

粒子沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用に関する解析

Analysis of Interaction between Turbulence generated by Settling Particles and Oscillating Grid Turbulence

玉井昌宏*・村岡浩爾**

By Masahiro TAMAI and Kohji MURAOKA

In order to study turbulence modulation in solid-liquid two-phase flows, in particular effects of slip velocity between the two phases on turbulence structure of the fluid phase, interaction between turbulence generated by settling particles and the oscillating grid turbulence is calculated using the turbulence model based on the one-point closures. The calculated values either for the turbulence due to settling particles or for the oscillating grid turbulence agree well with the experimental data in the previous studies. And the model predicts that mixing of particles decays turbulence of the fluid phase.

Key Words : two-phase flow, turbulence, particle, simulation

1. はじめに

固体粒子を含んだ流動の乱流構造に関する研究は古くから盛んに行われてきており、浮遊砂を含む開水路流に関する日野¹⁾や Itakura et al.²⁾の理論など、主として理論的な研究が先行してきた。最近ではLDVの開発・応用などにより混相流の精度高い乱流計測が可能となってきた。例えば、Tsuji et al.³⁾や菱田ら⁴⁾により混相の管路流や噴流などを対象として、粒子混入による乱流変調に関して多くの実験がなされ、その定性的な傾向についてはようやく明らかになっている。しかしながら、Goreら⁵⁾の整理にみられるように、定量的に明確になったことといえば、粒径と乱れの長さスケールとの比率に関する乱流強度の増大/減少の閾値程度であり、予測手法に援用し得るような実験データは極めて少ないのが現状である。

この理由は様々であるが、まず流動システムそのものが複雑な乱流構造を有するために、固体粒子の混入の影響を定量的に抽出することが困難であるということが考えられる。例えば、開水路流などは固体粒子を含まない状態にあっても極めて複雑な乱流構造を有することから、たとえ浮遊砂流の乱流特性量が計測できたとしても、固体粒子混入の影響を定量的に抽出するまでには到らないということである。また、固体粒子の混入が平均流動場にも影響するために流動システムそのものが変化して、粒子と乱流場の直接的な相互作用を定量化できないという側面も考えられる。

このような状況をふまえて、なるべく単純な流動システムにより、分散相/乱流場の相互作用を明らか

* 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘2-1)

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

にしようとする研究がいくつか行われている。Lance et al.⁶⁾は流速分布が三角形の線形なせん断流場において、気泡を一樣に混入させることにより分散相／乱れの相互作用について検討している。レイノルズ応力テンソルの計測により、平均流速勾配に起因する乱れの非等方性はボイド率（気泡の体積率）の増大により減少することを示している。また、相間速度差に基づく乱れエネルギーの増加と逸散は釣り合っているとしてこの影響は小さいと推測している。彼らはレイノルズ応力モデルにこの効果を導入し、実験値とのある程度の一致をみている。一方、Schreck et al.⁷⁾は格子乱流（一樣流中に格子を設けてその背後に形成される乱流場）に固体粒子を混入させることにより、相間相互作用について検討している。粒子濃度の増大にともない乱れの逸散が増大すること、粒子が乱れの等方性を増加させること、高周波数のエネルギースペクトルを変化させることなどを結論としている。これらの研究は、乱れの等方性の増大という点では一致しているものの、乱れエネルギーの変化については異なった結論を得ている。一方、Parthasarathy et al.⁸⁾は粒子／流体の相対速度により生じる乱れ場について検討するために、静水中に一樣に粒子を沈降させることにより生じる乱れ場について計測を行っている。粒子により形成される乱れは異方的であり、粒子落下（鉛直）方向の乱れ強度は水平方向の約2倍であるとしている。また、筆者ら⁹⁾も彼らに倣い実験を行っているが、類似した結論を得ている。筆者は粒子／流体の相対速度に起因する乱れの混入は乱れの等方性の増大には直接的に貢献するかどうかは疑わしいと考えている。

このように単純化された流動場においても得られた結論はまちまちであり、粒子混入による乱流変動について定量的に把握するためには、実験結果の蓄積が必要であると考えられる。

