計算例で飛砂を含む流れでは（実線表示）飛砂を含まない場合の流れ（破線表示）に比べ大幅に減速していることがわかる。さらに図-4にはそれを片対数表示した。これによると飛砂を含む流れの流速分布は saltation層内では移動限界時の流速分布に近く、saltation層上縁に近づくとそれから外れて固有の勾配（飛砂を含まない流れと同じ勾配）を示す。このため、飛砂を含む場合にはあたかも移動限界の流速分布上にfocal pointを持つようなかたちになる。すなわち飛砂層上方の流速分布の飛砂層への外挿はZingg⁵⁾ らが見いだしたfocal pointを持つことが理論的に示された。また飛砂を含む風の風速分布は飛砂層内で一様化する傾向がある。

図-5には砂粒速度と風速を併示しているが、飛行砂を含まない風の計算（単一粒子のsaltationを計算したもので、図中に破線で示す）では砂粒速度は風速と変わらないまでに加速されており、また上方で加速された砂粒が落下してくるため下層の砂粒速度も大きく、分布が一様化している。これに対し平衡砂粒密度に達すれば砂粒速度と風速の相対速度は大きく、砂粒速度も鉛直方向に顕著な分布を呈する。図-6はsaltation粒子の存在高さの確率密度分布と流下方向流粗速度分布を併せて示した例である。

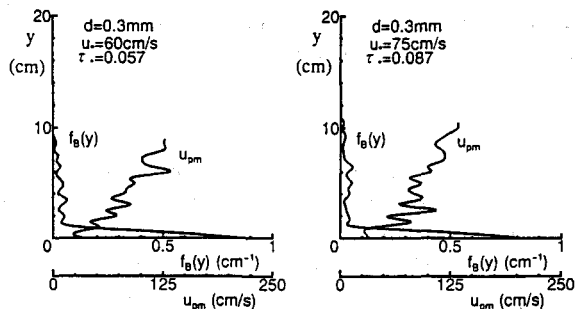


図-6 飛砂層内の砂粒存在確率密度と砂粒速度分布

図-7には平均saltation長、平均飛高の掃流力（無次元掃流力 $\tau_* = u_*^2 / ((\sigma/\rho - 1)gd)$ ）に対する変化を示した。河田⁴⁾の実験結果を併示したがほぼ良好な一致を見ている。た図-8、図-9にsaltation長及び飛高の分布を確率密度表示した（ f_L, f_H : saltation長及び飛高の確率密度関数）。一部について河田⁴⁾の実験結果と比較したが、概ね特徴を再現できている。

最後に図-10が飛砂量の掃流力に対する変化を無次元表示したものである。比較的良好に観測・実験結果との対応がよいとされる河村公式³⁾、実験条件が明らかな河田⁴⁾の風洞実験結果を併示したが、シミュレーション結果はこれらと良好な一致を示し、本研究のモデルが飛砂運動、風速特性とともに飛砂量をよく表せることがわかった。

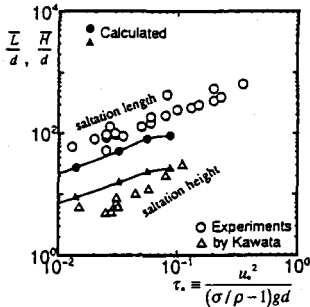


図-7 平均saltation長さ及び平均saltation高さ

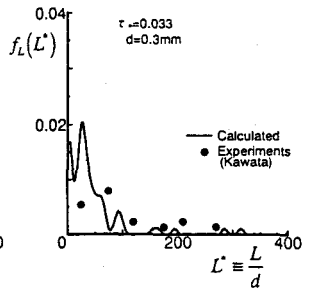
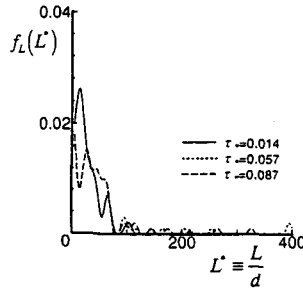


図-8 saltation長さの確率分布

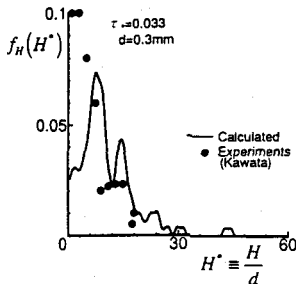
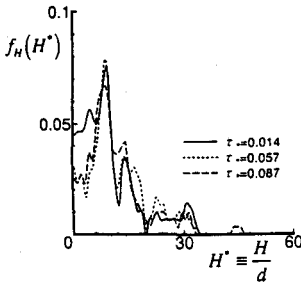


図-9 saltation高さの確率分布

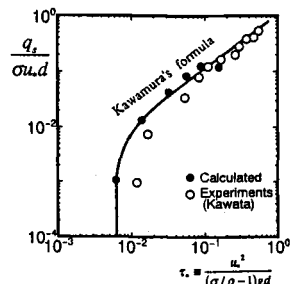


図-10 飛砂量

6. 結論

本研究では飛砂粒子と風との間での運動量のやりとりを飛砂層の各高さで評価して、平衡状態の飛砂を含む風を風速分布、飛砂濃度（飛砂量）を同時に求める方法を提案した。これによってfocal pointを持つ飛砂を含む風速分布の性質が説明されまた平衡飛砂量が予測された。ここでは飛砂の存在によるReynolds応力の分布の変化に着目したが、混合距離分布などを規定する乱流構造も変化していることが推測され、高次乱流モデルを適用するなどモデルの細部についてはさらに精緻化する必要がある。また、非平衡状態での飛砂、風の特性の変化についてと研究を進めていきたいと考えている。なお、本研究の遂行に当たっては京都大学工学部・後藤仁志助手に助言・協力をいただいた。謝意を表する。

参考文献

- 1) Bagnold, R.A. : *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*, Mathuen, London, 1941.
- 2) Horikawa, K. and H.W. Shen : *Sand movement by wind, Technical Memoirs, U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, No.119, 1960.*
- 3) 河村龍馬：飛砂の研究，東京大学理工学研究所報告，第5巻，1951.
- 4) 河田恵昭：飛砂・流砂における砂粒の流送機構に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1976.
- 5) Zingg, A.W. : Some characteristics of eolian sand movement by saltation process, *Actions Eoliennes*, Cent. Nat. de Rech. Sci., Coll. Int., Vol.35, 1953.
- 6) 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次：PSI-セルモデルによるsaltation層の解析，*海岸工学論文集*，第39巻，1992.
- 7) 辻本哲郎・赤城里至：サルテーションモデルによる飛砂層の解析と飛砂量式，*海岸工学論文集*，第40巻，1993.
- 8) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子のSaltationの確率過程論的解析，*土木学会論文集*，No.345/II-1, 1984.