

掃・浮遊砂が混在する流れにおける土砂の運動に関する研究

— Bed Material Load の統一的扱いに向けての第一歩 —

Sediment Motion in the flow where a bed-load and a suspended load coexist.

関根正人 * 小川田大吉 **

By Masato SEKINE and Daikichi OGAWADA

Bed material load has been classified into a bed load and a suspended load based on their pattern of motion. And then the theoretical and experimental investigations were carried out on each motion separately. But the moving characteristics of each motion should be connected smoothly, because both types of sediment are supplied into the flow from the bed due to the action of water flow. Considering such a concept, the first unified simulation model for bed material load was constructed in this study by extending the saltation model proposed previously. This model enables us to investigate the mechanism of transition between a bed load and a suspended load, and to analyze a series of particle trajectory in the condition where both type of motion coexist.

Keywords : bed material load, bed load, suspended load, saltation, transition

1. 序論

Bed Material Load はこれまで、便宜上、掃流砂と浮遊砂に分類され、その各々について輸送量を予測すべく研究が進められてきた。すなわち、掃流砂は河床と絶えず接触を保ちながら河床面近くを移動する土砂であるのに対し、浮遊砂は水の乱れの影響を受け、ランダムに漂うように流れる土砂である。

掃流砂に関しては、従来より、個々の土砂粒子の質点における運動方程式に基づいた研究が進められてきたが、近年 Saltation 形式での運動に注目した数値シミュレーションが可能となり、国内外で研究が進められつつある。こうした解析方法は、混相流の解析モデルの中で特に粒子・流体モデルと分類され、著者の知る限りでは中川・辻本¹⁾と関根・吉川²⁾によるものが最初であろう。以後、海外では Wiberg and Smith³⁾ほか数グループにより、類似のモデルが独立に提案されており、その後の関根・吉川^{4),5)}、中川・辻本⁶⁾あるいは中川・辻本・後藤⁷⁾の研究によりモデルの洗練化が進められ、今後どこまで細分化していくかの問題はあるものの、掃流砂の運動を解析するという当初の目的は達成されつつあると考える。

浮遊砂に関する研究は、Rouse⁸⁾がその後の研究の方向づけをしたとも考えられ、今日に至るまで強い影響を残しており、浮遊砂を運動方程式に基づいて解析しようとした藤田・芦田⁹⁾や大本・平野¹⁰⁾らによるわずかな研究を除いて、ほとんどすべてが拡散方程式に基づく解析であり、その際に基準点濃度という概念を持ち込んでいる。これは、Rouse が静水中に振動格子を挿入し、上部から供給した粒子の濃度の分布を調べたことに端を

* 正会員 工博 早稲田大学専任講師 理工学部土木工学科
(〒160 新宿区大久保 3-4-1)

** 学生会員 早稲田大学 理工学部土木工学科

発した結果と考えられる。拡散理論による問題点は、この基準点濃度に加え、濃度拡散係数をどのように予測するかにあると指摘されているが、これは、本来、ある大きさを持ち、自ずと沈降していく土砂粒子を染料のように拡散現象として捉えられるのかという根本的な問題に起因していると考えられる。また、現在得られている基準点濃度の推定式あるいは曲線を見ればわかるように、水理量のわずかな誤差が基準点濃度の値を数オーダーも狂わせ、結果的に浮遊砂量に極めて大きな誤差を招くというのが現状である。また、物理的な意味から考えても、掃・浮遊砂を分けて、浮遊砂だけを議論するのは不合理である。たとえば、両者の境界面では、濃度や移動速度といった特性量は滑らかに接続するのが自然であるが、従来の理論ではこの点が曖昧で、浮遊砂は河床とは隔絶され、あたかも宙に浮いたような扱いをしているといっても過言ではない。

このようなことを考えると、従来の拡散理論でおよそ濃度分布を予測できるからといってこれで満足するのではなく、掃・浮遊砂は、本来、同じ河床構成材料が流れの作用によって移動し始めることにより、流れに供給されたものである、という事実に立ち帰って、この一連の運動を人為的に二つに分けるのではなく、両者をひとつの現象として解析できるか否かを改めて検討してみる必要があると考える。

