

接触角と水分量の影響を考慮した水みち侵入モデルによる シミュレーション

Simulation of Water Path through Unsaturated Media by Water Path Invasion Model
involving Effects of Angle of Contact and Water Content

坂本 康*

By Yasushi SAKAMOTO

Water path through unsaturated media was examined by computer simulation using 'water path invasion model'.

Simulation showed the effects of angle of contact and water content. Flow rate produced a significant influence on fractal dimension and width of water path for covering infiltration but no influence for concentrated infiltration.

Simulation with a rectangular network made more realistic water path than that with a hexagon network.

Keywords: water path invasion model, fractal dimension, unsaturated media, angle of contact

1.はじめに

著者は前報(坂本(1992))で、不飽和層(幅20cm、深さ75cm、奥行5mmのガラスビーズ層)に着色水を滴下する実験でできた水みち(例:図-5(a))のフラクタル次元を測定し、その水みちの生成を説明するモデルとして「水みち侵入モデル」を提案した。このモデルは、キャピラリーフィンガリングのモデルとして提案された侵入型浸透モデル(invasion percolation model)(Chandlerら(1982)、Wilkinson and Willemsen(1983)、Lenormandら(1988))に重力の影響を付加したものであった。前報ではこのモデルを用いたシミュレーションで実験と同様なフラクタルな水みちができることを示した。しかしその際、(1)小さな管の寄与、(2)含水率の影響、(3)流量の影響、(4)管網形状の影響は考慮していなかった。本論文では、モデルを一部変更してこれらの影響を検討した。重要な変更は、玉井ら(1987)の研究を参考にして水が微小空隙に侵入するときの接触角を大きく設定した点、それにより水分量の影響も考慮できるようにした点である。以下に、変更の具体的方法と、そのモデルを用いたシミュレーションで上記の影響を検討した結果を示す。

2.水みち侵入モデル

前報の水みち侵入モデルでは、(1)不飽和層の空隙を等間隔に並んだ小孔(以下、ノードと呼ぶ)と小孔をつなぐ鉛直管と水平管のネットワークに置き換え、(2)乱数列を使って各管の太さと長さを設定し、(3)

* 正会員 工博 山梨大学助教授 工学部土木環境工学科
(〒400 甲府市武田 4-3-11)

その太さと長さに応じて各管の水の「侵入しやすさ」を設定した。そして、(4) 不飽和層中に水みちができていく過程を、水塊に接した管のうち「侵入しやすさ」が最大の管とそれにつながったノードに順次水が侵入していく過程としてシミュレーションした。「侵入しやすさ」は、重力と毛管力を駆動力とするボワジュエ流の流量を用いて設定した。本論文でもこの基本的考え方は踏襲し、さらに以下の変更を加えた。

2.1 接触角の影響

前報では、フラクタル次元の小さな水みちを得るために、「毛管力の非常に大きな微小管は水みち形成には寄与しない」と仮定した。本論文では、接触角を前報より大きく設定し、この仮定を用いずに微小管の影響に対応した。管内ボワジュエ流の流量を毛管力の寄与 F_1 、重力の寄与 F_2 に分けるとそれぞれ次式となる。

$$F_1 = \left(\frac{2\pi\gamma}{8\mu} \right) \cos\alpha \frac{a^3}{l} \quad (1) \quad F_2 = \pm \left(\frac{\rho g \pi}{8\mu} \right) a^4 \quad (2)$$

ここに、 a :管の半径[L]、 l :管の長さ[L]、 α :接触角、 γ :水の表面張力[M/T²]、 ρ :水の密度[M/L³]、 μ :水の粘性係数[M/L/T]、 g :重力加速度[L/T²]である。また、重力による流れ方向への水頭勾配は鉛直管で ± 1 （下向き流れで+、上向き流れで-）、水平管で0とした。上式に定数の値を代入し、定数の比をとって整理すると、毛管力と重力の相対的寄与 f_1 、 f_2 はそれぞれ下記のように表現できる。

$$f_1 = \cos\alpha \frac{a^3}{l} \quad (3) \quad f_2 = \pm 67.3 \times 10^3 a^4 \quad (4)$$

