

高濃度固液混相流に関するLES乱流モデルの開発

An LES Turbulence Modeling for Solid-Liquid Phase Flow
with High Sediment-Concentration

灘岡 和夫*・八木 宏**・二瓶 泰雄***

By Kazuo Nadaoka, Hiroshi Yagi and Yasuo Nihei

A new framework to develop an LES model for solid-liquid phase flow with high concentration is presented by introducing a mixed Eulerian and Lagrangian formulation of solid-particle movement. The present model has been applied to a typical two-phase flow, a particle plume where solid particles settle down with a constant volume flux in the still water, giving good agreements with the experimental data.

keywords : LES model, solid-liquid flow, mixed Eulerian and Lagrangian formulation, particle plume

1. はじめに

固液混相流として取り扱うべき対象は、化学プラント内の流れ、スラリー輸送、河川や海岸での土砂輸送、土石流、火砕流、雪崩など、きわめて多岐にわたり、これらの流れの構造を解明することは、工学的及び自然科学的に見て重要性が高い。このような混相流を対象として、これまで数多くの実験的研究が行われているが、特に高粒子濃度領域での流速や濃度の精度良い測定が難しいこともあって、最近では実験に代って数値モデルを用いた混相流の解析を行うことが主流になりつつあり、高精度で汎用性の高い混相乱流モデルの開発が強く望まれている。

最近の乱流の数値計算法は、LESや直接数値積分法により乱流構造の瞬間像の解明まで可能にしており、特にLESについては、大気乱流のような複雑な乱流場にまで急速にその応用対象が広がりつつある。しかし、この場合に対象としているのは流体相のみの単相流であって、本研究で扱う高粒子濃度の混相乱流を対象にしたLESモデルは皆無といっていい状況にある。これに対して、これまでの混相乱流の数値モデルの開発の多くは乱流クロージャモデルの枠組みの中で行われているが、混相乱流の持つ難しさは、もともとモデル定数を数多く含む乱流クロージャモデルを、現象ごとに異なる実験定数を数多く含む一般化しづら

* 正会員 工博 東京工業大学助教授

工学部土木工学科

** 正会員 工修 東京工業大学助手

工学部土木工学科

*** 学生会員 東京工業大学大学院修士課程

理工学研究科土木工学専攻

(〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)

い形のものになっている。しかもこの種の乱流モデルでは、本質的に乱流場の平均像が得られるだけなので、乱流場の大規模渦構造のくせやそれに伴う間欠性が大きく、しかもplug flowのように流れ場全体の時空間的変動特性が強く現れやすい混相乱流場を解析するにはおのずと限界がある。

したがって、今後の発展の方向として、混相乱流モデルのLES化は不可欠であるが、これまでのところ、混相乱流に対する有効なSGS (subgrid-scale) モデルが得られていないことから、LES化の成功例は報告されていない。そこで本研究では、このようなことを踏まえて、混相乱流のLESモデルを開発することを試みる(すでに著者らはその基本形を開発している¹⁾)。その際に、1) 本来離散的である固相の運動の定式化を、LESの枠組みにうまく適合する形で行うために、従来のオイラー型とラグランジュ型の固相モデルの長所をうまく取り込んだ形の新しい固相モデルを開発し、2) それに基づいて混相乱流に関する有効なSGSモデルを開発することを通して、混相乱流を対象にしたLESモデルの基本的な枠組みを構築する。以下に、その概要を述べるとともに、基本的な混相乱流の1つであり、揺らぎ現象を引き起こす大規模渦構造が特徴的に現れる粒子群ブリュームに本モデルを適用し、その計算結果を玉井ら²⁾の実験結果と比較することによって、本モデルの妥当性を検証する。

