

内部波ソリトン中の速度分布と密度混合

Velocity Distributions and Density-Mixing in Internal Wave Solitons

杉原裕司*、本地弘之**、松永信博***、坂井一樹****、鈴木康文****

By Yuji SUGIHARA, Hiroyuki HONJI, Nobuhiro MATSUNAGA,
Kazuki SAKAI and Yasufumi SUZUKI

Velocity distributions in internal wave solitons have been measured by means of image processing. Density distributions have also been measured with an electric conductivity meter to investigate mixing of the density in the solitons. The steady distribution patterns of velocity and density in a frame at rest with respect to the solitons vary markedly depending on the interfacial-layer-thickness to the soliton-amplitude ratio.

Key words: Soliton, Internal wave, Stratified flow, Image processing

1. まえがき

ZabuskyとKruskalによってソリトン現象が発見されて以来、数理科学の分野を中心に、 KdV 方程式、非線形シュレディンガー方程式、戸田方程式に代表されるようなソリトンを記述する方程式の解の挙動や解法に関する研究が活発に行われている^{1), 2)}。ソリトン系の定義は数学的にはかなり厳密であるが、本論文ではソリトンという言葉をもっと空間的に局在して伝播する流れ要素（波、渦等）”という広い意味で使用する。海洋中には密度成層の状況が急激に変化する遷移層が普遍的に存在する。海洋混合層と深層部の境界にある密度躍層や沿岸からの濁水によって形成されるネフェロイド層はその代表的なものである。このような密度の境界にはソリトンが励起されることがあり、特に内部波ソリトンと呼ばれる。内部波ソリトンには幾つかの観測例があり、例えば Sandstorm と Elliott³⁾ の報告ではその振幅が 5.3 m にも及ぶ巨大なソリトンの発生が示されている。このようなソリトンが、莫大なエネルギーの高速・長距離輸送能力を持っていることは容易に推察される⁴⁾。外海へと人間の生産活動の場を拡げつつある現在において、内部波ソリトンを水工学・海洋工学の問題として捉えることは重要なことと思われる。また、実験系のソリトンは数理

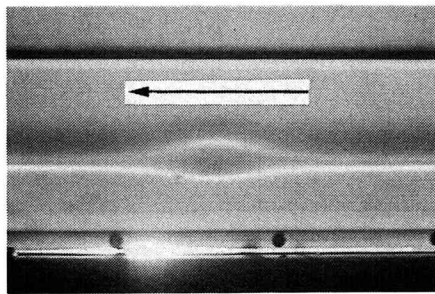


写真-1 内部波ソリトン

($\Delta\rho/\rho_1 = 1.10$, $\alpha a = 1.09$ 矢印は伝播方向を示す)

- | | | | | |
|------|-----|----|----------------------|-------------|
| * | 正会員 | 工修 | 九州大学助手 | 大学院総合理工学研究科 |
| | | | (〒816 福岡県春日市春日公園6-1) | |
| ** | | 理博 | 九州大学教授 | 大学院総合理工学研究科 |
| *** | 正会員 | 工博 | 九州大学助教授 | 大学院総合理工学研究科 |
| **** | 学生員 | | 九州大学大学院総合理工学研究科 | 修士課程 |

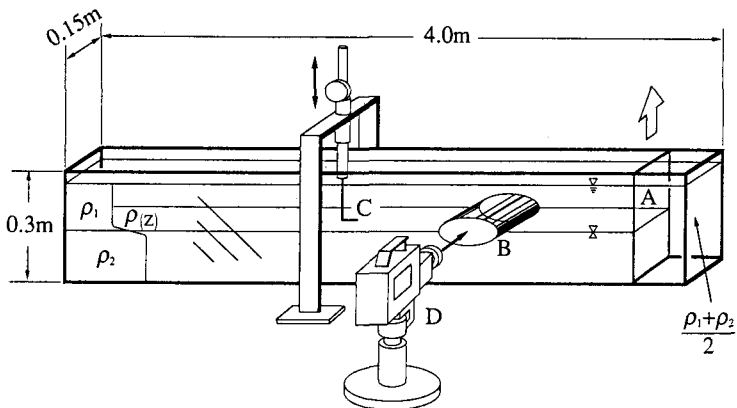
科学におけるソリトン理論の実証という立場からも興味深く、理論では汲みつくせない現象が実現象中に存在している可能性もある。