ただし、 f_1 、 f_2 の単位は[m²]である。前報では α を9°に設定したが、本論文ではこの値以外に、玉井ら(1987)の論文を参考に60°、70°、80°、90°も用い接触角の影響を調べた。そして、「侵入しやすさ」は、水平管では f_1 、鉛直管では $f_1 + f_2$ （ f_2 は下向きで正、上向きで負）とした。

シミュレーション対象は前報の実験で用いた直径1.41~1.70mmの粒子層とし、個々の管の a を0.121mm~0.780mm、 l を0.897mm~2.699mmの範囲の一樣乱数とした。また、太さと長さと同じ乱数列を用いて、太い管ほど長くなるように設定した。一樣乱数列は2種用いた。それぞれの乱数列で設定した管網を以下乱数1の場合、乱数2の場合と呼ぶ。図-1に管の大きさと f_1 、 f_2 との関係を示す。図によると、接触角9°だと管半径0.4mm以下では重力の寄与（ f_2 ）は毛管力の寄与（ f_1 ）の5%以下である。つまり、小さな管の影響が大きくすぎる可能性がある。このことが、前報で小さい管の寄与を無視しなければならなかった原因と考えられる。

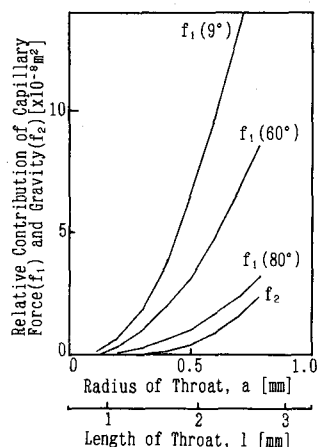


図-1 毛管力と重力の寄与

2.2 残存水分量の影響

前報の実験では、ガラスビーズ層を一旦水で飽和した後重力により排水した層を用いた。しかし、シミュレーションでは層内残存水分量の影響は考慮しなかった。これに対し本論文では、「水塊に接する管のうち水の残っている管に優先的に水が侵入する」として残存水分量の影響を考慮した。「水の残っている管」は、設定した吸引圧（水頭表示） h [L]より毛管力が大きい管（ $h < 2\gamma \cos\alpha / \rho g a$ 、ただし、 $\alpha = 9^\circ$ ）とした。また、「水の残っている管」が複数あるときは、より大きな管に侵入するとした。吸引圧 h は0.02m、0.04m、0.08m、0.12m（それぞれ $a = 0.740$ mm、0.370mm、0.185mm、0.123mmの管の毛管力に等しい）の4種とした。各管に設定した a の値と比較すると、 $h = 0.02$ mはほぼ飽和状態、 $h = 0.12$ mはほぼ乾燥状態に対応している。

2.3 流量の影響

前報では、1つの時間ステップに1つのノードに水が侵入するとした。本論文では、「1つの時間ステップに水が侵入するノード数は流量に比例する」とし、流量の影響を検討した。以下では、1つの時間ステップでの侵入ノード数が n のとき「流量 n 」と表現する。シミュレーションでは、各時間ステップで「侵入のしやすさ」が大きい方から n 番目までの管に水を侵入させた。なお、実際の流量との対応は検討していない。

ちなみに、実験で用いた水滴は 0.011cm^3 、シミュレーションで設定した管の平均体積は 0.001cm^3 である。

2.4 浸透形態の影響

前報では、水は層の上面中央部にのみ集中的に供給されると設定した。本論文では、水が上面全体に広がってから浸透する場合も検討した。以下では、前者を中央浸透、後者を全面浸透と呼ぶ。

2.5 管網形状の影響

前報および本論文の主要部分（4・5 以外の部分）では、水の流れる空隙を水平管と鉛直管で置き換えた。つまり、網目が正方形の管網（以下正方形網とよぶ）を想定した。本論文ではその他に網目が正六角形の管網（以下六角形網とよぶ）も想定した。この管網は、水平より 30° 上下に傾いた斜め管と鉛直管とで構成される。そして、斜め管では「侵入しやすさ」は毛管力の寄与 f_1 に重力の寄与 $f_2 \sin 30^\circ$ を加えたものとした。