2. 本モデルの概要

(1) 本モデルの基本的な考え方

本モデルでの流体相の取り扱い、後に示すように固相の体積濃度や二相間速度差に伴う流体抵抗の影響を考慮したものとなっているものの、計算格子を分離スケールとして乱流運動をGSとSGSに分離し、SGSに何らかのモデルを導入する、という基本的な考え方は通常のLESモデルと同じである。これに対して、固相運動に関しては、流体相運動に関して設定された計算格子を分離スケールとみなすことはできない。というのも、固相粒子の運動は、当然ながら粒子間衝突や慣性効果などに支配されており、したがって、流体運動に対してpassiveな運動形態をとらないからである。しかし、計算格子を固相運動の分離スケールとみなせないとしても、混相乱流のLES化のためには、格子内の固相粒子を何らかの形でモデル化してやる必要があり、その具体的な方法が問題になる。

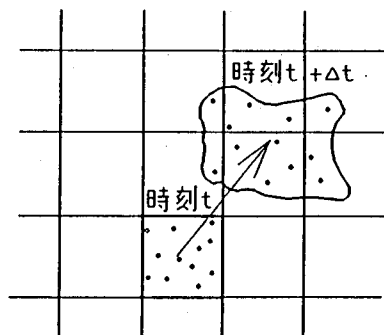
既存の固相モデルを分類すると、オイラー型モデルとラグランジュ型モデルに分けることができる。オイラー型モデルは、離散的な固相を連続体に置き換えて巨視的に扱うため、物理的なメカニズムを合理的に取り込んだ形で固相の構成則を理論的に導出することが難しく、経験式を用いて固相の構成則を仮定しなければならないのが現状である。一方、ラグランジュ型モデルは、個々の粒子に対して運動方程式を立ててそれを時間的に追跡していくもので、粒子運動の素過程を直接取り込むことが可能である。しかし、高粒子濃度領域の計算を行う場合、粒子数が莫大になるうえ粒子間衝突の判定が煩雑になることから、計算時間や計算機容量の面から制約をうけることになる。

このようなことから、本研究では、物理性と実用性を兼ね備えたモデルとして、粒子群の粒としての運動の素過程を合理的に取り込みつつ、場としてのマクロな運動を無理なく表現し得るような、オイラー型とラグランジュ型のそれぞれの長所を取り込んだ形の新しい固相モデルの定式化を試みる。この固相モデルは、混相乱流モデルのLES化においてキーポイントになるSGSモデルの開発に容易に結び付くため、これによって、汎用的な混相乱流LESモデル開発への道が大きく開かれるものと期待できる。

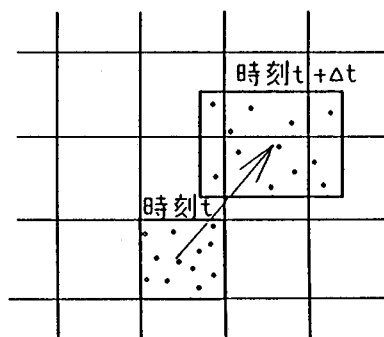
(2) 固相モデルの具体的な計算方法

前述のように、粒子の運動方程式としては、粒子の運動の素過程を物理的に取り込み易いラグランジュ型の運動方程式を用いるものの、計算機上の制約から、格子内の全ての固相粒子について運動方程式を立てることは難しい。そこでここでは、何らかの確率的な操作を施すことによって、格子内の固相粒子のラグランジュ的運動を代表化することを考える。

ある格子内に時刻 t に存在する固相粒子群は、 Δt 時間後に、その間の流体相の乱れに伴う流体抵抗や固相粒子同士の衝突といった確率的な外力の作用によって、図-1 (a) に模式的に示すような粒子雲の変形・分散を伴った移流分散現象を示す。もちろん、このような粒子雲の変形・分散の詳細まで記述することは、格子内の全ての粒子の運動を追跡しない限り不可能である。そこでここでは、図-1 (b) に示すように、格子内の固相粒子群の Δt 時間での運動を、粒子群の全体的な移動、すなわち粒子群の重心の移動と、その回りの各座標軸方向の分散、の2つに代表させて記述することを考える。そして、ここでは簡単のため図のように、時刻 t に矩形であった粒子雲が Δt 時間後においても矩形を保つものとして、粒子群の広がり計算を行うものとする。そうすることにより、 Δt 時間後（あるいは数時間ステップ後）での粒子群の体積濃度を各格子点に再配分することが、幾何学的にきわめて容易に行える。そして、このようにしてオイラー的な格子点への再配分操作を行うことによって、流体相運動の空間分解能に連動する形で固相運動を表現することが可能になり、混相乱流モデルのLES化において重要なSGSモデルの開発を容易にするとと思われる。具体的には以下の3ステップによって固相の計算を進めることになる。