本研究では塩水と真水によって二成層流体場を作成し、その密度界面内に塩水と真水の中間密度の流体塊を貫入させることによって内部波ソリトンを形成させた（写真－1 参照）。密度面上を伝播するソリトンの挙動をVTRカメラによって撮影し、広範囲のパラメータにおける伝播特性と形状を調べた。ポリスチレン・ビーズをトレーサーとした4時刻追跡法の画像解析によってソリトン内部の速度場を可視化した。得られた静止座標系の速度データからソリトンの伝播速度を差し引いてソリトン座標系の定常速度場を求め、そのパラメータ依存性を議論した。また、流体の導電率を測定することによって密度分布を求め、ソリトン内部の密度の混合特性を検討した。

2. 実験装置および実験方法

実験には図－1のような長さ4.0 m、深さ0.3 m、幅0.15 mの透明アクリル水槽を用いた。水槽の底に塩水を貯め、その上に同量の真水をゆっくりと載せることによって二成層流体場を作成した。成層完了後、水槽の一端に仕切り板を差込み、仕切り板内の塩水と真水を十分に攪拌することによって上層と下層の中間密度を持つ流体塊をつくる。仕切り板を素早く引き抜くことによって中間密度の流体塊は密度界面内へ貫入する。貫入流体はグラビティ・フローとなり、やがて内部波ソリトンとして密度界面上を伝播する。ソリトンの伝播速度と形状を調べるために、貫入させる流体をあらかじめアリニンブルー染料によって着色して可視化した。伝播中のソリトンはVTRカメラで撮影され、VTR画像から伝播速度と形状を読みとってデータ化した。ソリトンの大きさは、貫入流体の体積を変えることによって変化させた。ソリトン内部の速度分布を可視化するために4時刻追跡法による画像解析装置（株）日本カノマックス社製）を用いた。トレーサーとして300 μmφのポリスチレン・ビーズが使用された。ソリトン通過時におけるポリスチレン・ビーズの挙動を実験室系に固定されたVTRカメラに収め、その画像データを解析した。ソリトンとともに移動する座標系における定常速度分布は、実験室系の非定常速度分布のデータからソリトンの伝播速度を差し引くことによって求めた。密度の分布は流体の導電率を測定することによって求めた。鉛直密度分布は次式で近似した。

$$\rho(z) = \overline{\rho} (1 - \omega \tanh \alpha z) \tag{1}$$



図－1 実験装置の概略図

(A: ゲート B: 内部波ソリトン C: 密度測定用導電率計 D: 画像解析用VTRカメラ)

ここで、 $\bar{\rho}$ と ω は上層と下層の密度 ρ_1 、 ρ_2 を用いて、 $\bar{\rho} = (\rho_1 + \rho_2)/2$ 、 $\omega = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_1 + \rho_2)$ で定義されている。式中の α は密度界面の厚さの代表長さスケールの逆数であり、式(1)を測定結果に適合させることにより算定した。求められた α は実験結果を整理する際の代表スケールとして用いられた。鉛直方向に複数の導電率計を配置することによって、各高さにおける密度の時系列を得た。この時系列を伝播速度を用いて空間データへ変換して、密度場の空間分布を求めた。速度と密度の解析対象はソリトンの対称性を考慮して二成層流体場の上層部のみとした。

3. 実験結果および考察

3・1 ソリトンの伝播特性

図-2にソリトンの伝播速度と振幅の関係を示す。 λ はDavisと Acrivos⁵⁾の研究で導入された無次元速度パラメータであり $\lambda = g \ln(\rho_2/\rho_1)/(2 \alpha C^2)$ で定義されている。ここで C はソリトンの伝播速度、 g は重力加速度である。 αa はソリトンの振幅 a を式(1)から求めた α で無次元化したものである。 $\lambda - \alpha a$ の関係は前回の報告⁶⁾の図-1で議論したが、この際 λ の算定に α ではなく a を誤って用いていた。ここで紙面を借りて訂正する。 λ の定義に従って α を使用し、広範囲のパラメータに亘る実験データがさらに加えられている。図中の○は今回我々が行った実験であり、△、□はDavisと Acrivosの実験データである。また図中には Davisと Acrivosによって得られた αa の比較的小さな領域において成り立つ理論解 $\lambda = 2.0 - 1.2 \alpha a$ と、Benjaminの理論^{7), 8)} 解 $\lambda = 2 / (1 + 0.6 \alpha a)$ も示されている。実験データは全体的に理論解より上にシフトしている。 αa の小さな領域ではデータの分散が顕著であるが、このことはVTR画像からの振幅データの読取が困難なことに起因している。本実験のデータは概ね、Benjaminの理論解に一致し、 αa の増加とともに λ は一定値へ収束する傾向をもつ。ただし本研究では、流体貫入によって密度界面にグラビティ・フローを発生させ、それをソリトンに遷移させている。この発生方法上の問題であるが、 αa が大きい領域ではグラビティ・フローの性質が伝播特性に反映されている可能性もある。発生方法の差異による諸特性の変化についての検討は今後調べられるべき課題として残されている。