2. 対象とする乱流変動のメカニズム

Hinze¹⁰⁾は多数の粒子が乱流中に混入した場合の乱流変動に関するメカニズムとして、次のような4点を挙げている。1) 連続相内における有効せん断率の増大（ある2点間の速度差が一定である場合に、並進運動する粒子が混入すると、速度勾配が粒子の体積分だけ大きくなること）、2) 個々の固体粒子から放出する後流、3) 流体運動の流動パターン上での集合流動、4) 固体粒子により占有される体積の効果（相排除の効果）。これらの中には、相排除の効果のように2流体モデルなどを用いて容易に導入できそうなものもある。しかしながら、1) や2) の効果のように流動全体規模の乱流特性との相互作用が明らかでなければ、容易にはモデル化できないものもある。粒子と乱流の相間相互作用には、平均流動の変化を介した間接的な相互作用と直接的なものとがあると考えられる。例えば、前者は運動量方程式中の相間応力項により平均流速勾配が変化し、それが乱流エネルギー方程式中のせん断生成項を介して乱流構造の変化に貢献するような場合が挙げられる。後者は、乱流エネルギー方程式中に現れる相間応力項から誘導される乱流生成（あるいは散逸）項などである。混相の管路流や噴流などのように直接的／間接的相互作用の両者が混在するような流動では、相間相互作用を定量的に抽出することは非常に難しいものとなる。

本研究では、数値計算により粒子流体の相対速度差により粒子周辺に形成される流動場の乱流変動効果について検討する。粒子周辺の流動とは後流の乱流成分だけでなく、後流の平均流動や粒子レイノルズ数が小さい場合に生じるポテンシャル的な流動も含まれるものとする。間接的な相互作用を排除するために、対象流動として振動格子乱流場と固体粒子を一樣に沈降させることにより生じる一樣乱流場とが重合された流動場を設定する。ここでは、粒子の乱流拡散については検討しないので、粒子挙動は振動格子乱流や粒子自身によって生じる乱れには影響されないと仮定する。

3. 粒子／乱れの相互作用のモデル化と数値解析

3.1 基礎方程式

本研究では対象とする流動場について、次のような仮定を設ける。1) 粒子は比較的大きいとして、流体運動には追従しないものとする。流体の乱流速度に関係なく、粒子は自由沈降速度により鉛直方向に落下する。2) 対象とする時間・空間スケールにおいては、粒子濃度は一樣であるとする。3) 水平面内で

は各種乱流特性量は一樣であるとする。仮定1)により粒子濃度は鉛直方向に一樣となり、さらに仮定2)によりその変動量も無視することができる。つまり粒子に関する平均流動に関する方程式、粒子拡散方程式については省略する。以下では流体の乱流諸量に関する方程式のみで計算を行う。振動格子乱流は格子から十分離れた領域についてはある程度等方的な乱流構造であることが知られている。しかしながら、粒子沈降により生じる乱流場は異方性が強い。したがって、ここではいわゆるレイノルズ応力モデルをベースとして解析を行う。

各種乱流相関項の完結については Launder et al.¹¹⁾等の従来の方法に倣うと、レイノルズ応力テンソルの輸送方程式は次式のようになる。

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = -[\overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k}] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon - C_{\phi_1} (\epsilon/k) (\overline{u_i u_j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} 2k) \\ + (\phi_{ij} + \phi_{ji})_2 + C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \frac{k}{\epsilon} [\overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}] \right\} + P_{ij} \quad \dots\dots\dots (1)$$

記号については通常のもので同一であり、ここでは説明を省略する。 P_{ij} は粒子と流体の相対速度による乱れの生成項である。また、右辺第4項は次式のように定義される。

$$(\phi_{ij} + \phi_{ji})_2 = -\frac{(c_2 + 8)}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) - \frac{(30c_2 - 2)}{55} k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) - \frac{(8c_2 - 2)}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) \\ P_{ij} = -(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}) \quad : \quad D_{ij} = -(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

