

山地小流域における雨水流出過程

Runoff Process of Rainwater in Small Mountainous Basin

三島隆明*, 金丸昭治**, 常松芳昭***, 山地克典****

By Takaaki MISHIMA, Akiharu KANAMARU,
Yoshiaki TSUNEMATSU and Katsunori YAMAJI

The channel flow is considered as the rainfall which passes through the infiltration area, where the distribution of pores is assumed as fractal. Using these assumption and the estimation of the characteristics of slope distribution, the method of the lumping of a hillside and the value of fractal number δ of the pores of the infiltration area in a hillside ($\delta=1.8$) are obtained. It is also found that in mountainous basins where the areas are less than 0.2km^2 the delay of runoff is nearly 20 minutes and that the Manning's coefficient n is nearly $0.05 (\text{m}^{-1/3}\cdot\text{s})$.

Key words: runoff, infiltration, simulation-model, mountainous basin

1. まえがき

山地流域からの雨水流出現象は、流域の面構造部分から流路に流出する現象と、各流路に流出した雨水が合流を重ねながら下流端に集合する現象とに大別される。従来、これらの現象に直接的に影響する要素として、地形に関する解析¹⁾、地質構造を含めた雨水の浸透機構の解明²⁾、降雨遮断や蒸発あるいは蒸散に関する研究³⁾など基礎的な研究の集積が行われており、これらの成果を総合化していくことが基本的かつ重要なことであるが、計算時間について見ても現状では極めて時間を要するようである。

そこで、この研究では山地小流域のモデル流域を選定し、斜面域の浸透流にこれまでに著者らが行ってきた雨水流動モデル⁴⁾を適用するとともに、流域の地形分布特性を考慮した流域のlumping法について検討し、山地小流域における雨水の集合過程の効果的な解析方法について考察した結果を述べる。

2. モデル流域の概要

山地小流域の規模としては、 0.5km^2 以下のものが代表的なものと考えられるので、Fig. 1に示すような、

* 正 会 員 工 博 広島大学講師 工学部第四類（建設系）

（〒724 東広島市鏡山1-4-1）

** 正 会 員 工 博 広島工業大学教授 工学部

（〒729 広島市佐伯区三宅2-1-1）

*** 正 会 員 工 博 広島大学助教授 工学部第四類（建設系）

**** 学生会員 広島大学大学院

流域面積が0.192km²，平均標高268m，平均勾配0.64，形状係数0.85，最高標高376mの扇型をした流域を解析対象とした。また，1/1000の地形図を用いて決めた流域の河道分布ならびに支川の分割流域（9個）は図中に示すとおりである（後述のTable 2 参照）。

3. 雨水流動の仮定と条件

単位の小斜面および河道における雨水の流動を以下のように単純化した。

- (1) 流域の地質構造がほぼ一様と思われる規模の小流域を対象とし，空隙構造はフラクタル的であるとする。
- (2) 斜面内単位面積からの浸透流はDarcy則にしたがって水筋へと流動し，表面流は河道へ直接流出する。
- (3) 斜面から河道への流入量は，代表的状況として定常あるいはそれに近い状態を想定し，ある時間（該当する河道内の伝播時間）内は一定と考える。
- (4) 河道は三角形断面で近似される。
- (6) 河道内の流動はManningの流動則に従う。

4. 斜面域の雨水流動

斜面内の雨水の流動は浸透流と水筋の流れに大別される。

4. 1 浸透流

空隙分布がフラクタル的であり，流動がDarcy則に従うと考えれば，透水係数 k ，毛管水上昇高 h_b および浸透度が(1)～(3)式で表わされ，流動は(6)式の条件下での(4)，(5)式の解として表わされる。