本研究は、このような趣旨から、第一歩として、著者の従来型の Saltation モデルを土砂の浮遊をも解析できるように拡張し、ひとつの運動方程式に基づいて Bed Material Load の軌跡を解析できるか否かを検討するとともに、掃流砂と浮遊砂の間の遷移機構についても検討し、今後の研究の礎とするものである。

2. 数値シミュレーション・モデル

2.1 概要

本研究では、掃・浮遊砂の運動を一括して解析することを目的とするため、従来の Saltation モデルでは無視されてきた水の乱れの影響を考慮に入れることを含めて、従来のモデル⁹⁾の拡張を行った。本研究で新たにモデルに組み込まれた Sub-Model についての簡単な説明を以下に記す。なお、ここに記した事項以外の従来モデルの詳細については別論文⁹⁾を参照されたい。

2.2 運動方程式

土砂粒子の運動を支配する方程式をベクトル表示すると、次式のようになることが知られている⁹⁾。ここでは、Basset 項を無視している¹⁰⁾。

$$\rho_s V \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \rho(\sigma_s - 1)V\vec{g} + \rho V \frac{\partial \vec{u}_f}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho C_D A |\vec{u}_r| \vec{u}_r + \rho V C_M \frac{\partial \vec{u}_f}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho C_L A \left((u_x^2)_T - (u_x^2)_B \right) \vec{i} \quad (1)$$

ここに、 ρ は水の密度、 A は球の投影面積 ($=\pi D^2/4$)、 V は粒子の体積 ($=\pi D^3/6$)、 $\vec{u}_f$ は流体速度 $\vec{u}_f$ の粒子速度 $\vec{u}_p$ に対する相対速度 ($=\vec{u}_f - \vec{u}_p$) である。 $(\)_T$ および $(\)_B$ は、球体の top および bottom での相対速度である。さらに、重力加速度ベクトルは、重力加速度を g 、流下方向の河床勾配を θ とすると、 $\vec{g} = (g \sin \theta, 0, -g \cos \theta)$ であり、 u_x は相対速度 $\vec{u}_r = (u_x, u_y, u_z)$ の x 方向成分である。 $\vec{i}$ は単位ベクトル ($= (0, 0, 1)$) の鉛直方向成分である。なお、ここでは土砂粒子として球を想定している。

式中の C_M は付加質量係数であり、 $C_M = 0.5$ である。抗力係数 C_D は、粒子レイノルズ数 $R_p = |\vec{u}_r|D/\nu$ の関数として、 $C_D = 24/R_p + 3/\sqrt{R_p} + 0.34$ のように与えられる。揚力係数 C_L については十分な情報が無いため、Wiberg らに倣って $C_L = 0.2$ とする。

2.3 水の乱れのモデル化

運動方程式を解いて Bed Material Load の運動を解析する上で最も重要となるのは、粒子に作用する乱れをどのように与えるかである。ここでは、ひとつの簡単なモデルとして、粒子を取り巻く流体塊の Lagrange 的な乱れを、乱れの Euler 的な特性を参照しつつ、以下のように与えることにした。