平均流動場が存在しないこと、各種乱流相関項に水平方向の勾配がないことなどから、鉛直方向流速変動 u の乱れ強度の保存方程式と乱れエネルギー k の保存方程式が次のように誘導される。

$$-\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial t} - \frac{2}{3} \epsilon - C_{\phi_1} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u^2} - \frac{2}{3} k) + C_s \frac{\partial}{\partial x} (\frac{k}{\epsilon} 3\overline{u^2} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x}) + P_{11} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$-\frac{\partial k}{\partial t} - \epsilon + C_s \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{k}{\epsilon} (\overline{u^2} \frac{\partial k}{\partial x} + \overline{u^2} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x}) \right\} + P = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 P_{ii} は粒子/流体の相対速度により生じる i 方向流速の乱れ強度の生成項、 $P = (P_{11} + P_{22} + P_{33})/2$ である。次式は乱れエネルギーの散逸率に関する保存方程式である。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} + C_s \frac{\partial}{\partial x_k} (\frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l}) + P_\epsilon \quad \dots\dots\dots (5)$$

同様に変形すると次式を得る。

$$-\frac{\partial \epsilon}{\partial t} - C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} + C_s \frac{\partial}{\partial x_k} (\frac{k}{\epsilon} \overline{u^2} \frac{\partial \epsilon}{\partial x}) + P_\epsilon = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

P_ϵ は相間相対速度により生じる乱れエネルギーの散逸を表している。

3.2 粒子沈降により生じる流動場のモデル化

Parthasarathy et al. は空間的に一樣に沈降する粒子により生じる流動場の乱れ強度について次式のような関係にあることを示している。この関係は粒子周辺の流動について、ポテンシャル的な成分、後流の平均量と変動量を加算することにより導かれている。

$$\frac{U_d}{d} \overline{u_{pi}^2} = \alpha_i (\frac{\theta}{d})^{2/3} \epsilon_p \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\theta = (\frac{1}{8} C_D d^2)^{1/2}$ 、 $\alpha_1 = 46.27$ 、 $\alpha_2 = \alpha_3 = 21.49$ 、 d : 粒径、 C_D : 抵抗係数である。粒子が失うポテンシャルエネルギーは全て流体の乱流エネルギーに変換され、最終的には粘性により散逸される。つまり、流体の散逸する乱流エネルギーと粒子の失うポテンシャルエネルギーが等しいとの考え方から、 ϵ_p は次式により算出される。

$$\epsilon_p = \frac{\pi(\rho_p - \rho_f)}{6\rho_f} n g d^3 \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 n は単位体積当たりの粒子個数と粒子自由沈降速度の積として算出される、粒子個数フラックスである。 ρ : 密度、添字 f, p : それぞれ粒子と流体であることを示している。彼らの対象とした流動場を基礎方程式により再現し、相応力項の誘導を試みる。定常な一様乱流場では (3) 式における時間項、拡散項が省略できる。さらに

$$\epsilon = \epsilon_p \quad : \quad \overline{u_i^2} = \overline{u_{pi}^2} \quad : \quad k_p = (\overline{u_{p1}^2} + \overline{u_{p2}^2} + \overline{u_{p3}^2})/2 \dots\dots\dots (9)$$

上式のようにおけば、鉛直方向の乱れ強度の保存方程式における相応力項は次式のようになる。

$$P_{ii} = \frac{2}{3}\epsilon_p + C_{\phi 1} \frac{\epsilon_p}{k_p} (\overline{u_{pi}^2} - \frac{2}{3}k_p) = \epsilon_p [\frac{2}{3} + C_{\phi 1} (\frac{2\alpha_i}{\alpha_1 + 2\alpha_2} - \frac{2}{3})] \dots\dots\dots (10)$$

さらに、 P_ϵ については相応力項により生成された乱流エネルギーが時間スケール d/U_d で散逸すると考えて次式のようにモデル化する。

$$P_\epsilon = C_{\epsilon 3} \frac{U_d}{d} P \dots\dots\dots (11)$$

3.3 数値解法

ここで用いた数値解法は道奥ら¹²⁾と概ね同様の方法を用いた。本研究では定常な乱流場を対象としているが、計算上の都合により時間項を考慮し、定常状態に達するまで計算を行った。時間については完全陰解法を用いた。

