

直接数値計算による任意波状境界上の 3次元乱流の解析

3-D Numerical study on Turbulent Flow Structure
over Wavy Boundaries at High Reynolds Number

日野幹雄* 奥村卓也**

By Mikio Hino and Takuya Okumura

A numerical study on 3-D turbulent flow over wavy boundaries has been performed by applying the orthogonal mesh generating technique and a high-order upwind differential scheme. The investigations simulated four different cases. In those four cases, three cases are simulated as a duct flow, and the rest as a open channel flow.

The mean flow profiles, turbulent intensities and the Reynolds stress distribution together with streamwise vortices are obtained. Over the ascending slope, the shear stress is intensified, while over the descending slope it is reduced. The shear stress at the bottom has particular periodic pattern in spanwise direction which may be attributable to the Goertler type of longitudinal vortices which induce upward and downward flow.

Vortical structure is the main difference between duct and open channel. In case of open channel, the longitudinal vortices developed over the ascending slope are ejected over the descending slope, and another longitudinal vortices begin to develop over the boundary.

Keywords : Turbulent coherent structure, High Reynolds number, Direct simulation, Sinusoidal and dune-shaped solid surface, Wavy boundary.

1 はじめに

河床波の発生が河床を構成する砂礫層（移動速度は流速に比べ無視し得る）と流れとの流体力学的不安定によるものであることが、J.F. Kennedy(1963)²⁾のポテンシャル理論による解析により明らかにされて以来、様々な研究が行われてきた。また逆に、河床波の存在が流れにどのような影響を与えるかは、河床波の発達過程に関連して興味深い問題である。我々はこれまでに層流域における2次元及び3次元地形上の流れを取り扱った。ここでは、乱流域に於て壁面の形状の変化が、乱れの統計量や壁面せん断応力分布また圧力勾配などにどのような変化をもたらすのかを明らかにする。また管路流と水路流との比較をも試みる。レイノルズ数が高い場合、波状境界上の流れにおけるこれらの諸量を理論的に導くことは困難であり、実験もしくは数値実験を行う必要がある。特にこのような流れの乱れの瞬間像を必要とする場合には数値実験が効果的となる。境界形状は、正弦型(run-1, run-4)及びDune型(run-2, run-3)を取りあげた。このうちrun-1~3は圧力勾配と壁面にかかる応力との関係を明確にするために管路流とし、run-4では実河川の流況を想定し上部を開放とした。境界形状による影響を明らかにするために、それぞれ波長・波高を同一に設定した。また比較のために flat plate ductの計算も行った。

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 学生会員 工学部土木工学科

(〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1, Tel 03-3726-1111 ex. 2591)

2 計算方法

基礎方程式及びスキーム：数値計算の方程式はMAC法に従い、ナビエ-ストークス方程式(1)、及び圧力に対するポアソン方程式(2)である。ポアソン方程式はN-S方程式の両辺の発散をとり常に次の時間ステップで連続式を満たすようにしたものである。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{v} = - \text{grad } p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} \quad (1)$$

$$\Delta p = - \text{div}(\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{v} + \frac{1}{\Delta t} \text{div } \mathbf{v} \quad (2)$$

ここでReはレイノルズ数であり、 Δt は(1)式を差分化するときの時間刻みである。時間微分についてはオイラーの前進差分表式を用いた。非線形項を除く全ての時間微分は中心差分により近似され、非線形項は河村スキーム³⁾を用いた。flat plate duct及びrun-1では、圧力勾配と流量の関係を正確に求めるために平均圧力勾配を一定として与え($dp/dx=0.0015$)計算し流量を求め、それによりレイノルズ数($Re=U_{max} \cdot H/\nu$)を逆算するものとする。run-2、run-3の場合は初期の流量を一定に保つように圧力勾配を与えた。run-4では境界上部で流入・流出が行われるために、流量が変化するので、圧力勾配を一定として計算した。また今回の計算では無次元時間5.0で管路中央部の流体が流下方向に一周分進む割合となる。