時間 t における乱れの主流成分 $u'_f(t)$ は、マルコフ連鎖の考え方から、乱れの Lagrange 的寿命時間 T_L および

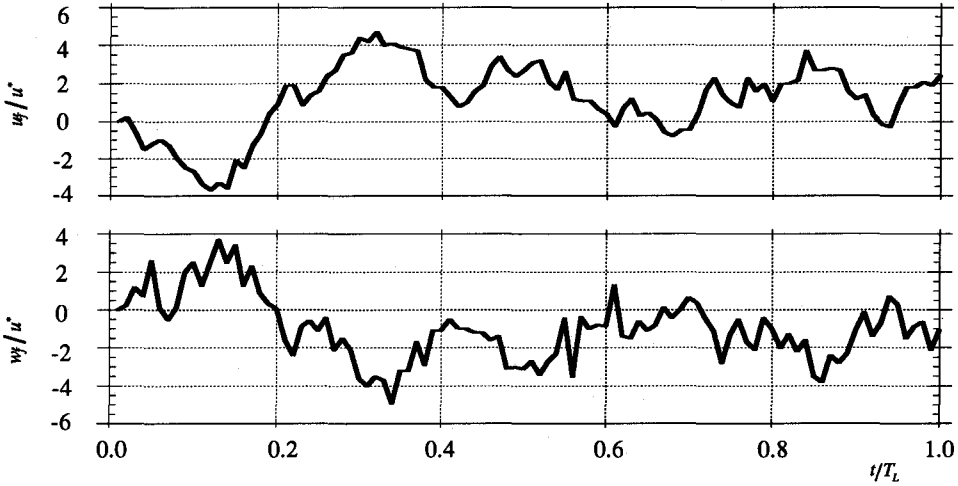


図1 生成された乱れの時系列データ例

自己相関係数 ρ_f を考慮に入れて、 δt 時間前の値 $u'_f(t - \delta t)$ との関係で、以下のように定義される。

$$u'_f(t) = \rho_f \times u'_f(t - \delta t) + \phi_u \quad (2)$$

ここに、 $\rho_f = \exp(-\delta t/T_L)$ であり、 T_L は Lagrange 的時間スケールであり、通常使われる Euler 的時間スケール T_E との関係¹²⁾から、

$$T_L = 0.4 \frac{u}{\sqrt{u'^2_f}} \times T_E \quad (3)$$

と表されることから、ここではこの水深方向平均値を与えることにした。

また、式中の ϕ_u はランダム成分であり、このように定義される $u'_f(t)$ は、以下に示す確率密度分布に基づいて生じられた正規乱数を用いて生成されることになる。

$$p(u'_f(t) | u'_f(t - \delta t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma'_u} \exp \left\{ -\frac{(u'_f(t) - m_u)^2}{2\sigma'^2_u} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $\sigma'_u = \sqrt{1 - \rho_f^2} \times \sigma_u$ 、 $m_u = \rho_f u'_f(t - \delta t)$ である。

また、時間 t における乱れの鉛直方向成分 $w'_f(t)$ については、上記と同様な考え方から、ここでは $u'_f(t)$ との相互相関性を考慮して、以下のような確率密度関数に基づいて生成される。

$$p(w'_f(t) | u'_f(t - \delta t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma'_w} \exp \left\{ -\frac{(w'_f(t) - m_w)^2}{2\sigma'^2_w} \right\} \quad (5)$$

ここに、 ρ_{uw} は u'_f と w'_f とのいわゆる相互相関係数である。また、 $\sigma'_w = \sqrt{1 - \rho_{uw}^2} \times \sigma_w$ 、 $m_w = \rho_{uw}(\sigma_w/\sigma_u)u'_f(t)$ である。

なお、乱れの横断方向成分 v'_f については、本研究の目的からするとそれほど重要とは考えられないことから、解析を簡単にするため、現時点では特に与えることをしていない。

乱れ強度 σ_u および σ_w については、中川・樺津¹³⁾の結果を参考にして、以下の関数の水深方向平均値を用いることにした。すなわち、 $\sigma_u = 2.30 u^* \exp(-z/h)$ 、 $\sigma_w = 1.27 u^* \exp(-z/h)$ である。また、乱れの相互相関係数 ρ_{uw} に