3. シミュレーション方法

3.1 シミュレーション条件

正方形網では管の接点（ノード）は水平に64個、鉛直に 160個あると設定した。六角形網ではノードは水平に64個（鉛直管の行）あるいは 128個（斜め管の行）、鉛直に 371個あると設定した。正方形網と六角形網では設定したノード数が異なるが、これは両者の覆う範囲を同じに設定したためである。その範囲は、鉛直方向（流れの主方向）深さが水平幅の 2.5倍になる範囲である。実験での水平幅は20cmだが、シミュレーションはその中央部の10cmの幅を対象とした。また、水はシミュレーション範囲の左右の境界を越えては移動できないとした。前報では空気がトラップされる影響も考慮したがその影響は小さかったので、本論文ではその影響は考慮していない。シミュレーションは、水みちが最下端に達するまで行った。

3.2 フラクタル次元の算出方法

フラクタル次元は、上から水平幅の 2.0倍の深さまでの範囲で、ボックスカウンティング法で測定した。出口の影響を受ける下部5分の1の部分は対象としていない。上記の範囲を間隔 r のメッシュで覆い、水みちを含むメッシュの数 $N(r)$ と r との関係を次式で表し、フラクタル次元 D を求めた。

$$N(r) \propto r^{-D} \quad (5)$$

前報の実験では、0.59、1.18、1.77、2.36cmの4種の正方形メッシュをフラクタル次元の測定に用いた。本論文のシミュレーションでは、正方形網では0.78、0.93、1.09、1.24cmの4種の正方形メッシュをフラクタル次元の測定に用いた。一方、六角形網では一つのノードが代表する範囲が正三角形であるために、正方形メッシュではなく水平方向長さが鉛直方向長さより少し長い、0.78cmx0.67cm、0.93cmx0.81cm、1.09cmx0.94cm、1.24cmx1.07cm の4種のメッシュを用いた。

4. シミュレーション結果と考察

4.1 接触角の影響

図-2、図-3に、設定した接触角とシミュレーションでできた水みちのフラクタル次元との関係を示す。図-2は吸引圧 $h=0.04\text{m}$ で湿潤状態の場合に、図-3は吸引圧 $h=0.12\text{m}$ で乾燥状態の場合に相当する。両図には乱数1の場と乱数2の場での値をそれぞれ一で、その平均値を○で示してある。また、前報の湿潤状態の実験で得られたフラクタル次元1.67を点線で示した。なお、飽和（ $h=0.02\text{m}$ ）の場合にはフラクタル次元は接触角に関係なく一定で、乱数1の場、2の場とも1.73であった。

図-2によると、湿潤状態では接触角の変化によるフラクタル次元の変化は小さい。そして、接触角 9° ではその値は湿潤状態の実験で

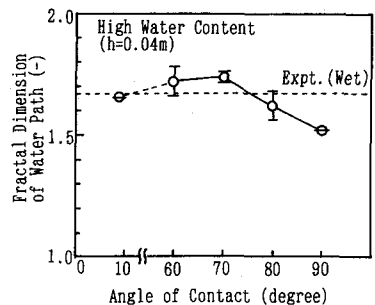


図-2 接触角とフラクタル次元(1)

の値に近い。また毛管力の影響がないとき（接触角 90° のとき）のフラクタル次元は1.52になっている。図-3によると、乾燥状態では接触角が 60° を越えると接触角が大きいほどフラクタル次元は小さくなる。また、毛管力の影響がないとき（接触角 90° のとき）のフラクタル次元は1.04になっている。

図のように、前報の湿潤状態の実験結果に近付けるためだけなら、接触角を 9° に設定してもおかしくはない。しかし、接触角 9° では乾燥状態には対応できない。乾燥状態の水みちについては、著者らの実験例がある（坂本・竹内(1987)）。その例では、乾燥状態の0.60 mm径均一ガラスビーズ層にできる水みちはほとんど直線的であった。本論文ではこれより大きなガラスビーズを対象として想定しているので、乾燥状態での水みちのフラクタル次元は1に非常に近い値になると予想される。ところが図-3によると、接触角を 9° に設定する限り、乾燥状態でのフラクタル次元が1に近い値になることはない。このことから、乾燥状態で現実に行えるフラクタル次元の小さな水みちをシミュレーションで得るためには、 90° に近い接触角を設定する必要があるといえる。