格子網：計算の精度を上げるために、鉛直方向に不等間隔格子を用い、波面に沿った直交座標系を適用している。run-1~3では、メッシュ数をX方向62、Y方向46、Z方向25としているが、計算時間の節約のため、y方向には中央より下部で多く集中(上部15下部30)させている(図-1)。ただしflat plate ductの計算では上下の非対称性が影響する可能性もあるので、メッシュ数は中央面より上下で等しくとった(X方向61、Y方向51、Z方向25)。また

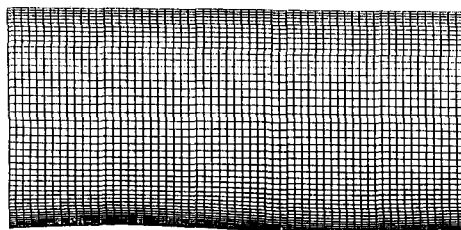


図-1 直交不等間隔格子

run-4ではX方向61、Y方向31、Z方向31としている。

表-1

	flat	run-1, 2, 3	run-4
波長平均管径比(L/H)	4.030	4.030	4.030
振幅平均管径比(a/H)		0.037	0.090

境界形状・座標系：計算の境界形状の諸量を表-1に示す。座標系及び断面形状

は図-2に示す通りであり、run-1~3では上部がflatな壁になっており、下部が波状境界になっている。run-4では境界断面形状は管路流の下半分のみとなる。

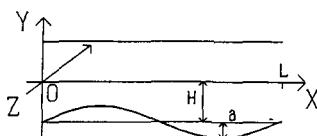


図-2 座標系及び境界断面形状

初期条件・境界条件：run-2及びrun-4では層流のプロファイルの各成分(流速・圧力)に主流の0.05倍の乱れを乗せた。run-1、run-3ではrun-2の $T=280$ の結果から継続し計算

を行った。また、境界条件は流下方向・スパン方向は共に周期境界条件、また鉛直方向には流速を壁面ノンスリップ条件で与えた。

表-2

	flat	run-1	run-2	run-3	run-4
レイノルズ数	3924	3868	3927	3981	5360
流量	1.390	1.334	1.333	1.333	0.675

3 計算結果と考察

表-2に計算の諸元を示す。せん断応力は次式により計算した。

$$\tau_n = \frac{\partial u_s}{\partial n} = \frac{1}{\Delta n} \left(u \frac{\Delta x_s}{\Delta s} + v \frac{\Delta y_s}{\Delta s} \right)$$

図-3にflat plate ductの計算結果を示す。平均値は空間的には流下方向およびスパン方向に61*25点、また時間的には1000ステップをとった。平均流はきれいな

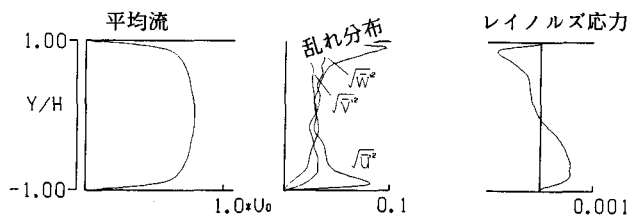


図-3 flat plate ductの計算結果

対数分布となっており、また主流方向の乱れ分布は壁面近傍で高い値を持つ。(U_0 は初期値の層流プロファイルの中心流速で定義した。) 今回の計算は約 $Re=4000$ であり、我々が前回に計算した $Re=10000^{(4)}$ の場合よりも乱れの値は小さくなっている。レイノルズ応力の分布はかなり直線に近いといえる。

(a) 正弦型境界の場合 (run-1)

正弦型波状境界の境界上の平均せん断応力 (τ_n) の流下方向成分の分布を図-4に示す。(平均値は空間的にスパン方向に25点、時間方向に1000ステップのデータを基にする。以下に示す平均値は同様の手法による。) 底面の平均せん断応力分布は最大値・最小値を境界形状よりも位相が上流側に約1/4波長ずれた場所に持つことが分かる。(日野・宮永, 1977) ⁵⁾