また，降雨量が浸透流を超過する場合には，(7)式のような超過量が表面流として直接下流の水路へ流出することになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k(y_i)}{k(y_m)} = \left(\frac{y_i}{y_m} \right)^{\frac{3-\delta}{2}} \quad (1), \quad \frac{h_b(y_i)}{h_b(y_m)} = \left(\frac{y_m}{y_i} \right)^{1/2} \quad (2) \\ r \cdot y_a = \int_{y_0}^{y_e} k(y) dy \quad (3) \\ b(y) \frac{\partial h}{\partial t} + b_u \frac{\partial q}{\partial y} = b_u \cdot k(y) \quad (y_0 \leq y \leq y_e), \\ \quad \quad \quad \text{or} = 0 \quad (y_e \leq y \leq y_m) \quad (4) \\ q = -k(y) \cdot h \frac{\partial}{\partial y} (h - h_b) \quad (5) \\ h_{y=y_0} = d, \quad \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_{y=y_0} = \left(\frac{\partial h_b}{\partial y} \right)_{y=y_0}, \quad h_{y=y_m} = h_p \quad (6) \\ r \cdot y_a - \int_{y_0}^{y_m} k(y) dy \quad (7) \end{array} \right.$$

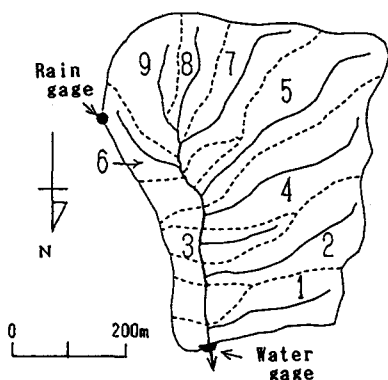
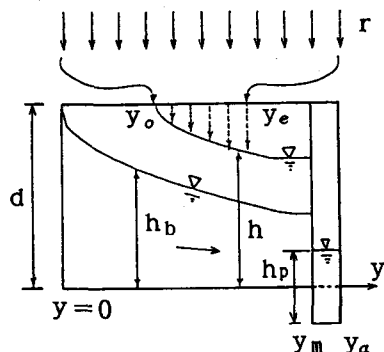
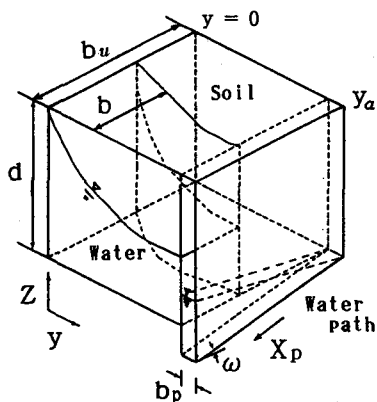


Fig. 1 Topographical map of basin



(a) Side view of flow



(b) Three dimensional diagram of flow

Fig. 2 Schematic diagram of model

$$t_j - t_{j-1} = p k_c \int_{x_{j-1}}^{x_j} \left\{ \int_{x_{j-1}}^x q_{sj} l_{sj} dx + q_c(t_{j-1}, x_{j-1}) \right\}^{p-1} dx \quad (18)$$

$$p = 3/4 \quad (19)$$

$$k_c = \left(\frac{n}{\sqrt{s \sin \theta}} \right)^{3/4} \cdot \left(\frac{8}{s \sin \eta} \right)^{1/4} \quad (20)$$

5. 2 斜方形の長方形への置換

次に, Lumping のための斜面の単純化を行なう。任意形状の $x_{j-1} \sim x_j$ 区間の斜面面積を a_{sj} とし, これを m 等分した場合について考える。一般に $x_{j-1} \sim x_j$ 区間の斜面が長方形であると考えれば, 区間の流量および特性曲線式は (21), (22) 式のようなので, これらの式を用いて, 置換の可能性を検討することができる (Fig. 4 参照)。

Fig. 4 に示す代表例のように流下距離 x と流域面積 (両側の累加量) Σa_{sj} の関係は, ほぼ直線的な関係になる場合が多いので, 長方形に置換され, 対象区域の特性曲線式は, (23), (24) 式のように近似される。ただし, (25)~(29) のように表わされる α_j, β_j は係数, k'_{cj} および k'_{cj} は j 番目区間の置換前後の値である。

$$q_c(t_i, x_i) = \frac{i-1}{m} q_{sj} a_{sj} + q_c(t_{j-1}, x_{j-1}) \quad (21)$$

