

非定常開水路流中の浮遊砂に関する実験的検討

Experimental Study on Suspended Sediment Transport in Unsteady Open-Channel Flow

村上正吾*・中川博次**

By Shogo MURAKAMI and Hiroji NAKAGAWA

Recent studies of the turbulent structure of unsteady open-channel flow enable us to investigate the suspended sediment transport at unsteady flow. This study shows the temporal changes of the turbulent structure and the concentration distribution of the sediment-laden unsteady flow by flume experiments. Furthermore, the effect of the base flow, the unsteadiness and sand diameter on the phase lag between the peak of the flow depth and that of the suspension is studied by solving the linealized depth-averaged diffusion equation.

Keywords : *unsteady open-channel flow, suspended sediment transport, diffusion equation, phase lag, linear analysis*

1. まえがき

非定常開水路流れに関する興味は古くからもたれてきたが、その詳しい流れの構造に関しては計測の難しさから、やっと近年になってその特性が明らかにされつつある^{1)~4)}。洪水流による土砂輸送の問題は流れ自身の特性が不明であるにも関わらず、等流時の流れ特性を援用した取り扱いがされてきた。掃流砂の場合はほとんど摩擦速度の時間的変化に依存しているのに対して、浮遊砂の場合にはその運動領域が水深全体に互るため平均流速分布、乱れ特性の水深方向分布の知見が必須となる。浮遊砂量 q_s は次のように書ける。

$$q_s(t) = \int_0^{h(t)} C_s u_* \left\{ \frac{C(y|t)}{C_s} \right\} \left\{ \frac{u(y|t)}{u_*} \right\} dy \quad (1)$$

ここで、 C_s ：基準面濃度、 u_* ：摩擦速度、 $C(y|t)$ ：浮遊砂濃度分布、 $u(y|t)$ ：平均流速分布である。浮遊砂量 q_s の時間変化の検討のためには、これら4つの要素に及ぼす流れの非定常性の効果の検討が必要となる。古くから良く知られるように、浮遊砂の濃度分布、量のピークは洪水水位のそれに先行し⁵⁾、これの原因についての言及も行われている^{4)・5)}。また最近、長谷川⁶⁾は現地観測結果から、wash loadの場合にはそのピークは水位より遅れる可能性を指摘している。本研究では、 $C(y|t)/C_s$ 、 $u(y|t)/u_*$ とその変動成分の時間変化を室内水路実験によって検討する。さらに実験結果にもとづく仮定と線形解析の手法によって、base flowの条件、水位の時間変化率が水位と浮遊砂濃度の各々のピーク間の時間的なずれに及ぼす影響の基礎的な検討を行う。

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部環境地球工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学教室

2. 非定常開水路流れに関する実験

実験には長さ12m, 幅50cmの鋼製可変勾配水路を用いた。電磁流量バルブをパーソナルコンピュータで制御し, 任意の流量ハイドログラフを発生させた。流速はホットフィルム流速計を用いて計測, アンサンブル平均操作のため水理条件に応じて3~5波の連続測定を行った。実験条件を表-1に示す。

表-1 水理実験条件

Run	Hydro Pattern	bed	i_b	h_0 (cm)	Fr_0	Δh (cm)	T(sec)
1	triangular	smooth	1/1000	3.49	0.62	2.30	30
2		smooth	1/1000	3.49	0.62	2.30	52
3		rough	1/500	4.67	0.62	2.27	38
4	rising	rough	1/750	4.27	0.56	2.29	47
6	falling	rough	1/750	7.81	0.63	3.23	70

水路床は, Run 1, 2については滑面, Run 3~6については粒径 $d=0.2$ cm, 比重 $\sigma/p=2.65$ の砂で粗面仕上げとした。また本実験で対象としたハイドログラフは, (a)頂部にやや丸みのある三角形の単一波, 等流をbase flowとした場合の(b)単調増水, (c)単調減水である。平均流速はフーリエ級数展開法を用いて定義し, その項数は等流時の平均流速が安定するサンプリング時間以上で, かつその項数までの流速変動エネルギーが全流速変動エネルギーの1/2となる項数とした。摩擦速度 u_* は平均流のみならず乱流特性量を規定する代表速度スケールで, 客観的に評価する必要がある。ここではある時刻において実測された水理諸量(水深 h , 水位の時間変化率 $\partial h/\partial t$, 波速 v , 断面平均流速 U_m)と次の非定常流の運動方程式にもとづき評価した。

$$\frac{u_*^2}{gh} = i_b + \frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} - \left(1 - \frac{U_m}{v}\right) \frac{1}{g} \frac{\partial U_m}{\partial t} \quad (2)$$