4.2 残存水分量の影響

図-4に接触角を 60° (Δ)、 80° ($\circ$) としたときの吸引圧とフラクタル次元との関係を示す。値は乱数1の場合と2の場合の平均である。また、前報の湿潤状態の実験でのフラクタル次元を点線で、実験で用いたガラスビーズのエアエンリーポテンシャルの値 (0.028m) を鎖線で示してある。図-4によると、接触角が 80° のときには吸引圧がエアエンリーポテンシャルと 0.04m との間にあるときに湿潤状態の実験結果に近いフラクタル次元になる。つまり、接触角を 80° 以上に設定しても、残存水分量の影響を考慮すれば湿潤状態の実験結果を再現できる。

接触角を大きくとる方がよいことは水みちの見た目の全体形状からも判断できる。図-5は(a) 湿潤状態での実験 ($D=1.67$)、(b) 接触角 9° として残存水分量の影響を考慮しないシミュレーション (乱数2の場合、 $D=1.64$)、(c) 接触角 80° で吸引圧 $h=0.04$ mとしたシミュレーション (乱数2の場合、 $D=1.67$) のそれぞれでの水みちの形状を示した。図-5によると接触角 9° では水みちは固まって存在し実験結果の形状には似ていない。これに対し接触角 80° では、水みちの枝別れの様子が比較的良好に再現できている。

なお、実験の水みちは大気圧面より0.36m~0.76m上の範囲で、もし水が連続していたら上で設定した最大吸引圧 0.12mよりかなり大きな吸引圧がかかる。しかし、実験に近いフラクタル次元が得られる設定吸引圧は 0.04mとかなり小さい。この原因は、実際は脱水過程で水の連続が切れて0.36m~0.76mのような大きな吸引圧は働かなくなるためと考えられる。均一径ガラスビーズ層では、粒子間のすきまをつなぐ空隙の半径は粒子半径の 0.155倍 (細密充填の値) 以上ある。そのため、微小粒子、団粒が存在する場合とは異なり、水の連続を保証する微小空隙がないと考えられる。

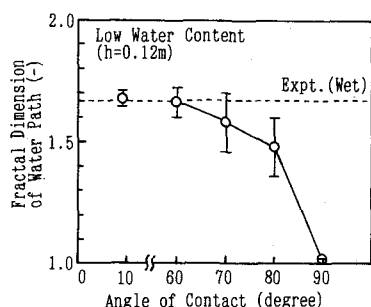


図-3 接触角とフラクタル次元(2)

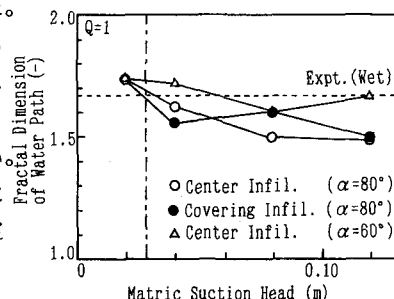


図-4 吸引圧とフラクタル次元(1)

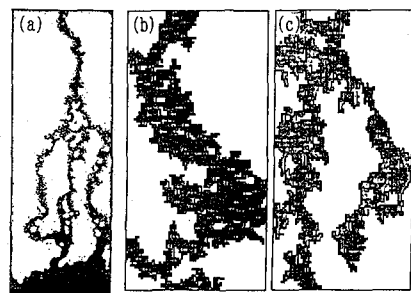


図-5 水みち形状(1)

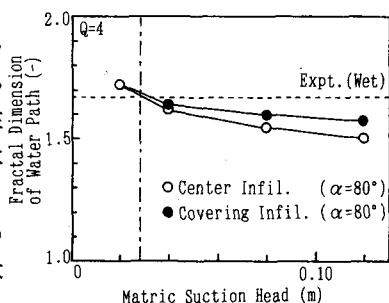


図-6 吸引圧とフラクタル次元(2)

4.3 中央浸透での流量の影響

図-6に中央浸透で流量4のときの吸引圧とフラクタル次元との関係(○)を示す。また図-7に接触角 80° 、吸引圧 $h=0.12\text{m}$ (乾燥状態)の乱数1の場での水みち形状を(a) 流量1のときと(b) 流量4のときについて示す。また、図-8に吸引圧 $h=0.12\text{m}$ で流量1と4のときの各深さでの水みち幅を示す。水みち幅は、水平方向64個のノードのうちの