$$t_j - t_{j-1} = \frac{m k_{cj}}{q_{sj} a_{sj}^{1-p}} \sum_{i=1}^m (x_i - x_{i-1}) \left[\left\{ \frac{i}{m} + \frac{q_c(t_{j-1}, x_{j-1})}{q_{sj} a_{sj}} \right\}^p - \left\{ \frac{i-1}{m} + \frac{q_c(t_{j-1}, x_{j-1})}{q_{sj} a_{sj}} \right\}^p \right] \quad (22)$$

$$x_j - x_{j-1} = \frac{(x_j - x_{j-1})}{\sqrt{1 + \alpha_j - 1}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\alpha_j}{m}} i - \sqrt{1 + \frac{\alpha_j}{m}} (i-1) \right\} \quad (23)$$

$$t_j - t_{j-1} = \frac{k_{cj} (x_j - x_{j-1}) m}{(q_{sj} a_{sj})^{1-p} (\sqrt{1 + \alpha_j - 1})} \sum_{i=1}^m \left[\left\{ \sqrt{1 + \frac{\alpha_j}{m}} i - \sqrt{1 + \frac{\alpha_j}{m}} (i-1) \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{i}{m} + \beta_j \right)^p - \left(\frac{i-1}{m} + \beta_j \right)^p \right\} \right] \quad (24)$$

$$\alpha_j = \left(\frac{l_{sj}}{l_{sj-1}} \right)^2 - 1, \quad \beta_j = \frac{q_c(t_{j-1}, x_{j-1})}{q_{sj} a_{sj}}, \quad k_{cj} = \left(\frac{n}{\sqrt{s \sin \eta_j}} \right)^{3/4} \cdot \left(\frac{8}{s \sin \delta_j} \right)^{1/4} \quad (25) \quad (26) \quad (27)$$

一般に, 各部分は, (28) 式のような変換指標 γ_j が 1 の時, 面積, 区間長の等しい長方形に変換できる。Fig. 5 からわかるように, $\beta_j \geq 2$ では $\gamma_j = 1$ と考えて差しつかえないが, γ_j は $\beta_j = 0$ または 1, すなわち上流端部では α_j の値によって変化するので, 同面積, 同区間長の長方形に変換するときには k'_{cj} を用いて変換することになる。

$$\gamma_j = \frac{k'_{cj}}{k_{cj}} = \frac{m}{(\sqrt{1 + \alpha_j - 1}) \{ (1 + \beta_j)^p - \beta_j^p \}} \sum_{i=1}^m \left[\left\{ \sqrt{1 + \frac{\alpha_j}{m}} i - \sqrt{1 + \frac{\alpha_j}{m}} (i-1) \right\} \right]$$

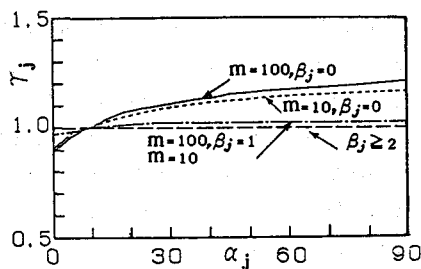


Fig. 5 Behavior of coefficients in relation to transformation of slope's shape, α_j & γ_j

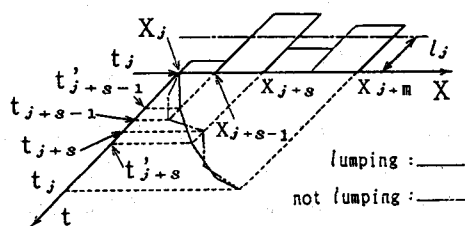


Fig. 6 Definition sketch for lumping of slopes

$$\times \left\{ \left(\frac{i}{m} + \beta_j \right)^p - \left(\frac{i-1}{m} + \beta_j \right)^p \right\} \quad (28)$$

5.3 Lumping法について

一般に、山地斜面を単純化した場合も、例えば Fig. 6 のように分布する斜面は、(29)式の値が1になるように取れば、その区間を一樣な斜面長の斜面として Lumping することができる。

$$\frac{t_{j+m} - t_j}{t'_{j+m} - t'_j} = \frac{\sum_{k=j+1}^{j+m} \frac{X_k - X_{k-1}}{a_{s,k} - a_{s,k-1}} (a_{s,k}^p - a_{s,k-1}^p)}{\frac{X_{j+m} - X_j}{a_{s,j+m} - a_{s,j}} (a_{s,j+m}^p - a_{s,j}^p)} \quad (29)$$