図-1は, 上式による計算結果と底面付近の流速分布に壁法則を適用して得られた u_* との比較の一例である。図から両者はほぼ一致しており, 圧力勾配が存在する開水路流れにおいても壁法則の成立が確認された。洪水流の空間的な圧力勾配の影響はいわゆるwakeで特徴づけられる外層で顕著であることが知られており, 浮遊砂を含む非定常開水路でも同様の結果が認められた。図-2はColesのwake則を適用する際のパラメータであるwake strength Π の時間変化を示したもので, その値は浮遊砂流のそれの方が大きいことがわかる。これは等流時の清水流と浮遊砂流の場合と同様の傾向である⁷⁾。

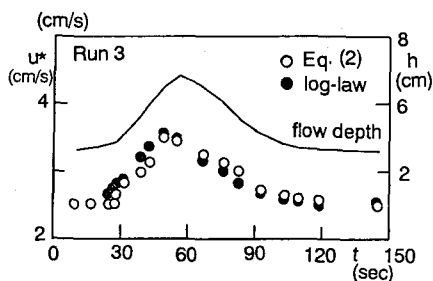


図-1 摩擦速度の時間変化

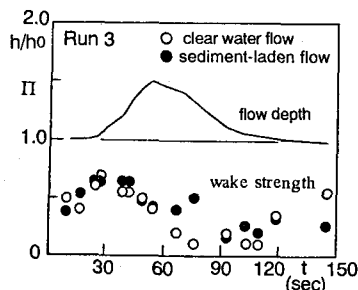


図-2 Π の時間変化(清水流と浮遊砂流)

図-3(a), (b), (c)に同一の水理条件での清水流, 浮遊砂流の流下, 水深方向の無次元乱れ強度分布 u_{rms}/u_* , v_{rms}/u_* , Reynolds応力の時間変化(両者の計測時間の差は一秒以内である)を示した。図-3(a), (b)から浮遊砂流の乱れ強度は清水流のものよりやや小さく, 特に底面近傍でその傾向が顕著であることがわかる⁸⁾。國中, 橋津⁹⁾によって提案された等流時の乱れ強度分布式が併示されており, ほぼ洪水流, 浮遊砂流に適用可能であることがわかる。図-3(c)からReynolds応力はほぼ3角形分布に従うようであるが, 他の乱れ特性量に比べ実験値のばらつきが大きいので, 流れの運動方程式と実験値を組み合わせ, 分布形の時間変化を間接的に評価する。 U, V をそれぞれ流下, 水深方向の平均流速, u', v' は乱れとし, Reynoldsの運動方程式を $0 \sim y$ で積分すると次式で示されるReynolds応力の分布式が導かれる。

$$-\overline{u'v'} = g(h-y) \left(i_b - \frac{\partial h}{\partial x} \right) - U \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y U dy - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^y U dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y U^2 dy \quad (3)$$

図-4 は流れの連続式と洪水流の伝搬速度に関する線型演算子 ($\partial/\partial t + v \partial/\partial x = 0$) を仮定して、上式を項別に計算した結果と実験値を比較したものである。右辺第2項 UV はほぼ零であるから、第3, 4項の大きさによって Reynolds 応力の分布形状は決まる。非定常開水路流の場合、図に示されるように第3項と第4項がほぼ同じオーダーで符号が逆のためその残差は小さい。増水時には第4項が、逆に減水時には第3項がやや大きくなるため、増水時にはやや張り出した傾向が認められる。減水時の傾向は十分には明らかではないが、やや痩せ方になる傾向にある。粗滑遷移流れ等の不等流では第4項のみが残り、より明確な分布形の変化、すなわち、逆圧力勾配（減速流）では張りだし、順圧力勾配（加速流）の場合には下向きに凹になることが式より理解される。Reynolds 応力の形状変化過程が浮遊砂フラックス、濃度分布の変化過程を支配するから、時間的にはほぼ3角形分布を保つ洪水流の場合には、等流時の分布からの変化は小さいものと推測される。