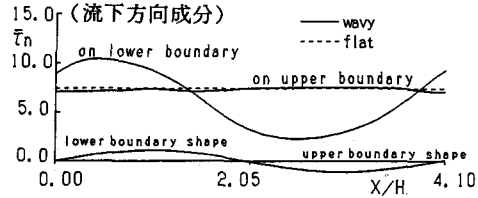


図-4 平均せん断応力分布

波状境界の底面のせん断応力の平均値はflatな場合よりも小さく出ている。これは平均流のプロファイル(図-5)に於て壁面での平均流速分布の勾配が小さくなっている事に対応する。しかし、主流方向の平均乱れ分布(図-6)では、底面境界付近の乱れはflatな場の約1.5倍ほどの値をとり、また平均レイノルズ応力分布(図-7)も同じ傾向を示している。flatな場合と壁面からの乱れ分布の立ち上がりを比較すると(図-8)、波状境界としたほうがピークが上方に現れる。これは主流のプロファイルが底面付近で瘦せる原因となり、せん断応力が減少することを理由付る。

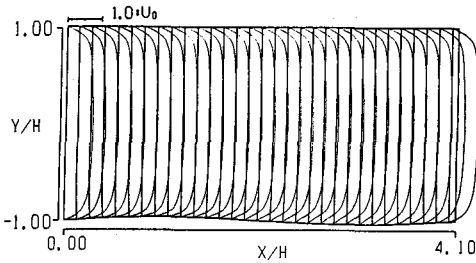


図-5 平均流のプロファイル

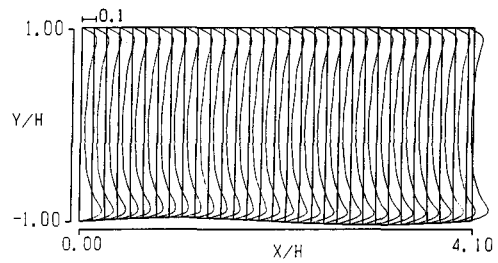


図-6 主流方向の平均乱れ分布

以下に $T=280$ の結果を示す。底面のせん断応力の分布(図-9)を見るとスパン方向にあるパターンが繰り返されていることが分かる。(この図によれば3パターンが繰り返されている。) ここでその特徴的な部分として $Z=1.167$ (a) と $Z=$

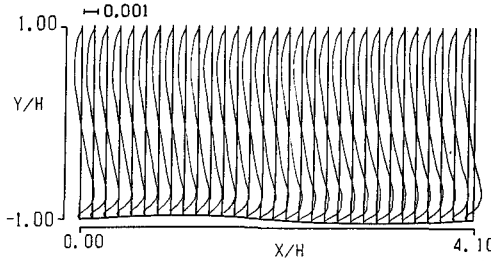


図-7 平均レイノルズ応力分布

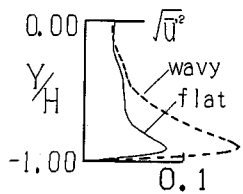


図-8 乱れ分布の比較

1.583 (b) の X - Y 断面を図-10に示す。同図に示されているのは (u', v') のベクトル図である。(a) の断面では底面付近の u' が負の方向を向いており、これがせん断応力が相対的に低い値となる原因となっている。一方、上面付近では u' は正の方向を向いている。また、断面 (b) ではその逆となっている。この断面でレイノルズ応力の分布(図-11)をとると (a) では底面付近で正、上面付近では負となっている。

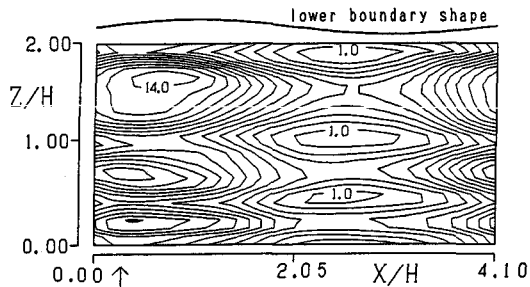


図-9 底面せん断応力分布

これは断面(b)でも同一の結果となる。X-Z断面の底面付近の(v' , w')のベクトル図(図-12)を見るとせん断応力が大となる部分では高速下降流が起き、また低い部分では低速上昇流が存在していることが認められる。