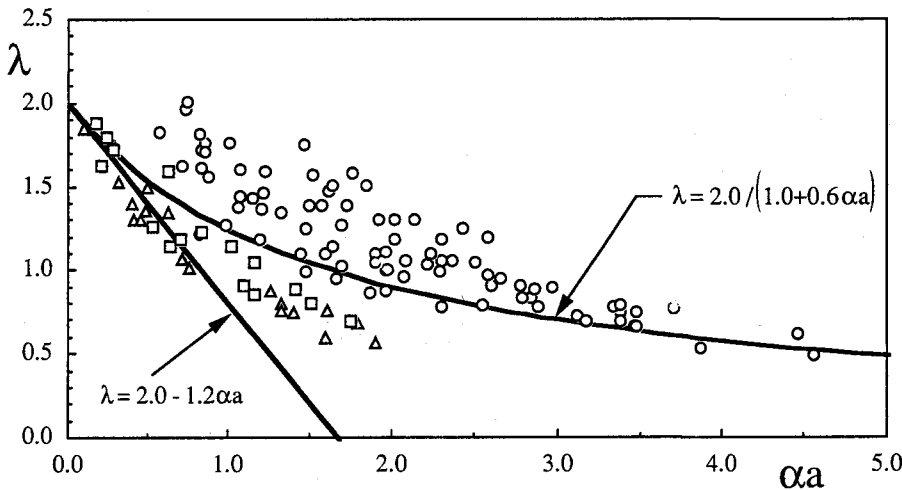


図-2 内部波ソリトンの伝播速度と振幅の関係
 (○は本実験データ、△、□は Davis と Acrivos のデータ
 であり、それぞれ $\rho_2 = 1.052\text{g/cm}^3$ 、 $\rho_2 = 1.095\text{g/cm}^3$)