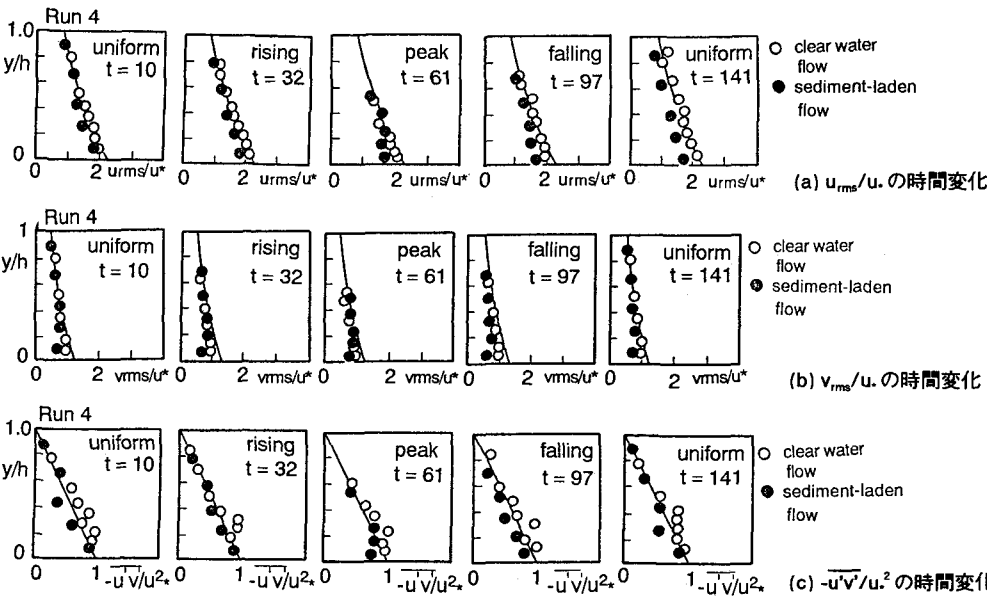


図-3 乱れ特性量の時間変化

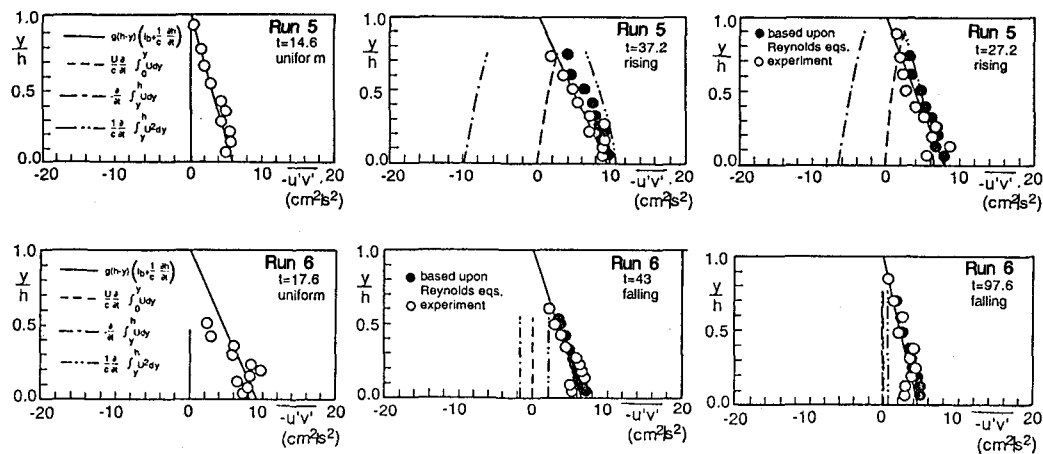


図-4 Reynolds応力分布の間接推定

3. 浮遊砂濃度の時間変化に関する実験

浮遊砂の実験は清水流と同一の水理条件で、2本の光学式濁度計とホットフィルムによる同時計測を行った。なお互いに干渉し合わないよう水路の同一横断面上に10cm離して設置した。使用粒子は、粒径 $d=0.039(\text{cm})$ 、比重 $\alpha/\rho=1.3$ の塩化ビニールの微細粒子であった。