(a) 粒子雲の確率的挙動



(b) 本計算モデルでの取り扱い

図-1 粒子雲の運動形態

① 格子内にある粒子に対して空間平均された粒子速度の平均と分散の確率微分方程式を時間積分する。

② 平均速度より粒子雲の重心をラグランジュ的に移動させ、分散変化率より粒子雲の各座標軸方向の広がり幅を算出する。

③ 粒子平均速度、分散、濃度を各格子点に再配分する。

(3) 固相の基礎方程式

粒子の運動方程式から粒子速度の平均と分散の確率微分方程式の導出を試みる。粒径 d の粒子に対する運動方程式はバセット項を無視すると、

$$\rho_s \frac{\pi d^3}{6} \frac{du_{si}}{dt} = -\frac{\pi d^3}{6} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \rho C_D \frac{\pi d^2}{4} (u_{si} - u_i) \sqrt{(u_{sj} - u_j)^2} - (\rho_s - \rho) \frac{\pi d^3}{6} g \cdot \delta_{i2} \quad (1)$$

となる。ここで添字 s は粒子相の諸量とし、それ以外を流体相の諸量とする。また U_i : x_i 方向の速度 ($i, j = 1, 2$)、 P : 圧力、 ρ : 密度、 g : 重力加速度、 C_D : 抵抗係数 ($= 24 / Re + C_{D0}$ 、 C_{D0} : 単一粒子沈降速度から与えられる抵抗係数、 $Re = \sqrt{(u_{sj} - u_j)^2} d / \nu$ 、 ν : 流体相の動粘性係数)、とする。各諸量を格子空間平均 (粒子相に関しては、格子内の全固相粒子に対する平均) とそれからの変動成分に分け、

$$\begin{aligned} u_i &= \overline{u_i} + u'_i \\ u_{si} &= \overline{u_{si}} + u'_{si} \\ p &= \overline{p} + p' \end{aligned} \quad (2)$$

これらを式(1)に代入して、格子空間平均を取り、粒子速度の平均の式を導く。その際に式(1)の右辺第二項のルートの部分に関しては、二相間の平均の相対速度が乱れの部分より大きい、 $\langle (\overline{u_{si}} - \overline{u_j})^2 \rangle \gg \langle (\overline{u'_{si}} - \overline{u'_j})^2 \rangle$ 、と仮定することにより、以下のように近似できる。

$$\sqrt{(\overline{u_{sj}} - \overline{u_j})^2} \cong \sqrt{(\overline{u_{sj}} - \overline{u_j})^2} \quad (3)$$

したがって、粒子速度の平均の式は、

$$\frac{d\overline{u_{si}}}{dt} = -\frac{1}{\rho_s} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{3}{4} \cdot \frac{C_D}{d} \cdot \frac{\rho}{\rho_s} (\overline{u_{si}} - \overline{u_j}) \sqrt{(\overline{u_{sj}} - \overline{u_j})^2} - \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) \cdot g \cdot \delta_{i2} \quad (4)$$

また、粒子速度の分散の式は、

$$\frac{d\overline{u_{si}^2}}{dt} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{C_D}{d} \cdot \frac{\rho}{\rho_s} (\overline{u_{si}^2} - \overline{u'_{si}u'_i}) \sqrt{(\overline{u_{sj}} - \overline{u_j})^2} \quad (5. a)$$

$$\frac{d\overline{u'_{si}u'_i}}{dt} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{C_D}{d} \cdot \frac{\rho}{\rho_s} (\overline{u'_{si}u'_i} - \overline{u_i^2}) \sqrt{(\overline{u_{sj}} - \overline{u_j})^2} \quad (5. b)$$