についても同様に、 $\rho_{sw} = -0.375$ とした。

図・1 に一例として生成された乱れの時系列データを示している。なお、本研究で用いたモデルは、浮遊砂の運動を解析した大本ら⁷⁾のものと類似のものとなっている。

3. 掃流砂から浮遊砂への遷移機構

掃流砂から浮遊砂への遷移については、中川・辻本ら¹⁴⁾が確率論的手法を用いて解析しているが、本研究では、上記のシミュレーション・モデルを用いて粒子の運動を解析し、遷移機構を力学的に検討した。計算は、浮遊砂を解析する際のパラメータである u^*/w_0 を変化させて行った。図・2 は、粒径 $D = 0.366 \text{ mm}$ 、 $u^*/w_0 = 1$ の条件下で、一跳躍(あるいは一飛躍)間の運動に限定して解析した結果の一例であり、この場合には初速度ベクトルの大きさを 20 cm/sec 、飛び出し角度を 60° に設定してある。図には、粒子の軌跡のほか、粒子の鉛直方向の運動に関する諸量、すなわち、粒子および流体の速度・加速度の鉛直方向成分の変動や、鉛直方向への運動方程式の右辺の各項の値(右辺第一項の値で除した無次元量)の変化が示されている。図・2 (a) は乱れの影響を無視した場合の結果であり、図・2 (b), (c) には乱れを考慮した場合の結果の一例を示した。図・2 (b), (c) の軌跡は、生成された乱れの時系列データの影響を顕著に受けるため、図・2 (a) 中の軌跡とは明らかに異なることがわかる。本解析の結果、定性的には以下の点が明らかになった。(1) 図・2 (b), (c) に見られるような Saltation 軌道からの大幅な偏倚は、従来より指摘されている浮遊砂が卓越する条件である $u^*/w_0 = 1$ よりも小さい場合にも起こり、限界は 0.4 から 0.5 程度となる。(2) 粒子の鉛直方向の運動に着目すると、飛躍の初期および終了期を除いて仮想質量の項(右辺第4項)と揚力の項(右辺第5項)は無視できるほど小さく、結果的に、重力、流体の加速度の項および抗力の項(右辺第1, 2, 3項)が支配的である。(3) 粒子の加速度と流体の加速度との相関性は極めて強く、これは、粒子が比較的高周波数の流体の変動(乱れ)にまで追従できるとした報告と一致する¹¹⁾。また、抗力は流体の乱れに対して遅れ時間をもって作用する。(4) Saltation 軌道からの偏倚の有無およびその方向は、その瞬間の流体の速度および加速度によって決まるのではなく、その瞬間までに受けてきた速度および加速度の履歴に左右される。

4. Bed Material Load の運動軌跡

前節の結果を基にして、Bed Material Load としての土砂粒子の一連の運動軌跡を解析した。ここでは、前報^{5), 6)}と同様にランダムな河床を設定し、その河床上で生じる u^*/w_0 の変化に伴う移動軌跡のパターンの変化を調べた。図・3 には、それぞれの流れに対して典型的な軌跡のパターンを示した。図・3 (a) は $u^*/w_0 = 0.40$ ($\tau^* = 0.10$) の時の軌跡の一例であり、この程度の流れでは、乱れの影響はほとんど現れず、従来のモデルにより模擬される Saltation 軌跡と変わらない。 $u^*/w_0 = 0.50$ ($\tau^* = 0.166$) になると、図・3 (b) に示すように、一連の運動の中で Saltation から浮遊砂へ、浮遊砂から再び Saltation への遷移を生じるようになる。さらに、 $u^*/w_0 = 1.0$ ($\tau^* = 0.662$) になると、図・3 (c) に示すように、掃・浮遊砂が必ず共存するようになり、移動のかなりの時間にわたって浮遊砂特有のランダムな軌跡を示すようになる。以上のように、掃流砂・浮遊砂は、式(1)で表される運動方程式に基づき解析される Bed Material Load の一連の軌跡の一部として現れ、両者が共存する場では相互に遷移を繰り返しながら輸送されていくことがわかる。

5. 結論

本研究では、これまでの便宜上分けて考えられてきた掃流砂・浮遊砂が、一連の運動の中で相互に自然に入れ替わることのある Bed Material Load の軌跡の一部として現れること、これがひとつの運動方程式に基づいて解析できること、掃・浮遊砂間の遷移過程においては流体の速度変動が支配的であること、などを示した。ただし、本研究で得られた結論は定性的なものであるため、さらに数多くの数値模擬を試みることにより定量的な検討をしていく必要である。また、ここで構築したモデルはかなり単純化したものであり、以下に記すような