図-5は、浮遊砂フラックスの時間変化図である。データに多少のばらつきはあるが、その分布形状は大きく変化せず、絶対値が増水期に大きくなり減水期に小さくなる。図-6は相対濃度分布の時間変化で、分布形状は増水、減水とも顕著な変化はないことが分かる。図中にはbase flow時の w_0/u_* に対するLane-Kalinske型の分布形を併示してあり、図-7に示すように計測点の最高位置 δ までの渦動粘性係数の断面平均値の時間変化も小さい。増水期では外層で du/dy が増加(wakeが増加)する一方、浮遊砂フラックスの相対分布形状は大きく変化しないから、Reynoldsアナロジーを仮定すると、外層で $-dc/dy$ が増加する方向、つまり濃度分布が時間経過とともに一様化する。減水期は逆に水面に向かって瘦せた分布形状が推測されるが、Reynolds応力自体の変化が小さいため、明確な傾向を見いだすことは難しい。空間的な圧力勾配が直接的にReynolds応力分布を変形させる粗滑遷移流れ、加速流・減速流ではこうした傾向が顕著に認められ、辻本ら¹⁰⁾はReynolds応力と浮遊砂の緩和に関するモデルでこれを説明している。

図-8は水深平均浮遊砂濃度、水位、摩擦速度、底面近傍濃度の時間変化を比較したもので、浮遊砂量のピークは水深のそれに先行し、摩擦速度、底面近傍濃度とはほぼ同時で、従来の現地観測結果と一致する。

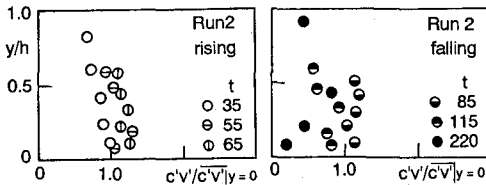


図-5 浮遊砂フラックスの時間変化

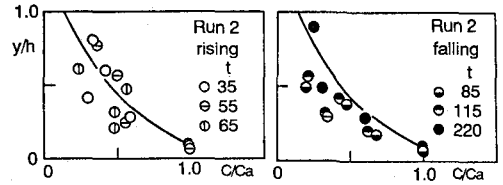


図-6 相対濃度分布の時間変化

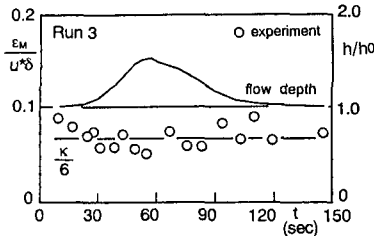


図-7 断面平均渦動粘性係数の時間変化

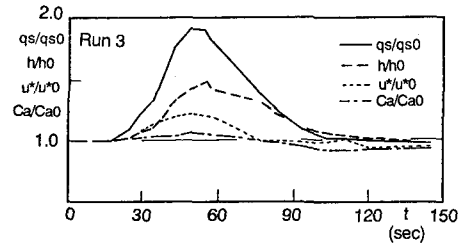


図-8 浮遊砂量の時間変化

4. 水深平均化された移流拡散方程式の線形解

2. 及び 3. で得られた実験的な知見と、次式で表される水深平均された浮遊砂の移流拡散方程式を線形化することで、沈降速度が w_0 である浮遊砂の時間変動に影響を与える要因を検討する。

$$\frac{\partial(ch)}{\partial t} + \frac{\partial(cUh)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(hD_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + w_0(C_\infty - C_s) \quad (4)$$

ただし、 c : 断面平均化された浮遊砂濃度、 h : 平均水深、 U : 平均流速、 D_x : 移流拡散係数、 w_0C_∞ : 上向きの濃度フラックス、 w_0C_s : 浮遊砂からの沈降フラックスである。浮遊砂量 q_s は次式で c と結び付けられる。

$$\frac{\partial(ch)}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = w_0(C_\infty - C_s) \quad (5)$$