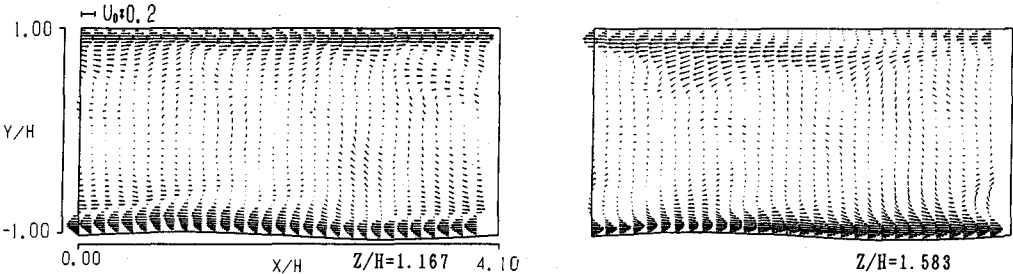


図-10 乱れ成分のベクトル図 (X-Y断面)

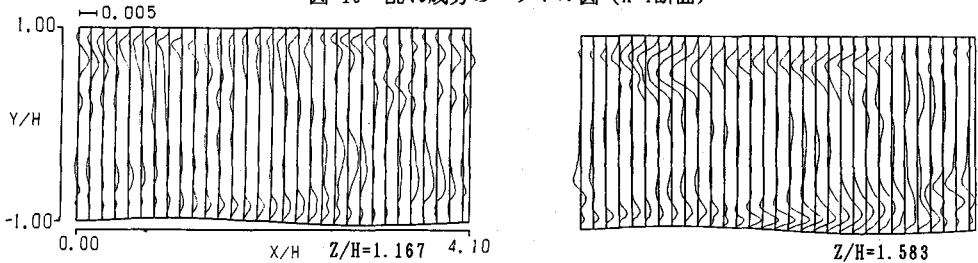


図-11 レイノルズ応力分布 (X-Y断面)

一見すると遷移域の現象と考えられるが、この計算は後述する run-2の流れ場を初期値として用いたものであり、遷移領域でのストリーク構造が現れているとは考えにくい。この現象は正弦型地形の凹面域の影響によるゲルトラ渦である可能性もある。(Tani, 1976)⁶⁾ その場合渦の発生は凹型斜面により促進され、安定的な渦列の形成に向うと考えられる。底面付近の流下方向に軸を持つ渦度のコンター図に依れば(図-13)、組織的な渦列が正負対となり流下方向に並んでいる様子が確認される。このような現象が乱流域でも安定して現れるものであるのか今後計算を継続して検討を加える必要がある。

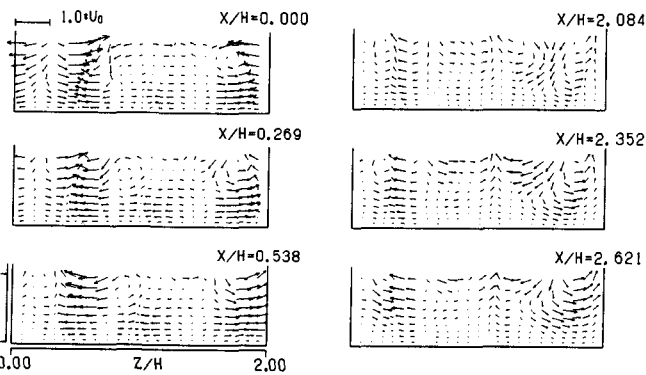


図-12 底面付近の乱れ成分のベクトル図 (Y-Z断面)