となる。これらの粒子速度の平均と分散の確率微分方程式は格子内空間平均に基づくものであるが、格子内の局所的な空間平均とアンサンブル平均の間の一種のエルゴード性を仮定すれば、これらはアンサンブル平均に基づく通常のLangevin方程式のような確率微分方程式と同種のものとなすことができる。また、式(5. b)は、式(5. a)中に出てくる流体と粒子の速度の相関項をモデル化せずに直接求める式であり、これら2式から流体相と固相の乱れが関係付けられている。既存のオイラー型モデルでは、固相における乱れの諸量を求める場合、レイノルズ・アナロジーを用いて流体相の乱流量に結び付けることが多い。それに対して本モデルは、粒子相の分散つまり乱れ強度を直接求めるモデル構造になっているため、固相特有の乱れの性質まで表現できる可能性を有している。なお、式中には、粒子間衝突による外力項を除いてあるが、高粒子濃度領域における粒子運動に対して、粒子間衝突は重要な支配的要因の一つとなるため、今後、確率過程的な定式化に基づく合理的なモデル化が必要となる。

(4) 流体相の基礎方程式

流体相の基礎方程式は、以下に示すとおりであり、乱流モデルとして、SGSの乱れエネルギーの輸送過程まで考慮したLESモデルを用いている。固相の影響として、固相の体積濃度Cと二相間相対速度に伴う流体抵抗を基礎式に取り入れ、また乱れエネルギーの式中には、流体抵抗に伴うSGSのwake production (Fe) とGSのエネルギー消散 (Fp) の影響を考慮した項を新たに加えている。なお、今回計算対象が粒子群プルームであることを考慮して、鉛直方向の相対速度が水平方向より大きい、 $\langle \overline{u_{s2}} - \overline{u_2} \rangle \gg \langle \overline{u_{s1}} - \overline{u_1} \rangle$ 、という仮定を用いている。

・質量保存式

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ (1 - \bar{c}) \} + \frac{\partial}{\partial x_i} \{ (1 - \bar{c}) \cdot \overline{u_i} \} + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{u'_i c'}) = 0 \quad (6)$$

・運動方程式

$$\frac{D\overline{u_i}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial R_y}{\partial x_j} + \frac{3}{4} \cdot \frac{C_d}{d} \cdot \frac{1}{(1 - \bar{c})^2} \left[\{ \bar{c}(1 - \bar{c}) \cdot (\overline{u_{si}} - \overline{u_i}) - 2\overline{u'_i c'} \} \sqrt{(\overline{u_{sj}} - \overline{u_j})^2} - 2\overline{u'_i c'} \cdot (\overline{u_{si}} - \overline{u_i}) \cdot \frac{(\overline{u_{s2}} - \overline{u_2})}{\sqrt{(\overline{u_{sj}} - \overline{u_j})^2}} \right] \quad (7)$$

・乱れエネルギーの式

$$\frac{Dk}{Dt} = R_y \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - C_e \frac{k^{3/2}}{\Delta} + F_p + F_e \quad (8)$$

ただし、

$$R_y (= -\overline{u'_i u'_j}) = \nu_t \cdot \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot k$$

$$F_p = \alpha \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{C_D}{d} \cdot \frac{1}{(1-c)^2} \times \left[\left\{ \bar{c}(1-\bar{c}) \cdot (\bar{u}_{ii} - \bar{u}_i)^2 - 2\bar{u}'_j \bar{c}' \cdot (\bar{u}_{ij} - \bar{u}_j) \right\} \cdot \sqrt{(\bar{u}_{ii} - \bar{u}_i)^2} - 2\bar{u}'_2 \bar{c}' \cdot (\bar{u}_{ij} - \bar{u}_j) \cdot \frac{(\bar{u}_{22} - \bar{u}_2)^2}{\sqrt{(\bar{u}_{ij} - \bar{u}_j)^2}} \right]$$