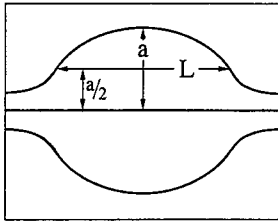


図-3 アスペクト比の定義

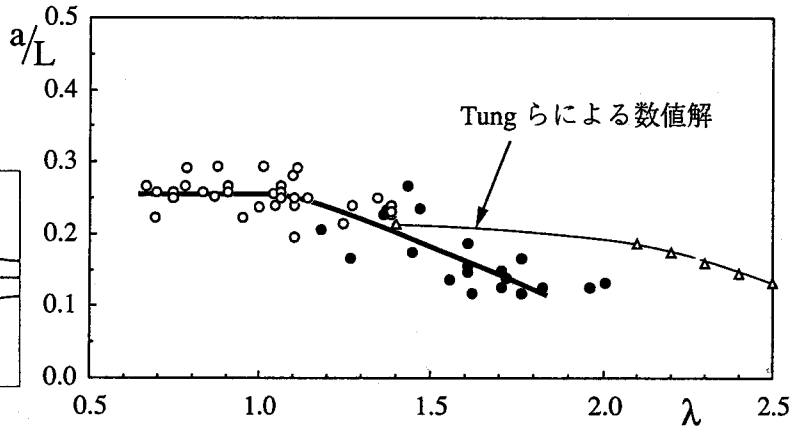


図-4 アスペクト比 a/L と λ の関係

3・2 ソリトンのアスペクト比

密度界面上を伝播する内部波ソリトンの形状を表わす一つの特性量として、ソリトンのアスペクト比を調べる。ソリトンの形状はほぼ sech 型で与えられるため、通常の波長を求めることは困難である。そこでアスペクト比 a/L を図-3 のように定義する。 a/L を速度パラメータ λ に対してプロットしたのが図-4 である。図中の○は $\alpha a \geq 1.3$ のソリトンに、●は $\alpha a < 1.3$ のソリトンに対応する。 λ が小さい領域、すなわち $\alpha a \geq 1.3$ の場合、 a/L は約0.25の一定値へ漸近していく。 $\lambda > 1.1$ の領域では、 a/L は λ の増加とともに緩やかに減少していくことがわかる。Kamachi と Honji⁹⁾ は、 $\alpha a = 1.3$ を境にしてソリトン内の定常流線が開いたパターンのOpenタイプと閉じたパターンのClosedタイプに分類されることを示した。 $\lambda = 1.1$ はこの $\alpha a = 1.3$ に相当する。このことは、ソリトンのアスペクト比 a/L は内部の定常流線パターンがOpenタイプであるかClosedタイプであるかに依存することを示唆している。図中には Tung 他¹⁰⁾ による数値解が示されている。Tung 他¹⁰⁾ の数値解では、 a/L は $1.4 \leq \lambda \leq 2.0$ の範囲でほぼ一定値を取り、 λ の増加とともに減少する。このように、本実験の結果と数値解は定量的にはかなりのずれがあるが、定性的にはよく一致している。

3・3 画像解析によるソリトン内部の速度分布の可視化

4時刻追跡法のアルゴリズムによる画像解析システムを用いて得られたソリトンの速度分布を図-5に示す。画像解析から得られた N 個の速度データを直交座標系の格子点 (i, j) 上に再配置するに際しては、式

$$\vec{V}_{ij} = \sum_k^N G_{i,j,k} \vec{v}_k / \sum_k^N G_{i,j,k}, \quad (2)$$

$$G_{i,j,k} = \exp \left[-r_{i,j,k}^2 / b^2 \right] / r_{i,j,k}^2$$

を用いた。ここで、 $r_{i,j,k}$ は格子点 (i, j) と k 番目のトレーサ粒子との距離であり、相関の空間スケール b は解析対象の横フレームの10%とした。

図-5(a) はソリトンを実験室系から見たときの非定常速度分布である。ソリトンの最大振幅付近に対応する $z = 4.0\text{cm}$ 近傍に一つの渦が見える。この渦は静止流体中を動く円柱周りの非定常流れと類似したものである。すなわち、眼前を通過するソリトンによって誘起される非定常渦である。(a) の速度場を伝播するソリトンに乗って見た定常速度分布が図-5(b) である。定常速度

場として見ると(a)の渦は消え、この速度分布から推定される定常流線は開いたパターンになる。これは、Kamachi と Honji が可視化写真で示したOpen タイプのソリトンに相当する。(b)から、定常パターンとしての速度分布はソリトンの振幅付近での強いシアの存在していることがわかる。これは、粘性流体中を伝播する内部波としてのソリトンにはその界面上に強いせん断力が作用するためと思われる。図-5(c)は比較的振幅の大きなソリトンの非定常速度分布を示したものである。この場合もOpenタイプ同様、非定常パターンとしての渦が可視化されている。(c)をソリトン座標系から見ると図-5(d)のような定常速度分布になる。ソリトン内部には振幅の小さいOpenタイプの時には観測されなかった循環流の存在が明瞭である。この場合、得られる定常流線パターンは閉じたパターンになり、Kamachi と Honji による $\alpha a \geq 1.3$ で形成されるClosedタイプのソリトンに相当する。このように、ソリトン内の速度分布が画像解析によつてはじめて明らかとなった。一般に、速度分布のパターンは観測者の運動に依存しているが、渦度のパターンは伝播方向へのガリレイ変換に対して保存される。そのため、ソリトン内の流れは、渦度のパターンで特徴づける方が普遍性をもつ。しかし、界面摩擦によるシアのために渦度のほとんどは変位界面上に集中しているため、それからOpenタイプ、Closedタイプを説明することは困難である。