しかし、上流端においては $j=0$ であるから、上流部の区分面積を拡大して、Table 1 に代表例(7ブロック、Table 2 参照)を示すように、支川流域面積の10%前後 ($a_{sj}/a_{sm} \approx 0.1$) に相当する上流端部の斜面を1ブロックとして長方形に変換し、その下流をまとめて長方形に変換すれば、各部分の t_m/t'_m の値がほぼ1になることから、一般に水路に沿う斜面域は、上流部の10%を目安にして2分すればよいと考えられる。

5.4 長方形斜面から標準斜面長を有する斜面への変換

このように長方形に変換された斜面は、(30)~(32)式によって斜面位置を (x_{j-1}, x_j) から統一された一つの斜面長 l_{ss} (標準斜面長と呼ぶことにする) を有する (s_{j-1}, s_j) 斜面に変換される。ただし、 l_{ss} は標準斜面長、 δ_j は係数である。

$$s_{j-1} - x_{j-1} = \left\{ (x_j - x_{j-1}) - \frac{a_{sj}}{l_{ss}} \right\} \delta_j \quad (30)$$

$$x_j - s_j = \left\{ (x_j - x_{j-1}) - \frac{a_{sj}}{l_{ss}} \right\} (\delta_j - 1) \quad (31)$$

$$\delta_j = \frac{(1 + \beta_j)^p - \beta_j^p - p(1 + \beta_j)^{p-1}}{p\beta_j^{p-1} - p(1 - \beta_j)^{p-1}} \quad (32)$$

Fig. 7 に示すように β_j に対する δ_j の変化は、 $10 < \beta_j$ では $\delta_j \approx 0.5$ と見なされるが、例えば、流域の最上流部などのように $\beta_j < 2$ となる場合は(30)~(32)式を用いて長方形を標準斜面長を有する長方形に変換する必要がある。

5.5 河道への流入斜面の分割法

これらの変換において問題になるのは、流域面積の距離による分布図に基づいて台形、長方形に区切る際の分割法則である。一本の小支川を対象にする時は、例えば河川勾

Table 1 Values of Eq. (29)

$x_m = 353.0$ (m), $a_{sm} = 19447.1$ (m²)

(a) $j=0$, $x_{sj} = 0.0$ (m),
 $a_{sj} = 0.0$ (m²), $a_{sj}/a_{sm} = 0.00$

	Σx_k	Σa_{sk}	Eq. (29)
$j+m=1$	57.7	1363.7	1.000
2	122.3	3991.4	1.061
3	166.3	6999.8	1.110
4	206.3	9340.5	1.112
5	249.8	12957.8	1.132
6	287.5	15052.5	1.122
7	353.0	19447.1	1.117

(b) $j=2$, $x_{sj} = 122.3$ (m),
 $a_{sj} = 3991.4$ (m²), $a_{sj}/a_{sm} = 0.21$

	Σx_k	Σa_{sk}	Eq. (29)
$j+m=3$	166.3	6999.8	1.000
4	206.3	9340.5	0.996
5	249.8	12957.8	1.006
6	287.5	15052.5	0.999
7	353.0	19447.1	0.999

x_k, a_{sk} : length & area of sub slope,
 x_m, a_{sm} : total values of x_k & a_{sk} ,
cf. Σx_k : (m), Σa_{sk} : (m²)

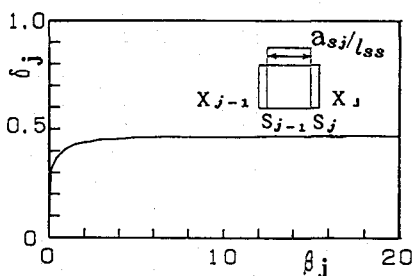


Fig. 7 Behavior of coefficients in relation to transformation of slope length, β_j & δ_j