$$F_e = \frac{3}{4} \cdot \frac{C_D}{d} \cdot \frac{1}{(1-c)^2} \times \left[\left\{ (\bar{u}_{ij} - \bar{u}_j) \cdot \bar{u}'_j \bar{c}' + \bar{c}(1-\bar{c})(\bar{u}'_j \bar{u}'_j - \bar{u}'_j^2) \sqrt{(\bar{u}_{ii} - \bar{u}_i)^2} \right\} + \bar{c}(1-\bar{c})(\bar{u}'_2 \bar{u}'_2 - \bar{u}'_2^2) \cdot \frac{(\bar{u}_{22} - \bar{u}_2)^2}{\sqrt{(\bar{u}_{ij} - \bar{u}_j)^2}} \right]$$

$$\bar{u}'_j \bar{c}' = -\frac{\nu_t}{\sigma_f} \cdot \frac{\partial (1-\bar{c})}{\partial x_j}$$

$$\nu_t = C_s \cdot k^{1/2} \cdot \Delta \quad \Delta = (dx dy dz)^{1/3}$$

ここで、 k : 乱れエネルギー、 ν_t : 渦動粘性係数、 R_{ij} : SGSレイノルズ応力、 dx , dy , dz : 格子間隔、 σ_f : 乱流シュミット数 (=1.0)、 C_s (=0.1)、 C_e (=1.0) : LESモデル定数、 α : 二相間相対速度に伴う流体抵抗により格子以上の流れ場が失うエネルギーのうち格子スケール以下の乱れエネルギーに変換される比率 (=0.1) とする。

3. 粒子群ブリュームに対する本モデルの適用

(1) 計算条件

ここで、静止流体中に上方境界から連続的に粒子を投入するという粒子群ブリュームを対象として計算を行った。計算条件としては、玉井ら²⁾が行った実験のcase3-S (粒径3mm, 比重2.64、粒子レイノルズ数935、単位奥行き幅当りの粒子投下量(q)1.1cm²/s、投入幅(B)1cm)と同じとした。玉井ら²⁾の実験では、奥行き方向の幅が水平、鉛直方向と比べて非常に薄い場合を行っているため、流れ場の2次元性が卓越していることから、ここでは2次元計算の形で計算を行った。計算領域は、水平方向60cm (メッシュ数40)、鉛直方向60cm (メッシュ数60)であり、それぞれの座標軸、速度を x 、 y 、 u 、 v とし、境界条件としては、下端を開放条件、上端の粒子投入口では鉛直方向の粒子速度 V_s と C に関して、 $q = V_s \cdot C \cdot B$ 、となるようにし、それ以外は壁面条件とした。

(2) 計算結果

図-2 (a)、(b) は、粒子投入開始から3秒後の流況を、流体相の速度ベクトルと渦度の空間分布で示したものである。これを見ると、初期状態で静止していた流体が、粒子群の沈降とともに、下方に引きずられて鉛直下向きの速度をもつようになり、左右対称な渦パターンが現れていることがわかる。

図-3 (a)、(b) は、 $t = 5$ sにおける結果である。 $t = 3$ sの段階で、中心軸に対して左右対称であった渦が、非対称にほぼ千鳥状に配置するパターンに変化しているが、これは、噴流やブリュームにおい