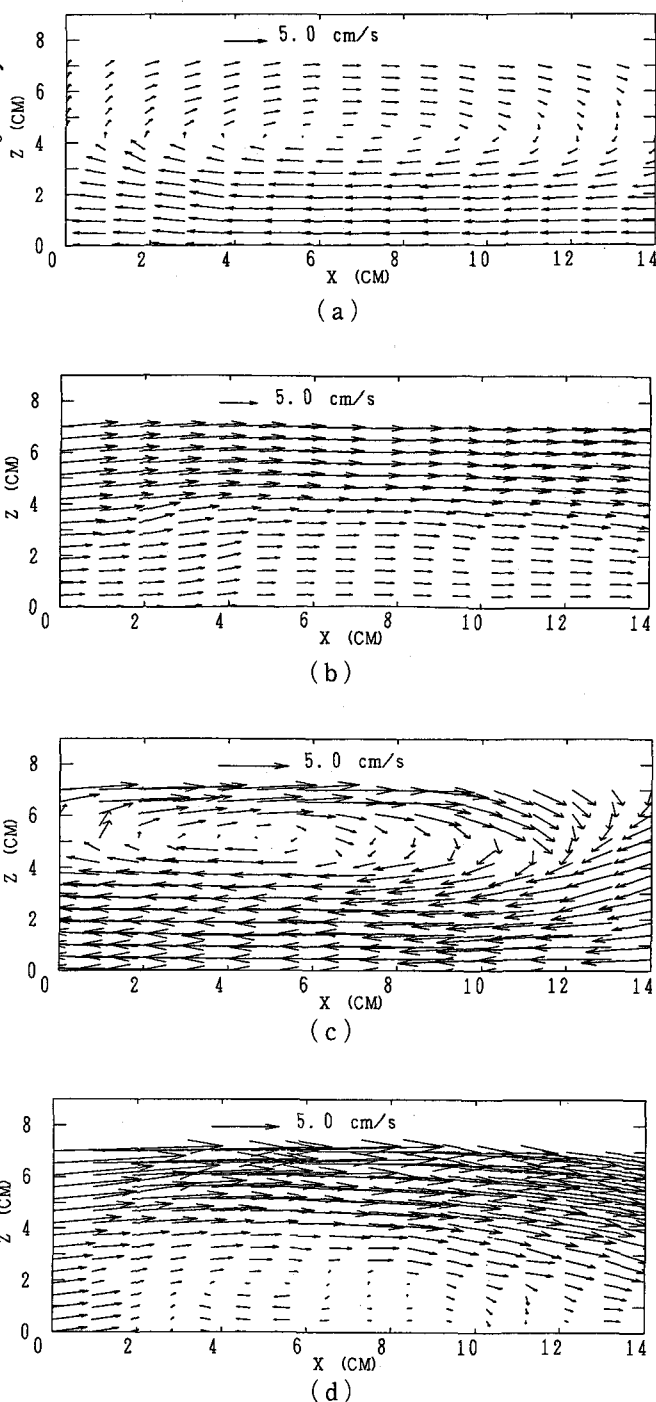
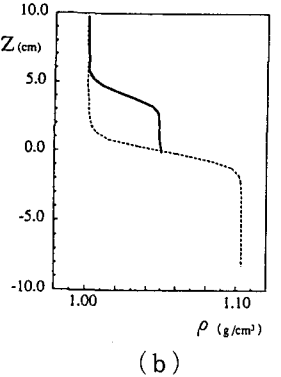
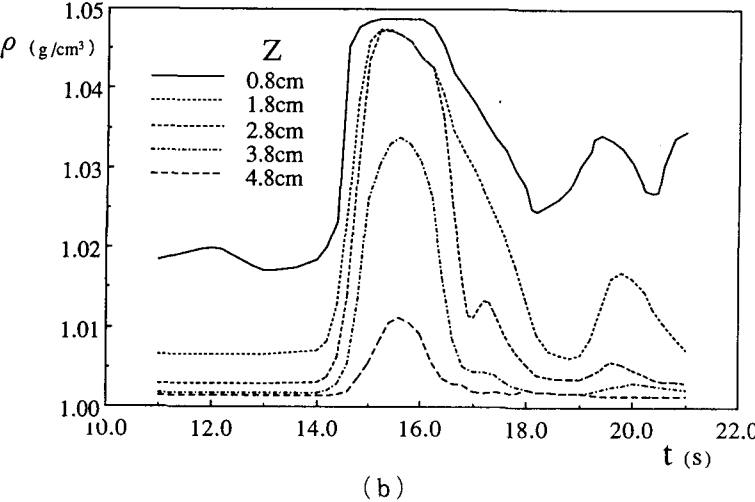
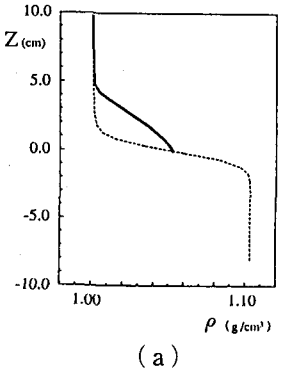
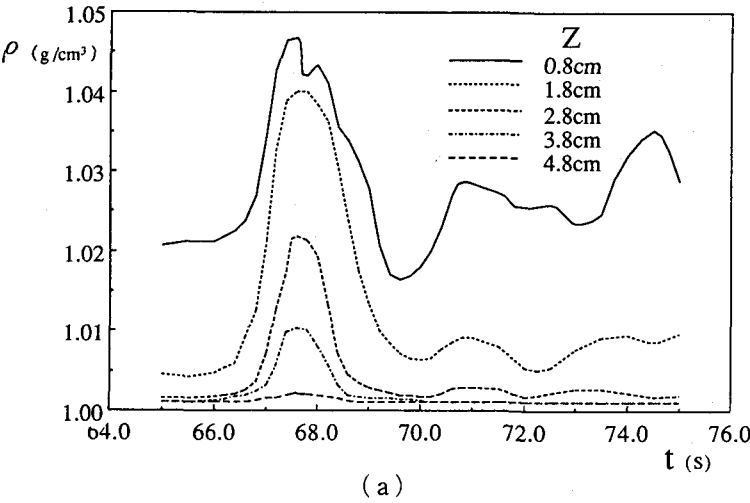