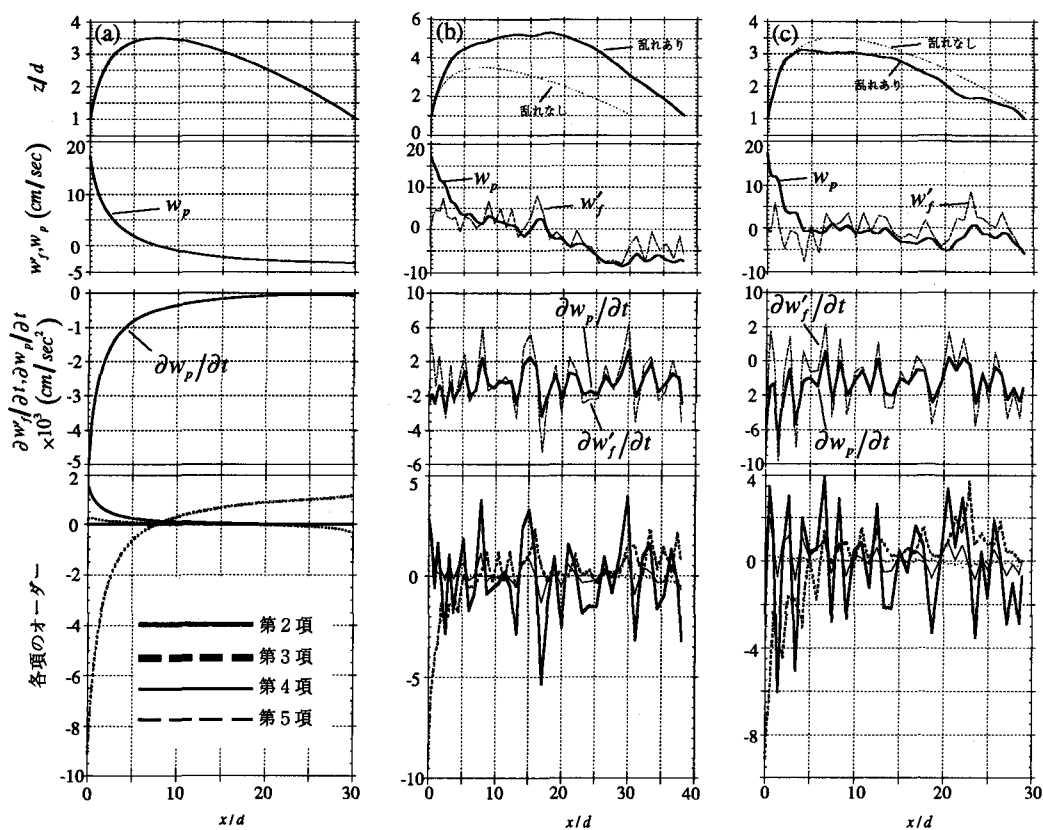


図2 粒子の一跳躍分の運動軌跡の解析 (a):乱れを考慮せず,(b)(c):乱れを考慮, $u_* / w_0 = 1.0$

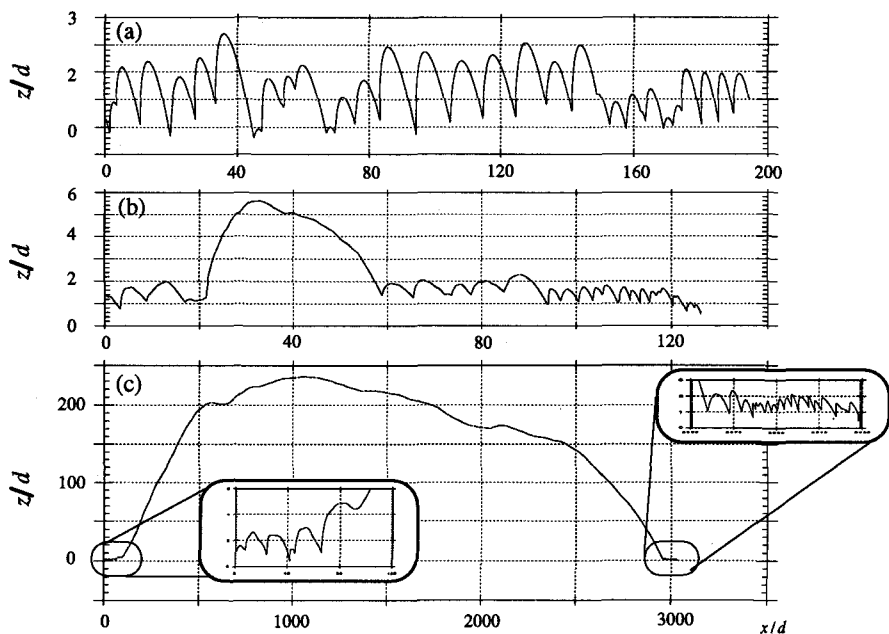


図3 Bed Material Loadの運動軌跡: (a) $u_* / w_0 = 0.4$, (b) $u_* / w_0 = 0.5$, (c) $u_* / w_0 = 1.0$

数多くの問題点を抱えている。

(1) 浮遊砂としての土砂移動が卓越する場合には、本来、土砂の濃度が比較的高いことが予想され、移動する土砂粒子間での衝突が生じることになる。粒子間衝突が重要であるならば、単粒子の解析では不十分である可能性がある。(2) 粒子混入に伴い乱れの構造が変化することが知られている。(3) 複数の粒子を同時追跡する場合には、全計算領域内の時空間的な乱れの様子を Euler 的にモデル化する必要がある。

今後は、こうした問題点を解消していくとともに、Bed Material Load としての土砂濃度分布や移動速度分布といった運動特性を明らかにし、従来の掃・浮遊砂と分けた扱いに代わる統一された方法を確立できるか否かを検討していくつもりである。

最後に、本研究は、第一著者が滞米中の 1988 年に着手し、一応の結論を得ていたものを改めてまとめ直した結果である。滞米中に貴重な時間を割き、discussion に応じて下さった Minnesota 大学の Gary Parker 教授に謝意を表します。また、水理委員会環境水理部会内に組織された「混相流の支配方程式に関する研究グループ」における討議がここに結果を発表する直接の契機となりました。ここに記して構成員各位に謝意を表します。

参考文献

- 1) 中川博次・辻本哲郎・赤尾恒博: Saltation 運動の確率的性質, 第 27 回水理講演会論文集, pp. 291 - 298, 1983.
- 2) 藤堂正樹・関根正人・吉川秀夫: 土砂の掃流機構に関する基礎的研究, 第 27 回水理講演会, pp. 299 - 304, 1983.
- 3) Wiberg, P. L. and Smith, J. D.: Model for calculating bed-load transport of sediment, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 115, No. 1, pp. 101 - 123, 1989.