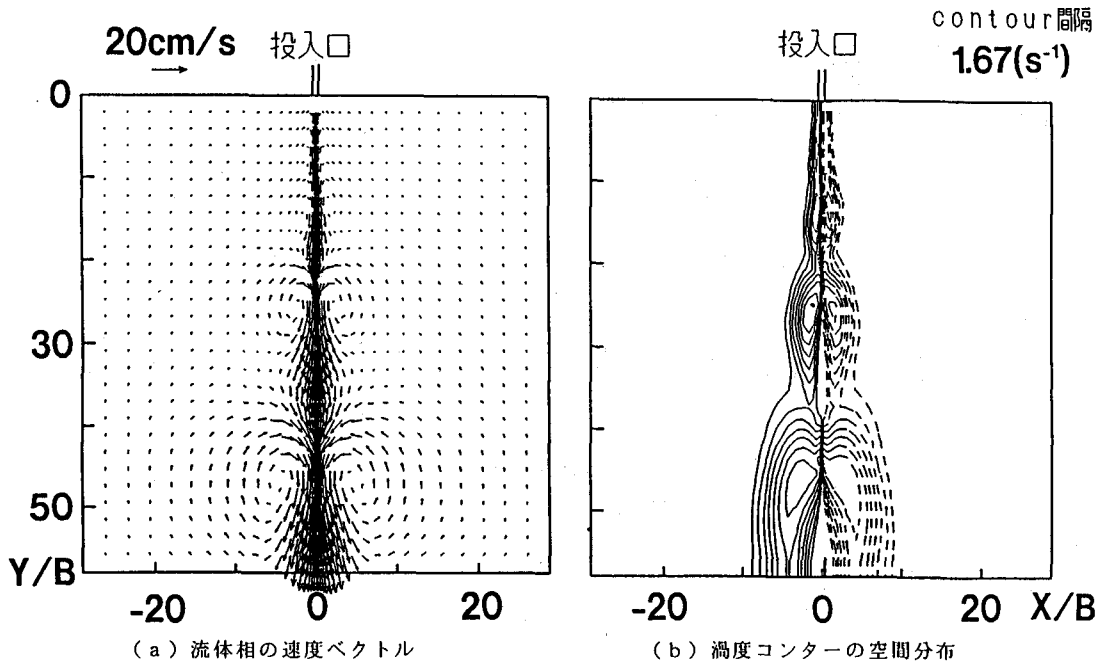


図-2 $t = 3$ sにおける計算結果

(図 (b) において、点線は正、実線は負の値を示す)

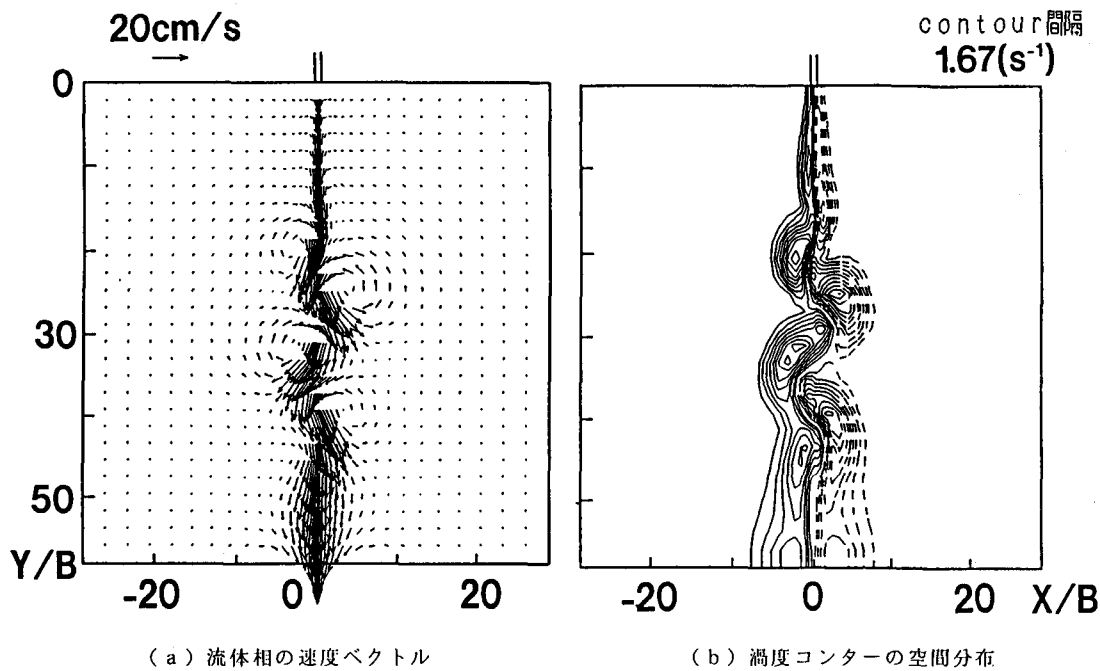


図-3 $t = 5$ sにおける計算結果

(図 (b) において、点線は正、実線は負の値を示す)