図-5 画像解析システムによる速度分布の可視化

- | | | | |
|-----------------|-------|-----------------|------|
| (a) Open type | (非定常) | (b) Open type | (定常) |
| (c) Closed type | (非定常) | (d) Closed type | (定常) |

3・4 ソリトン内部の密度混合特性

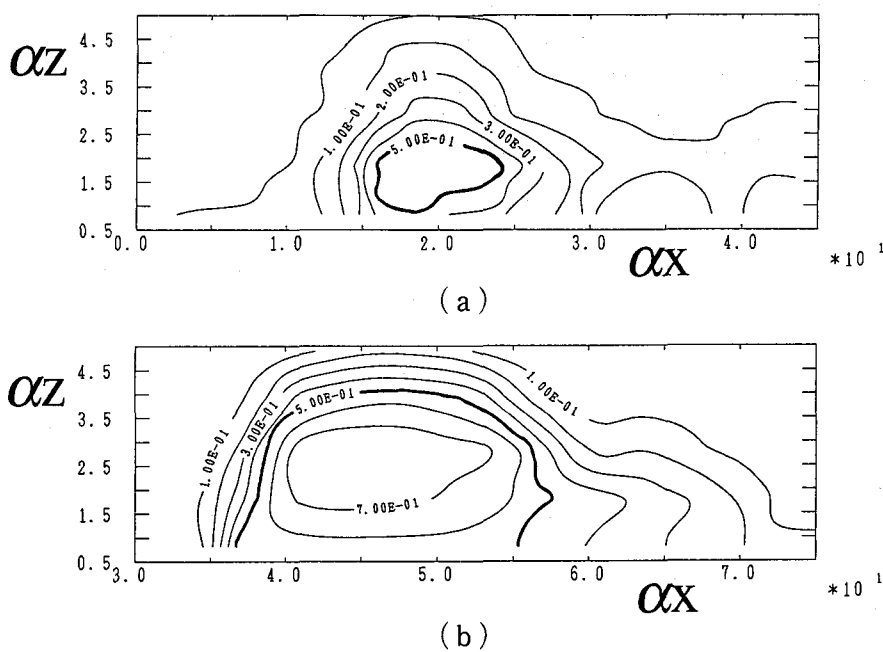
図一6は、二成層密度場の上層 5 点において測定された密度変化の時系列を示す。(a) は Open タイプのソリトンの密度変化の時系列である。ソリトンの中心付近の密度変化は、外の領域に比べて比較的大きくなっており、全体としては緩やかな変化をしている。これは、定常流線パターンが Open タイプのためソリトン内の密度の混合がほとんどなく、界面変化がそのまま密度変化に対応するためである。図一7 (a)は、Open タイプのソリトン中央における鉛直密度分布である。図中の点線はソリトンが存在しない場合の基本場の密度分布、実線はソリトン通過時の密度分布である。この図からソリトン内の密度変化が緩やかなことが明瞭にわかる。図一6 (b)は、Closed タイプのソリトンによる密度変化の時系列である。Z=1.8cmと2.8cmにおける密度の値は一致している。このことはソリトン内部の密度が鉛直方向に一様化されていることを示している。また、Z=0.8cm ではソリトン通過時に密度が時間的に変化しない区間の存在が明瞭であり、密度が水平方向にも一様化されていることを示唆する。これらの時系列の特徴は、ソリトン内部に循環流が