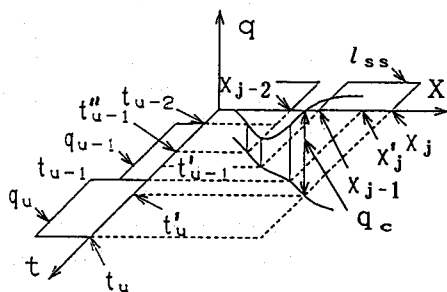


Fig. 8 Definition sketch of flow from slopes which have a standardized length, to the channel

配が急変する所を境界とし、自然な感覚で、出来るだけ勾配の近い部分はまとめて取り扱えばよいと考えられる。

Table 2 Geographical parameters

Block no. & Sub B. no.	Δx (m)	Δy (m)	Δw (m)	k_c	l_{sj} (m)	a_{sj} (m^2)
1--m	14.89	7.59	24.13	5.664	130.09	1937.0
10	31.59	8.41	7.47	4.457	0.00	0.0
11	155.56	3.15	7.08	3.096	83.95	13059.2
12	50.72	1.87	7.47	2.652	42.34	2147.5
2--m	98.16	7.88	8.67	4.497	104.06	10214.5
20	64.91	2.80	6.54	2.926	0.00	0.0
21	237.14	2.92	7.12	3.021	87.59	20771.7
22	31.52	0.93	15.65	2.669	30.11	949.2
3--m	44.00	7.01	8.41	4.278	94.58	4161.3
30	20.27	3.50	8.41	3.333	0.00	0.0
31	70.33	1.90	14.71	3.116	37.42	2631.9
32	28.48	1.56	5.14	2.338	46.51	1324.5
4--m	45.17	7.01	18.21	5.134	125.33	5661.3
40	25.29	7.94	12.14	4.875	0.00	0.0
41	179.42	3.21	8.23	3.220	124.98	22424.7
42	96.72	1.46	11.68	2.743	48.98	4737.2
5--m	49.98	8.17	7.94	4.469	122.02	6098.6
50	54.43	3.74	7.94	3.368	0.00	0.0
51	61.69	2.43	6.54	2.794	30.88	1905.0
52	139.00	4.63	8.87	3.723	91.07	12658.4
53	125.88	2.31	6.54	2.749	104.40	13142.2
54	36.22	0.47	7.01	2.049	33.59	1216.6
6--m	74.72	7.01	9.34	4.380	112.48	8404.4
60	27.27	11.21	11.21	5.436	0.00	0.0
61	114.98	2.30	12.61	3.183	52.44	6029.2
62	41.26	0.82	10.74	2.391	24.46	1009.1
7--m	45.35	8.17	16.81	5.327	77.14	3498.4
70	60.41	6.07	10.27	4.247	0.00	0.0
71	62.09	5.72	10.74	4.199	70.83	4397.5
72	138.49	1.61	3.09	2.187	79.75	11045.1
73	58.87	3.39	7.94	3.255	44.64	2627.7
74	51.39	1.28	4.90	2.206	26.54	1363.7
8--m	40.73	3.97	10.27	3.645	181.53	7393.8
80	19.54	4.67	11.21	3.942	0.00	0.0
81	188.61	2.16	10.62	2.998	59.39	10847.1
82	26.32	4.90	1.64	3.091	56.16	1478.1
9--m	0	0	0	0	0.00	0.0
90	30.96	3.50	10.27	3.488	0.00	0.0
91	109.64	2.16	13.54	3.175	63.42	8033.2
92	57.14	2.34	19.38	3.551	38.38	2193.1

Δx :horizontal distance, Δy :altitude, Δw :width of valley,
 k_c :value of Eq.(38), l_{sj} :length of slope, a_{sj} :area of slope

6 本、支川の流れ

標準斜面長に変換した斜面から本、支川への流れは、Fig. 8 に示すように時間および場所 ($t_u, t_{u-1}, \dots, x_j, x_{j-1}, \dots$) が既知で、単位面積からの流量 $q_u = q_p$ が与えられた時は、(33)、(34)式を用いて逐次計算していけば $x'j$ と $q_c(t_{u-1}, x'j)$ が求められる。

$$q_c(t'_{u-1}, x_j) = q_c(t_{u-1}, x'j) + q_{ulss}(x_j - x'j) \quad (33)$$

$$t'_{u-1} - t_{u-1} = \frac{k_{cj}}{q_{ulss}} \left[\{ q_{ulss}(x_j - x'j) + q_c(t_{u-1}, x'j) \}^p - q_c(t_{u-1}, x'j)^p \right] \quad (34)$$