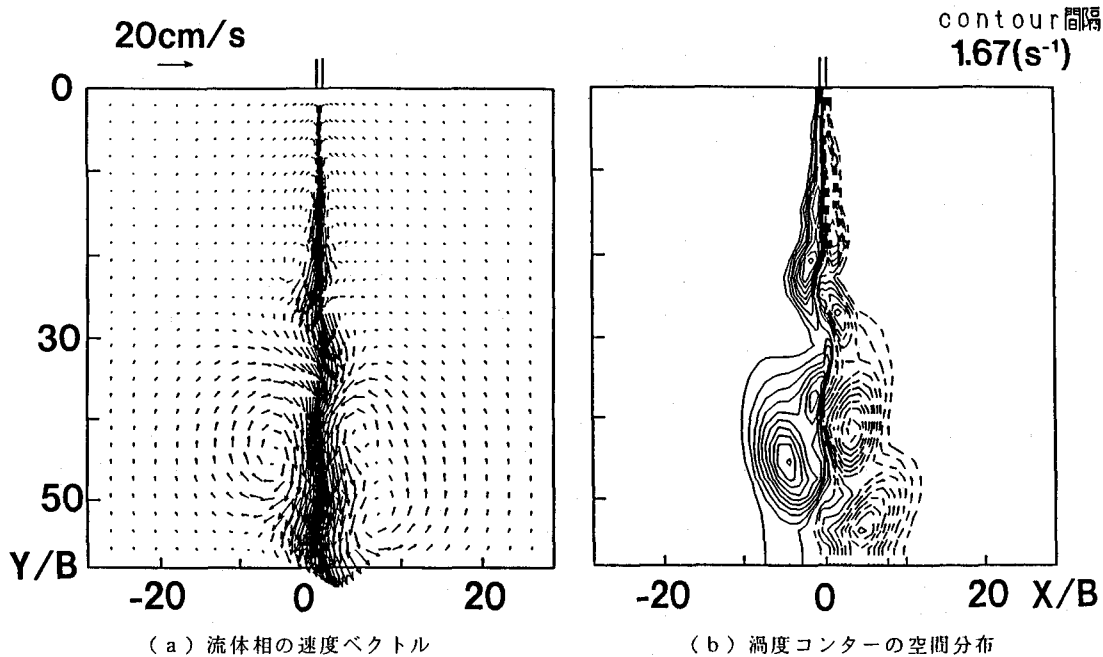


図-4 $t = 7 \text{ s}$ における計算結果
(図 (b) において、点線は正、実線は負の値を示す)

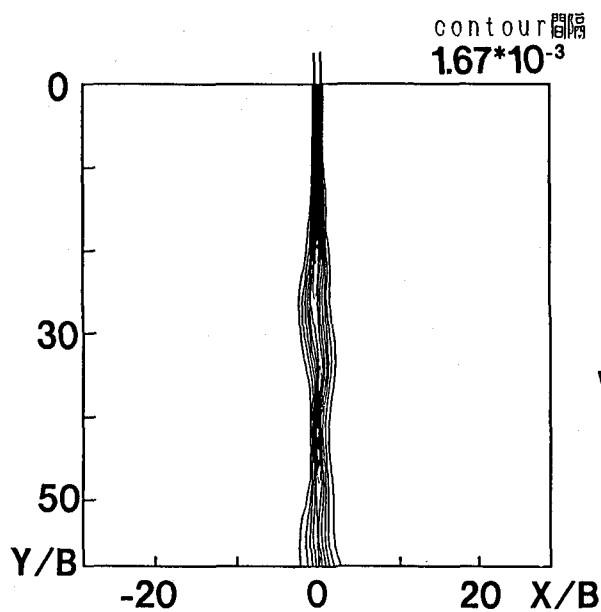


図-5 濃度コンターの空間分布 ($t = 7 \text{ s}$)