- 4) 辻本哲郎・中川博次: 掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析, 土木学会論文集, 第 345 号, pp. 83 - 90, 1984.
- 5) 関根正人・吉川秀夫: 掃流砂の流送機構に関する研究, 土木学会論文集, 第 351 号, pp. 69 - 75, 1984.
- 6) Sekine, M. and Kikkawa, H.: Mechanics of Saltating Grains, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 118, No. 4, pp. 536 - 558, 1992.
- 7) 中川博次・辻本哲郎・後藤仁志・渡辺幹広: 粒子間衝突を考慮した掃流層の数値シミュレーション, 水工学論文集, 第 37 巻, pp. 605 - 610, 1993.
- 8) Rouse, H.: Experiments on the Mechanics of Sediment Suspension, Proc. 5th. Int'l. Congress for Applied Mechanics, Cambridge, Mass., 1938.
- 9) 芦田和男・藤田正治: 粗面上の粒子の浮遊機構と浮遊限界に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第 26 号 B-2, pp. 363-377, 1983.
- 10) 大本照憲・平野宗夫: 開水路流れにおける粒子運動の数値シミュレーション, 第 31 回水理講演会論文集, pp. 593 - 598, 1987.
- 11) 関根正人・吉川秀夫: 脈動流中の土砂の沈降特性に関する研究, 土木学会論文集, 第 387 号, pp. 209 - 218, 1987.
- 12) たとえば、中川博次・辻本哲郎: 移動床流れの水理, 技報堂, 1986.
- 13) たとえば、Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR Monograph, 1993.
- 14) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・後藤仁志: 掃流から浮遊への遷移の出現機構とその流砂過程における役割, 土木学会論文集, 第 417 号, pp. 149 - 156, 1990.