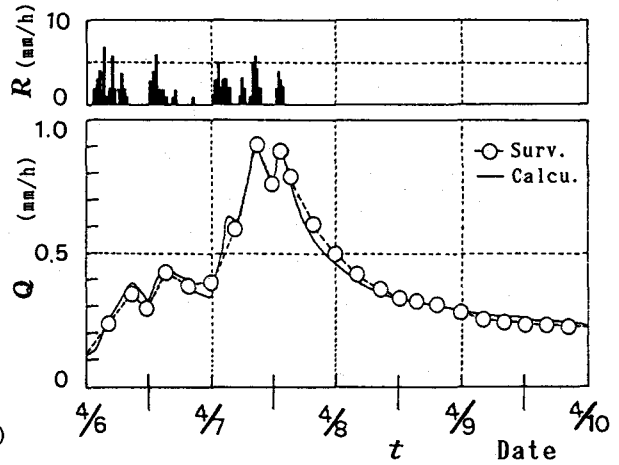


Fig. 9 Comparison of the calculated hydrograph with the surveyed hydrograph in 1991.

7. 実流域資料に基づく解析

7. 1 解析手順

1/1000 の地形図上で谷と判断される部分は全て河道と見なして、対象流域を9個の小流域に分割し、その本・支川について各河道の勾配を考慮して、当該斜面を前述の方法で長方形に単純化した後、各支川上流部の10%程度を目安に Lumping を行なうとともに、(38)式で k_c を算出した後、降雨遮断を評価したタンクモデルを用いて対象流出の有効降雨を算出し⁶⁾、(1)~(7)式および(10)~(14)式で浸透流を算出し、さらに(17)~(34)式を用いて河道流の計算を行なった (Table 2 参照)。

7. 2 河道の係数 k_c の算出

雨水が流動する流水断面形状を三角形の一樣断面とすると、流量は(35)式のようにになるが、現実の山地流域の河道は必ずしも一樣ではなく場所的に変化しているので、一般に三角錐形で近似されると考えて、(35)~(37)式のように近似すれば、計算に用いる k_c は(38)式のようにになる。

$$q = \frac{1}{2} a y^{2/3} \sin^{1/2} \theta = \frac{1}{n} h^{2/3} \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} \cdot \left(\sin \frac{\eta}{2} \right)^{5/3} \cdot \frac{1}{\cos(\eta/2)} \times \sin^{1/2} \theta \quad (35)$$

$$\sin \theta = \frac{\Delta y}{\{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2\}^{1/2}} \quad (36), \quad \sin \eta = \frac{\Delta w \cdot \Delta y}{(\Delta w/2)^2 + (\Delta y)^2} \quad (37)$$

$$k_c = 8^{1/4} n^{3/4} \left(\frac{\Delta y}{\Delta w} \right)^{1/4} \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta w}{\Delta y} \right)^2 \right\}^{1/4} \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \right\}^{3/16} \quad (38)$$

ただし、 a は流水断面積、 h は水深、 $\Delta x, \Delta y$ は対象地点の河道の流れ方向の水平距離と高低差、 Δw は谷幅である。

具体的な計算は、浸透実験結果など⁵⁾を参考にして、 $l = bu = 1m$, $y_m = 99cm$, $d = 40cm$, $\gamma = 0.45$, $k(y_m) = 0.01cm/s$, $hb(y_m) = 16cm$ とした。また、 $\Delta y = 1.25cm$, $\Delta x = \Delta x' = 2cm$, $\Delta t = 5s$ として、この流域の代表的な数種類の出水について、フラクタル次数 δ および粗度係数 n を仮定して試算したハイドログラフを実測値と比較した。その一例を示したものが Fig. 9 である。この例は、 $\delta = 1.8$, $n = 0.05(m^{-1/3} \cdot s)$ としたものであるが、図から判るように計算値と実測値は、ほぼ一致している。