前節での実験結果から、浮遊砂の相対濃度分布形は、ほぼLane-Kalinske型で近似できるものと判断された。これを認めると、 $\gamma = (6/\kappa_0)(w_0/u_*)$ 、 κ_0 : Kármán定数として、 C_∞ と c は次式で結び付けられる。

$$C_s = \Gamma c ; \quad \Gamma = \gamma / \{1 - \exp(-\gamma)\} \quad (6)$$

上流端での正弦波状の水深変動 $h(0, t) = h_0(1 + r_h \sin \omega t)$ に対して, $\kappa h_0 \ll 1$ が仮定でき, 水深変動の時空間変化が $h(x, t) = h_0 \{1 + r_h \sin(\omega t - \kappa x)\}$ で表される場を考える。ここに, h_0 : base flow の水深, $r_h \sin \omega t$: 水深 h の振動分, ω : 非定常開水路流の角周波数 ($\omega = 2\pi/T$, T : 周期), κ : 角波数である。この時, 線形近似の範囲で, 平均流速, 底面せん断応力, 断面平均濃度の変化は次のように書ける (下付き添字 0 は base flow 時の量を示す)。

$$U_m(x, t) = U_{m0} \{1 + r_U \sin(\omega t - \kappa x + \phi_U)\} \quad (7)$$

$$\tau_b(x, t) = \tau_{b0} \{1 + r_\tau \sin(\omega t - \kappa x + \phi_\tau)\} \quad (8)$$

$$c(x, t) = c_0 \{1 + r_c \sin(\omega t - \kappa x + \phi_c)\} \quad (9)$$

流れに関する実験結果から対数則型流速分布が認められるから, 移流分散係数 D_x は $D_x = 5.86 u_* h$ と書ける。また平衡状態での基準面濃度 C_{s0} は従来の実験結果を表す経験式¹¹⁾として $C_{s0} = k_p (u_* / w_0)^2$ を適用する。

式(6)~(9)を移流拡散方程式(4)に代入して, 線形化すると振幅比 r_c , 位相差 ϕ_c が次のように求められる。

$$r_c = \sqrt{(A_c^2 + B_c^2) / (D_c^2 + E_c^2)} ; \quad \phi_c = \tan^{-1} \{ (A_c E_c - B_c D_c) / (A_c D_c + B_c E_c) \} \quad (10)$$

$$A_c = -(\omega_* - \kappa_*) r_h \cos \phi_h + \kappa_* r_U \cos \phi_U + (1/2) \Gamma r_\tau \sin \phi_\tau \quad (11)$$

$$B_c = (\omega_* - \kappa_*) r_h \sin \phi_h - \kappa_* r_U \sin \phi_U + (1/2) \Gamma r_\tau \cos \phi_\tau \quad (12)$$

$$D_c = \omega_* - \kappa_* \quad (13)$$

$$E_c = \frac{1}{\Xi_0} \left(\frac{w_0}{u_{*0}} \Gamma_0 - \frac{D_0}{u_{*0} h_0} \kappa_*^2 \right) ; \quad \Gamma_* = \frac{1}{\Xi_0} \frac{w_0}{u_{*0}} \Gamma_0 \{ 3 - \exp(-\gamma_0) \} \quad (14)$$

ただし, $\Xi_0 = U_0 / u_{*0}$, $\Gamma_0 = \gamma_0 / \{1 - \exp(-\gamma_0)\}$, $\gamma_0 = (g \kappa_0) (w_0 / u_{*0})$ である。