図一6 密度変化の時系列
((a): Open type、(b): Closed type)

図一7 鉛直密度分布の変化
((a): Open type、(b): Closed type)

形成されていることに起因している。図一7(b)はClosedタイプのソリトン中央部における鉛直密度分布を示す。この図から、ソリトン内では密度が一様に混合されていることが明らかである。図一8は、ソリトンが存在している場合の密度から式(1)で与えられる基本密度を差し引いた摂動量 ρ' を $\Delta\rho/2$ で無次元化して $(\alpha x, \alpha z)$ 平面上で等値線図としてプロットしたものである。ソリトン内の密度混合の程度を無次元摂動密度の最大値の50%に相当する0.5の等値線図で囲まれた面積で見てみる。Openタイプの場合、0.5の等値線はソリトン中央の狭い領域に限られている。また、ソリトン内の密度変化が緩やかであることがわかる。一方、(b)のClosedタイプの場合は、0.5の等値線がソリトンの大部分を占めており、ソリトン内で密度がほぼ一様に混合されていることがわかる。以上のことは、蒲地 他¹¹⁾によって議論された成層流体系のPrandtl-Batchelorの定理と矛盾しない。



図一8 無次元摂動密度の等値線図
 ((a): Open type、(b): Closed type)

4. 結論

内部波ソリトンの伝播特性、形状、内部の速度分布、密度混合について調べた。その結果、ソリトンの諸特性は内部の定常流線パターンに強く依存していることがわかった。また、画像解析システムを用いてはじめてソリトンの速度場が可視化された。今後、ソリトンの衝突、追越しといった相互作用についても調べ、ソリトン解との比較を行っていきたい。また、ソリトンの斜面上への遡上、砕波についても環境水理学の立場から調べる予定である。

参考文献

- 1) 和達三樹：非線形波動、岩波講座 現代の物理学14、1992。
- 2) 渡辺慎介：ソリトン物理入門、培風館、1985。
- 3) Sandstorm, H. and Elliott, J.A.：Internal tide and solitons on the scotian shelf、J. Geophys. Res., 89, pp.6415-6426、1984。

- 4) 薩摩順吉：ソリトンが油井をこわす、科学、56、pp.332-338、1986.
- 5) Davis, R.E. and Acrivos, A. : Solitary internal waves in deep water、J.Fluid Mech.、 29、
pp.593-607、 1697.
- 6) 杉原裕司、松永信博、坂井一樹、本地弘之：二成層流体中の内部ソリトン、水工学論文集、
第37巻、pp.825-828、1992.
- 7) Benjamin, T.B. : Internal waves of parmanent form in fluids of great depth、J. Fluid Mech.、 29、
pp.559-592、 1967.
- 8) Hurdis, D.A. and Pao, H.-P. : Experimental observation of internal solitary waves in a stratified
fluid、Phys. Fluids、 18、 pp.385-386、 1975.
- 9) Kamachi, H. and Honji, H. : Steady flow patterns of internal solitary bulges in a stratified fluid、
Phys. Fluids、 25、 pp.1119-1120、 1982.
- 1 0) Tung, K.-K., Chan, T.F. and Kubota, T. : Large amplitude internal waves of permanent form、
Studies Appl. Math.、 66、 pp.1-44、 1982.
- 1 1) 蒲地政文、斎藤隆、本地弘之：成層流体中の内部孤立渦の中の密度と渦度の混合、
水理講演会論文集、第30巻、pp.703-708、1986.