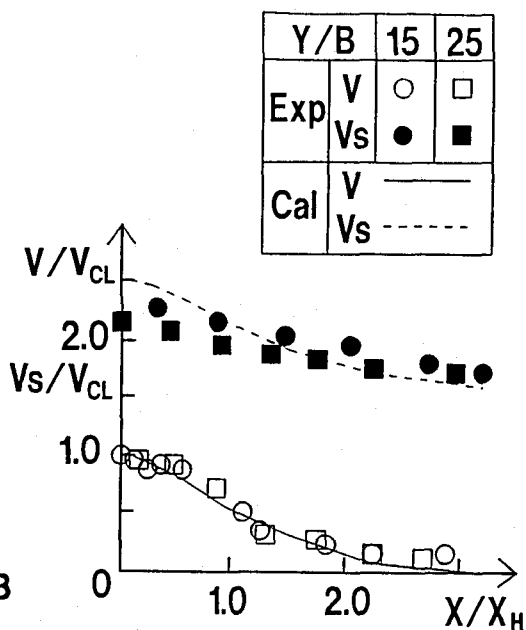


図-6 各相の鉛直方向速度の断面内分布

て観察されている揺らぎ現象（フラッピング現象）を引き起こす大規模渦と同種の渦構造が再現されているものと考えられる。また、各渦塊の主軸の方向は中心軸に対してある角度を持っているが、このことは、これらの大規模渦が、レイノルズ応力の生成に大きく関与していることを示している。

図-4 (a)、(b)は、 $t = 7 \text{ s}$ における計算結果である。 $Y/B = 4.5$ 付近に発生している渦は、その上方で見られる渦と比べて大きくなっているが、このことは投入口からの流下距離が増大するとともに、各大規模渦が隣接する渦と互いにマージングを引き起こし、大きな渦へと成長していることを示している。

図-5は $t = 7 \text{ s}$ のときの粒子相の濃度コンターの空間分布を示したものである。これから、濃度分布も流体相の速度ベクトルで見られたのと同様に、中心軸に対して空間的に揺動しており、濃度コンター間隔に疎密が現れていることがわかる。このうちコンター間隔が疎の部分は、大規模渦の下部に相当する位置にあり、また密の部分は大規模渦の上部に相当する部分に対応している。このことは、粒子の拡散・連行に大規模渦が密接に関与していることを示している。

図-6は各相の鉛直方向の平均速度の断面内分布を玉井らの実験結果と比較したものである。図の縦軸は各相の速度を各断面内の流体相の中心軸上での速度 V_{cl} で、また、横軸は流体相の速度分布の半値半幅 X_H で無次元化されている。計算結果については、各断面間で大差がなかったことから、ここでは1本の曲線で表している。この図を見ると、流体相の計算結果は、実験結果と良好な一致を示しており、また、粒子相に関しては、中心軸付近において実験値より僅かに大きくなっているものの、概ね実験結果と一致した結果を与えていることがわかる。このことは、本計算モデルの基本的な妥当性を示すものと考えられる。

4. 結論

本研究で得られた主な結論は以下の通りである。

(1) 高濃度固液混相乱流場を対象にしたLESモデルを提案した。その際に、固相に関して、LESの枠組みにうまく適合するようにオイラー・ラグランジュ混合型の定式化を行い、それに基づく混相乱流のSGSモデルを開発した。

(2) 本モデルを基本的な混相乱流場である粒子群プルームに適用し、既存の実験結果と比較した。その結果、実験で観察されている揺らぎ現象を引き起こす大規模渦構造を再現することができ、また両相の平均流速分布に関しても実験値とほぼ一致する結果が得られたことから、本モデルの基本的な妥当性が確かめられた。

参考文献

- 1) 灘岡・八木・二瓶 : 高濃度固液混相乱流におけるオイラー・ラグランジュ混合型乱流モデルの開発, 乱流シンポジウム、25、1993
- 2) 玉井・下屋・村岡 : 粒子プルームの乱流特性に関する実験的研究, 水工学論文集、第37巻、pp. 433-438、1993