流速の振幅 r_U 及び水深に対する位相差 ϕ_U , 底面せん断応力の振幅比 r_τ とその位相差 ϕ_τ は, 与えられた水深変動に対して岡本¹²⁾の解法を適用すると, 摩擦減衰が十分小さい流下距離内で次のように与えられる。ただし通常の河川を対象にして, base flow は幅広矩形断面水路における常流等流とする (Froude 数 $F_{r0} \leq 1$)。

$$r_u = r_h \sqrt{\left(\frac{\kappa_* \omega_*}{\alpha_*^2 + \kappa_*^2} - 1 \right)^2 + \left(\frac{\alpha_* \omega_*}{\alpha_*^2 + \kappa_*^2} \right)^2} ; \quad \phi_u = \tan^{-1} \left\{ \frac{\kappa_* \omega_*}{\kappa_* \omega_* - (\alpha_*^2 + \kappa_*^2)} \right\} \quad (15)$$

$$r_\tau = \sqrt{A_\tau^2 + B_\tau^2} ; \quad \phi_\tau = \tan^{-1} (B_\tau / A_\tau) \quad (16)$$

$$A_\tau = r_h \{ 1 + \alpha_* \Xi_0^2 / Fr_0^2 \} + \Xi_0^2 \{ \alpha_* r_u \cos \phi_u + (\omega_* - \kappa_*) r_u \sin \phi_u \} \quad (17)$$

$$B_\tau = r_h \kappa_* \Xi_0^2 / Fr_0^2 + \Xi_0^2 \{ \alpha_* r_u \sin \phi_u - (\omega_* - \kappa_*) \cos \phi_u \} \quad (18)$$

ここで, $\alpha_* = \omega h_0$, $\kappa_* = \kappa h_0$ は次のように書ける。

$F_{r0} \neq 1$ のとき,

$$\alpha_* = \frac{1}{2(1 - Fr_0^2)} \left\{ \sqrt{\frac{C_0^2 + D_0^2 + C_0^2}{2}} - (A_0 + B_0) \right\} ; \quad \kappa_* = \frac{1}{2(1 - Fr_0^2)} \left\{ \sqrt{\frac{C_0^2 + D_0^2 - C_0^2}{2}} - 2\omega_* Fr_0^2 \right\} \quad (19)$$

$F_{r0} = 1$ のとき,

$$\alpha_* = \frac{\omega_* (A_0 + B_0)}{(A_0 + B_0)^2 + 4\omega_*} ; \quad \kappa_* = \omega_* \frac{2\omega_*^2 + A_0^2 + A_0 B_0}{(A_0 + B_0)^2 + 4\omega_*} \quad (20)$$

ただし, $A_0 = 2(\phi_0 / F_{r0})^2$, $B_0 = 2A_0 / 3$, $C_0 = (A_0 + B_0)^2 + 4\omega_* F_{r0}^2$, $D_0 = 4\omega_* (A_0 + B_0 F_{r0}^2)$, $Fr_0 = U_0 / \sqrt{gh_0}$ である。

式(15)~(20)の適用性は著者等によって確認されている⁴⁾。式(9)を式(5)に代入し浮遊砂量 q_s の振幅 r_s , 位相差 ϕ_s を定めると次式が得られる。

$$r_s = \sqrt{A_s^2 + B_s^2} ; \quad \phi_s = \tan^{-1} (B_s / A_s) \quad (21)$$

$$A_s = \{ \omega_* r_H - (1/2) \Gamma r_\tau \sin \phi_\tau + \omega_* r_c \cos \phi_c + (w_0 / u_{*0}) \Gamma_0 r_c \cos \phi_c / \Xi_0 \} / \kappa_* \quad (22)$$

$$B_s = \{ (1/2) \Gamma r_\tau \cos \phi_\tau + \omega_* r_c \sin \phi_c - (w_0 / u_{*0}) \Gamma_0 r_c \cos \phi_c / \Xi_0 \} / \kappa_* \quad (23)$$

ただし, $q_{s0} \kappa / (c_0 \Gamma_0) = \kappa h_0$ としている。

以上の結果より、浮遊砂量、断面平均濃度の振幅、位相差に影響を及ぼす要因は、(i)base flowのFroude数 Fr_0 、流速係数 Ξ_0 、(ii)洪水流のbase flowからの水位変動、無次元周期 ω^* 、(iii)無次元沈降速度 w_0/u_{*0} であることが理解される。図-9は洪水の角周波数 ω^* を3通りに変えて、 w_0/u_{*0} を0.1, 0.5として、base flowのFroude数を変化させた場合の断面平均濃度の振幅 r_c 、位相差 ϕ_c を示したものである。 w_0/u_{*0} が小さい(微細粒子)ほど、非定常性が大きい(ω^* が大きい)ほど位相差は負、つまり水深より後に浮遊砂濃度のピークがくることがわかる。 w_0/u_{*0} が大きくなるほど位相差が大きくなり、最終的に底面せん断応力の位相差に近づく。これは、従来の観測結果⁶⁾と一致する。振幅は、非定常性が大きいほど大きくなるがわかる。浮遊砂量の振幅、位相差も同様の傾向を示す。図-10は水深の時間変化に対する断面平均濃度と浮遊砂量の振幅と位相差に関する実験結果と線型計算とを比較した結果であり、両者の対応は良好なものとみなせる。