4. 計算結果

4.1 粒子沈降により生じる乱流場の計算

Parthasarathy et al.⁸⁾ の実験データを利用して (13) 式の $C_{\epsilon 3}$ を決定する。図-1 は $C_{\epsilon 3}$ による鉛直方向流速と水平方向流速の乱流強度、 u' 、 v' の変化を示している。計算条件は、 $d = 1 \text{ mm}$ 、 $U_d = 14.7 \text{ cm}$ 、 $\epsilon_p = 1.56 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$ である。図中には彼らの実験値のレベルを併記している。 u' では $C_{\epsilon 3} = 0.1$ 、 v' では $C_{\epsilon 3} = 0.2$ 付近で実験値と計算値は一致することから、この間付近に最適値がありそうだ。また、他の実験ケースにおいても類似した結果となった。そこで、ここでは (6) 式の左辺第 2 項では、 $C_{\epsilon 2} = 0.13$ であることから、この係数が種々の要因の乱れに対しても一般的に用いることができると仮定して $C_{\epsilon 3} = 0.13$ とした。初期条件は全領域で乱れ強度、エネルギーとその散逸率を 0 とし、境界条件としては全ての変動量の勾配を 0 とし与えた。

図-2 は計算された ϵ_p と u' 、 v' の関係であり、Parthasarathy et al. による実験データと (7) 式についても併せて示している。今回の計算結果は u' については彼らの実験結果や理論値より若干小さくなっており、また、 v' については実験値との一致はまずまず良好である。 u' と v' の比率については圧力歪み相関項とも関連することから、ここではこれ以上の詳細な議論は行わない。

4.2 振動格子乱流場に関する計算

振動格子乱流の特性については、Thompson et al.¹³⁾ や Hopfinger et al.¹⁴⁾、また最近では松永ら¹⁵⁾ などの研究がある。ここでは、松永らの実験結果を用いて数値モデルの検証を行う。相対速度により生じた諸項は無視している。初期条件は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} x \neq 20; \quad \overline{u^2} = \overline{u_0^2} = 6.67, \quad k = k_0 = 10.0, \quad \epsilon = \epsilon_0 = 10.0 \\ x = 20; \quad \overline{u^2} = 6.67 \times 10^{-6}, \quad k = 10.0 \times 10^{-6}, \quad \epsilon = 10.0 \times 10^{-6} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

計算開始後の境界条件は、 $x = 0$ と $x = 20$ の初期条件をそのまま用いている。図-3、4 はそれぞれ乱れエネルギーとその散逸率の鉛直方向変化を示している。実線と破線はそれぞれ本研究と $k-\epsilon$ モデルを用いた松永らの計算結果である。図中、乱れエネルギーと逸散率は $x = 0$ の境界値により無次元化されて