この流域の各出水に関して得られた全般的な計算結果のうちで、フラクタル次数 δ の範囲に関しては $\delta = 1.6 \sim 1.9$ 、河道の粗度係数 n に関しては $0.03 < n < 0.08 (\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s})$ 程度の値となった。また、平均的にみると、この流域の河道末端における流出の遅れ時間は、 $n = 0.05 (\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s})$ の状態であれば、20分程度になるが、代表出水の実測記録について遅れ時間を求めると、7～30分であり、この計算結果とほぼ一致していた。

以上の結果から、この検討例のように流域面積が 0.2 km^2 の山地小流域の場合、河道部における流出の遅れ時間はほぼ20分以下であり、粗度係数 n の値は $0.05 (\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s})$ 程度になると予想される。

逆に、このようにして算出された時間以上の流出の遅れは、斜面域において生ずる遅れであると考えられる。したがって、山地小流域を対象にして解析単位時間を30分程度以上に取って雨水流出解析をする場合、あるいは、そのような解析法においては、流出の時間遅れを考慮しなくても十分な解が得られるものと考えられる。例えば、タンクモデル法のようなブラックボックス的解析法を山地小流域の雨水流出解析に適用したときでも、かなりの適合性が得られるのは、このような理由によるものと考えられる。

8. まとめ

流域の表層部の空隙がフラクタル的な分布をすると仮定した浸透域を流動して、水路の流れになるとした雨水の集合過程を検討した結果、以下のことが明らかになった。

- (1) 単純斜面の浸透域における雨水の流動性状は、空隙の分布特性を表わす係数であるフラクタル次数 δ によって多少変化するが、山地小流域においては $\delta = 1.8$ 程度の値になる。
- (2) Kinematic Wave 法を用いた河道域の雨水の集合過程の解析において、山地小流域の斜面分布の取り扱い方法の単純化を明確にすることにより、解析方法全般を単純化することが出来た。
- (3) その手法に基づいて、実測ハイドログラフと計算ハイドログラフを比較した結果、対象とした山地河道における流動は、ほとんど移流現象であることが判った。
- (4) 対象としたように、流域面積が 0.2 km^2 以下程度の山地小流域の河道における流出の遅れ時間は20分程度であり、河道の粗度係数 $n = 0.05 (\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s})$ 程度であることが判った。
- (5) 流域面積が 0.2 km^2 程度以下の規模の山地小流域の流出現象の解析において、解析単位時間を30分以上にとっても良い場合には、その流れ全体を一括 Lumping することが出来る。

以上、山地小流域を対象とした流出解析法および Lumping の方法に関して具体的な所見が得られた。今後、さらに他流域を対象にした解析を行なっていく予定である。

参考文献

- 1) 例えば、高埴琢馬・椎葉充晴・立川康人・原口 明：数値地形情報による流域場のモデル化と流出シミュレーションモデルの開発、水文・水資源学会、1993年研究発表会要旨集、pp. 66-67, 1993。
- 2) 例えば、坂本 康・武富幸郎・竹内邦良：水みちを持つガラス・ビーズ層でのトレーサ移動実験、土木学会第43回年講、講演概要集、pp. 118-119, 1988。
- 3) 例えば、神田 学・日野幹雄：植生の過渡的応答特性(蒸散-吸水のタイムラグ)に関する流体力学的アプローチ、水工学論文集、第35巻、pp. 21-26, 1991。
- 4) 三島隆明・金丸昭治・常松芳昭・Shahane De COSTA：山腹における雨水流出機構、水文・水資源学会誌 Vol. 6, NO. 1, pp. 36-46, 1993。
- 5) 三島隆明・金丸昭治・常松芳昭：山腹斜面の雨水流出機構に関する研究(3)、广大工学部研究報告、第39巻、第1号、pp. 39-51, 1990。
- 6) 三島隆明・金丸昭治・常松芳昭・Shahane De COSTA・山田祐一郎：樹木による降雨遮断について、広島大学工学部研究報告、第42巻、第2号、1996 (印刷中)。