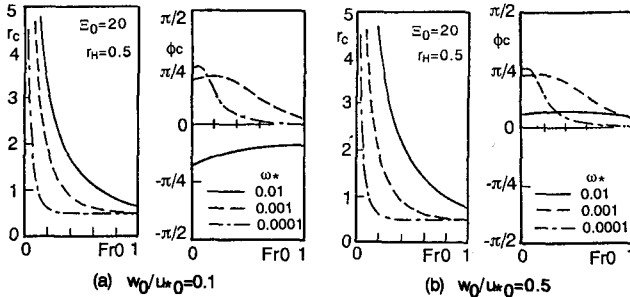


図-9 断面平均濃度の振幅、位相差

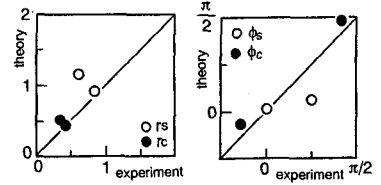


図-10 実験値と理論値の比較

5. あとがき

本研究では、洪水時における流れと浮遊砂に関して、浮遊砂のピークが水深のそれに先行するという現地観測の結果を室内水理実験によって確認した。次に線形解析の手法を用いて、base flowの条件、洪水流の水位変化と周期と粒子条件の3つの条件によって水位と濃度ピークの位相差が変化することを示した。本解析では掃流砂からの遷移量を等流時の基準面濃度の経験式から評価しており、摩擦速度と遷移量の関係が位相差、振幅に及ぼす影響が大きいものと推測されることから今後さらにこうした点の検討が必要と思われる。

なお、本研究の実験、解析に当たって、当時京都大学大学院生川上康博君(現中部電力)、長谷川昌明君(現東海旅客鉄道)の熱心な協力を得た。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 林・大島: Kinematic wave としての洪水の非定常性が水流の乱れ構造に及ぼす影響に関する研究, 第32回水理講演会論文集, pp.607-612, 1988.
- 2) Haizhou TU and W. H. Graf: Velocity distribution in unsteady open-channel over gravel beds, *Jour. of Hydrosience and Hydraulic Engineering*, Vol.10, No.1, pp.11-25, 1992.
- 3) 瀬津・中川・越智: 非定常開水路流れの乱流構造, 第24回乱流シンポジウム講演論文集, pp.144-148, 1992.
- 4) 中川博次: 非定常な流れ場における土砂輸送理論の体系化に関する研究, 平成4年度科学研究費一般研究(B)研究成果報告書, 1993.
- 5) 佐藤・吉川・芦田: 河川の土砂輸送に関する研究, 土木研究所報告, 101号, 1958.
- 6) 長谷川・大串・道口: 洪水時における浮遊砂濃度の時間変化に関する実測研究, 土木学会年第48回年次学術講演会, II-244, 1993.
- 7) Parker, G. and Coleman, N.: Simple model of sediment-laden flows, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 112(5), pp.356-375, 1986.
- 8) 平野・大本・松枝: 流速変動と浮遊砂濃度に関する実験的研究, 第30回水理講演会論文集, pp.619-625, 1986.
- 9) 瀬津: 開水路の乱流構造に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, 1977.
- 10) 辻本・斉藤: 非平衡状態での浮遊砂濃度分布, 土木学会論文集, 第423号, II-14, pp.63-71, 1990.
- 11) 清水・辻本・北村: 植生に覆われた砂床上流れの浮遊砂濃度分布, 水工学論文集, 第35巻, pp.191-196, 1991.
- 12) 岡本: 河川における潮汐, 地球物理, 第4巻, 1940.