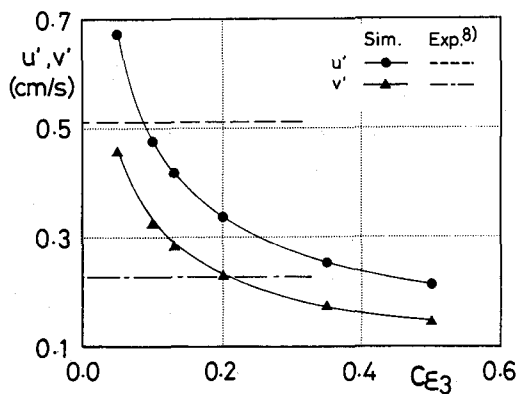


図 1 $C_{\epsilon 3}$ と乱流強度の関係

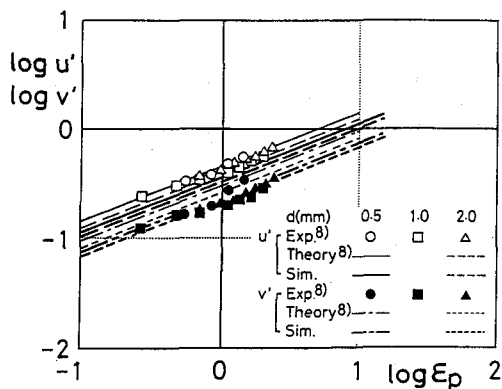


図 2 ϵ_p と乱流強度の関係

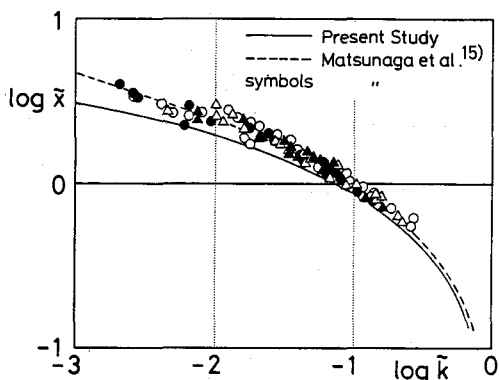


図 3 乱れエネルギーの変化 (振動格子乱流)

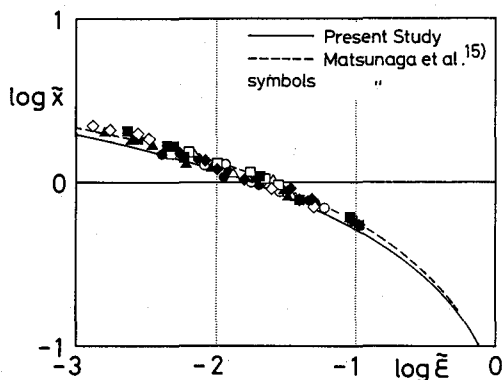


図 4 ϵ の変化 (振動格子乱流)

おり、距離は k と ϵ から計算される長さスケールにより $\tilde{x} = x / \sqrt{k_0^3 / \epsilon_0^2}$ のように無次元化されている。乱れエネルギーにおいては $\tilde{x} > 10^{-2}$ の領域において計算と実験結果の差異は大きくなっている。しかしながら、この付近の計算値は遠方境界までの距離やその条件によって強く左右される。実験値との一致のためには境界値の設定について詳細な検討が必要となる。ここでは、計算モデルの妥当性が検証されたということで、境界値選定の検討については省略する。

4.3 粒子乱流と振動格子乱流の相互作用に関する計算例

図-5, 6 に乱れエネルギーとその散逸率の鉛直方向変化を示す。粒子は粒径 $d = 1\text{mm}$ のガラスビーズであり、自由沈降速度は $U_d = 14.7\text{cm/sec}$ である。粒子投下量は図中に示すように指数的に4段階に変化させている。粒子投下量の増大により乱れエネルギーが強く抑制されることがわかる。 $d\tilde{k}/d\tilde{x} = 0$ となる領域の $\tilde{k}$ の値は粒子沈降のみの場合のそれと概ね等しくなっている。散逸率については粒子の混入の影響はそれほど顕著ではないことがわかる。

5. まとめ

本研究では、粒子と乱れの直接的な相互作用を明かにするために、粒子の一樣沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用について、レイノルズ応力モデルを用いた数値計算により検討した。粒子流体の相間相対速度により生じる相間応力項をモデル化し、乱れ強度、乱れエネルギーとその散逸率の保存方程式に付加することにより粒子を一樣沈降させた場合の流動場の特性を概ね再現することができた。モ

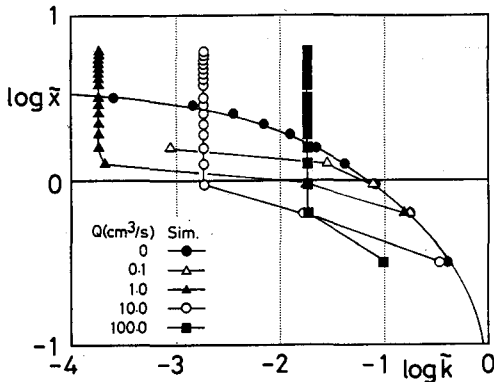


図5 乱れエネルギーの変化 (粒子+振動格子)