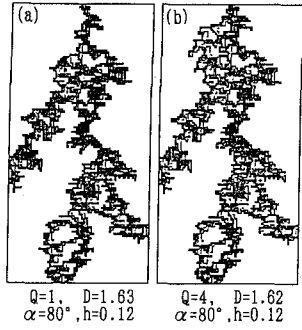


図-7 水みち形状(2)

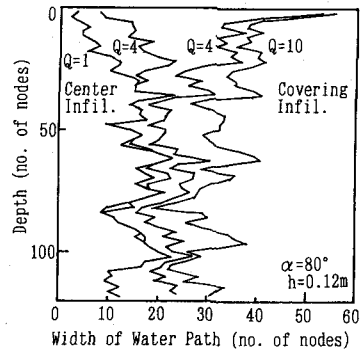


図-8 水みち幅の空間分布

の水みちに含まれたノード数で示す。また、深さもノード数で示す。図-4と図-6とを比較すると、中央浸透ではいずれの吸引圧でも流量4のときの方が1のときよりもフラクタル次元が幾分大きいとその差は小さい。しかも、図-7、図-8のように水みち形状や水みち幅でも流量による差は小さい。そして、流量による差が現れるのは層上面に近い部分に限られている。前報では、中央浸透の実験での水みちのフラクタル次元が流量の影響を受けないという結果を示した。この結果が本論文のシミュレーションによっても確かめられたといえる。

4.4 全面浸透での流量の影響

図-4と図-6には、全面浸透のときの吸引圧とフラクタル次元との関係(●)も示してある。これらの図によると全面浸透では中央浸透のときよりも、乾燥状態のときの流量1と4のフラクタル次元の差が大きい。図-8には全面浸透のときの流量4と10の水みち幅も示してある。また、図-9には全面浸透のときの水みち形状を乾燥状態の (a)流量1のとき、(b)流量4のとき、(c) 流量10のときについて示す。これらの図によると、全面浸透では中央浸透とは異なり上部での水みち幅が大きい。また、中央浸透とは異なり、流量が大きいほど水みち幅が大きい。

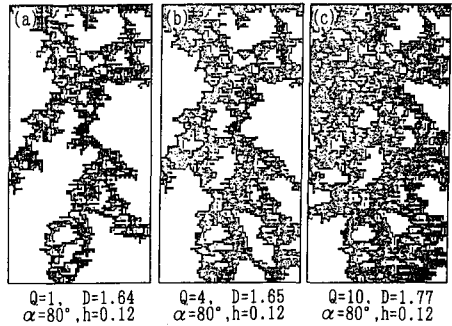


図-9 水みち形状(3)

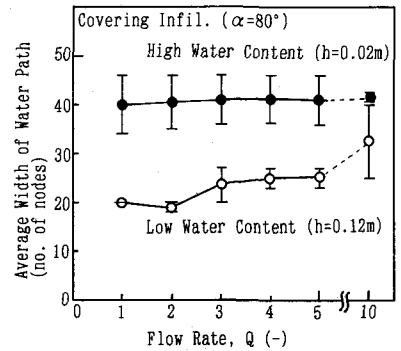


図-10 流量と水みち幅

図-10 には全面浸透のときの流量と平均水みち幅との関係、図-11 には流量とフラクタル次元との関係を、乱数1の場と2の場のそれぞれ(-)とそれらの平均(○、●)について示した。図によると、飽和状態(●、 $h=0.02\text{m}$)ではフラクタル次元、水みち幅とも流量の影響が小さい。一方、乾燥状態(○、 $h=0.12\text{m}$)ではこれらの影響が大きい。不飽和浸透現象では「水分量によって透水係数が決まる」という表現がよくされるが、浸透の実際はこのシミュレーションのように「流量によって水みち幅、そして水分量が決まる」ともいえる。

図-10、11 で乱数1の場と2の場を比較してみると、飽和状態では場の微細構造の相違は水みち幅に大きな影響を与えるが、フラクタル次元への影響は小さい。乾燥状態では逆に、フラクタル次元への影響は大きい水みち幅への影響は小さい。