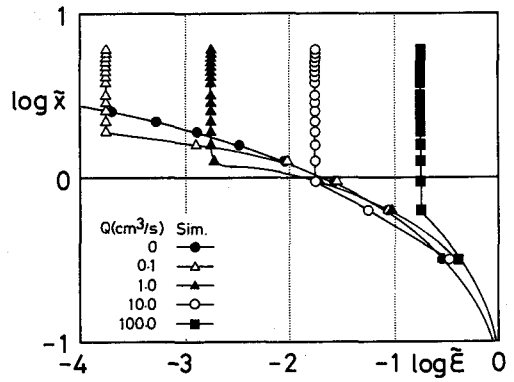


図6 ϵ の変化 (粒子+振動格子)

デル化された粒子乱流は振動格子乱流の乱れエネルギーの拡散を強く抑制した。しかしながら、粗な粒子が混入した場合に観察される乱れの増幅については表示されなかった。現在、同一の流動場について水理実験を実施しており、その結果を考慮してモデルの修正等について検討する予定である。

最後に本研究の数値計算の実行については、大阪大学工学部土木工学科石井義裕助手に技術的援助を受けた。また、本研究は平成5年度科学研究費補助金奨励研究(A) 課題番号 05750487(代表: 玉井昌宏) と総合研究(A) 課題番号 05302041(代表: 京都大学名誉教授、芦田和男) の補助を受けた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 日野幹雄: 固体粒子群を浮遊した流れの乱流構造の変化, 土木学会論文集第92号, pp.11-21, 1963.
- 2) T.Itakura and T.Kishi: Open channel flow and suspended sediment, J.of Hydraulic Div., Proc.ASCE, 106, HY.8, pp.1325-1343, 1980.
- 3) 例えば, Y.Tsuji and Y.Morikawa: LDV-measurements of an air-solid two-phase flow in a horizontal pipe, J.Fluid Mech., Vol.120, pp.385-409, 1982.
- 4) 例えば, 菱田公一・竹本潔・前田昌信: 管内軸対称固気2相噴流の乱流特性(粒子密度の影響), 混相流, 1巻1号, pp.56-69, 1987.
- 5) R.A.Gore and C.T.Crowe: Modulation of turbulence by a dispersed phase, J.of Fluid Engineering, Vol.113, pp.304-307, 1991.
- 6) M.Lance, J.L.Marie and J.Bataille: Homogeneous Turbulence in Bubbly Flows, J. Fluid Engineering, Vol.113, pp.295-300, 1991.
- 7) S.Schreck and A.J.Kleis: Modification of grid-generated turbulence by solid particles, J. Fluid Mech, vol.249, pp.665-688, 1993.
- 8) R.N.Parsatharathy and G.M.Faeth: Turbulence modulation in homogeneous dilute particle-laden flows, J.Fluid Mech., Vol.220, pp.485-514, 1990.
- 9) 玉井昌宏・村岡浩爾・関静夫: 粒子沈降により生じる乱流場に関する実験的研究, 土木学会関西支部年次学術講演概要, 1993.
- 10) Hinze: Turbulent fluid and particles interaction, Prog. Heat and Mass Transfer, Vol.6, pp.433-453, 1972.
- 11) B.E.Launder, G.J.Reece and W.Rodi: Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, J. Fluid Mech, Vol.68, pp.537-566, 1975.
- 12) 道奥康治 and E. Plate: 「過剰安定型」2重拡散現象の乱流モデル定式化と陰的差分法による数値解析法, 建設工学研究所報告, 第33号, pp.95-114, 1991.
- 13) S.M.Thompson and J.S.Turner: Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid, J. Fluid Mech., Vol.67, pp.349-368, 1975.
- 14) E.J.Hopfinger and J.A.Toly: Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, J. Fluid Mech., Vol.78, pp.155-175, 1976.
- 15) 松永信博・杉原裕司・小松利光: 振動格子により発生する乱れの特性, ながれ, 11, pp.254-265, 1992.