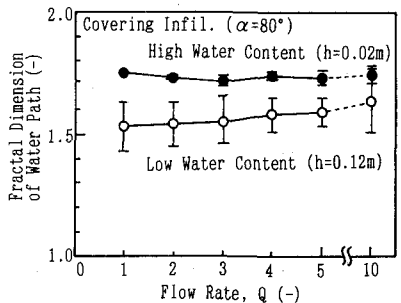


図-11 流量とフラクタル次元

4.5 管網形状の影響

図-12 に、六角形網での乾燥状態中央浸透（流量1）の水みち形状を、(a) 接触角 90° のとき、(b) 接触角 80° のときについて示す。接触角 90° と 80° のときの乱数1の場と2の場でのフラクタル次元の平均値はそれぞれ1.50と1.63であった。図はフラクタル次元がより小さくなった乱数2の場の水みちである。正方形網の乾燥状態（ $h=0.12\text{m}$ ）では、図-3のように接触角が 90° に近づけばフラクタル次元は1に近づく。これに対し六角形網では、図-12 のように接触角 90° でも一次元的水みちにはならない。これは、前述した乾燥状態で一次元的水みちができる実験結果（坂本・竹内（1987））に反する。また、接触角をより小さい 80° にすると乾燥状態でも湿潤実験結果に近い大きなフラクタル次元になってしまい、乾燥の影響が現れない。以上から、横方向の移動を水平管での移動に置き換えたほうが、水平より 30° 傾いた管での移動に置き換えるよりも現実に近いと考えられる。

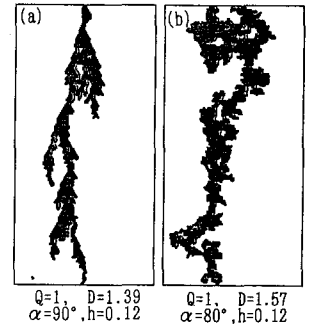


図-12 水みち形状(4)

5. まとめ

本論文では、前報（坂本（1992））で示した「水みち侵入モデル」を一部変更し、接触角、水分量の影響を考慮できるようにした。そして、変更したモデルでシミュレーションを行い、流量、浸透形態、管網形状が水みちのフラクタル次元、形状、幅に与える影響を検討した。得られた主な結果は以下である。

- (1) 接触角を 60° 以上に設定する方法でも残存水分量を適当に設定すれば、前報の湿潤実験結果と同じフラクタル次元を持つ水みちを再現できる。さらに、接触角を 60° 以上に設定する方法では、 9° に設定する限り再現できない乾燥状態の水みちも再現でき、水みちの形状もより実際に近づく。
- (2) 水が不飽和層上面の中央部に集中して浸透する場合には、水みちのフラクタル次元、幅は流量の影響をあまり受けない。この結果は、前報の実験結果と一致する。
- (3) 水が不飽和層上面の全面に浸透する場合には、水みちのフラクタル次元、幅はともに流量が多いほど大きくなる。また場の微細構造の相違は、乾燥状態では水みちのフラクタル次元に、飽和状態では水みち幅に大きな影響を与える。
- (4) 横方向の移動を水平管での移動に置き換える方法の方が、水平より 30° 傾いた管での移動に置き換える方法よりも現実に近い結果が得られる。

参考文献

- 坂本康（1992）：不飽和層中の水みち流れのフラクタル次元と水みち侵入モデルによるシミュレーション、水工学論文集、36、pp.447-452。
- 坂本康・竹内邦良（1987）：色素トレーサーを用いた不飽和浸透・流出実験、土木学会第14回関東支部年次研究発表会講演概要集、pp.78-79。
- 玉井信行・浅枝隆・田中靖治（1987）：毛管モデルによる不飽和透水係数の評価、土木学会論文集、No.381（II-7）、pp.75-81。
- Chandler, R., Koplik, J., Lerman, K., and Willemsen, J.F. (1982): Capillary displacement and percolation in porous media, J. Fluid Mech., 119, pp.249-267.
- Lenormand, R., Touboul, E., and Zarcone, C. (1988): Numerical models and experiments on immiscible displacement in porous media, J. Fluid Mech., 189, pp.165-187.
- Wilkinson, D., and Willemsen, F. (1983): Invasion percolation: a new form of percolation theory, J. Phys. A:Math. Gen., 16, pp.3365-3376.