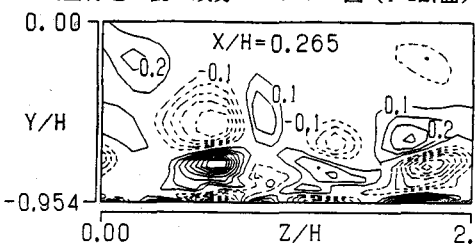


図-13 乱れ成分による ω_x (Y-Z断面)(図-9の→断面)

(b) Dune型境界の場合 (run-2)

平均せん断応力分布を図-14に示す。底面のせん断応力は境界形状の位相の前方に最大値を持つことはrun-1の場合と同じであるが、その変動はより大きなものとなっている。

以下に $T=280$ の結果を示す。底面にかかるせん断応力のコンター図(図-15)をみると、run-1の様なスパン方向の周期性は現れない。また最大値をとる部分と最小値をとる部分の間隔がせばまっていることが分かる。境界形状の凹面域が

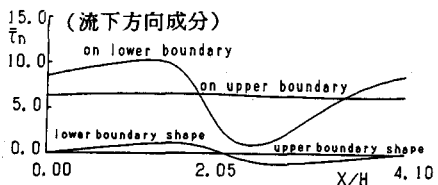


図-14 平均せん断応力分布

狭いためにrun-1の様な安定した構造が現れないものと考えられる。

この強せん断応力をもたらす流れ場のメカニズムを Z/H 検討する。Dune後方に存在する ω_z が（これは底面境界から放出された渦であると考えられる。図-16）底面付近で正負対となる ω_y を生み出す（図-17）。その ω_y が流下方向に軸を持つ渦同様に正負対に作り出す（図-18）。その ω_x が底面付近に収束流を形成する。その渦対による収束流は地形効果により一層強まり高速の上昇流を作り出し（レイノルズ応力はその部分で負となっている。図-19）、それが底面に前記とは逆の ω_y の対を作り出す。そしてまた収束流の部分でせん断応力は最大となる。この流れ場を概念図で示すと図-20のようになる。今回計算を行った全てのケースに於てこのような流れ場が存在するわけではないが、平均レイノルズ応力が上り勾配($X=0.0$ 付近)の底面境界付近で負となるのは波状境界上の計算に共通するものである。

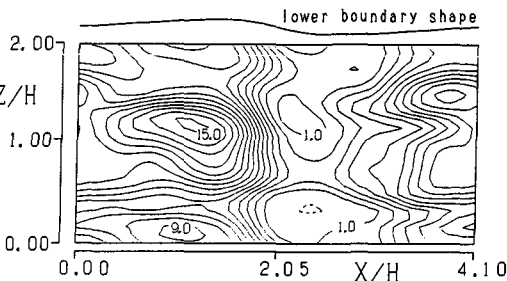


図-15 底面せん断応力分布

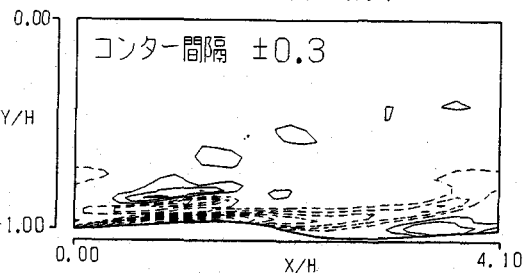


図-16 乱れ成分による ω_z (X-Y断面)
(図-17の→断面)

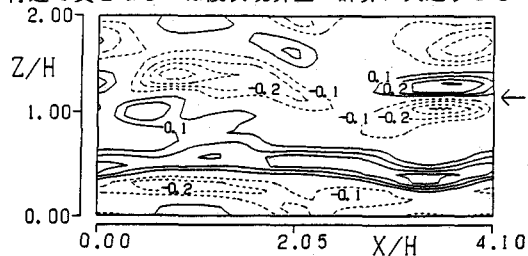


図-17 底面付近の乱れ成分による ω_y

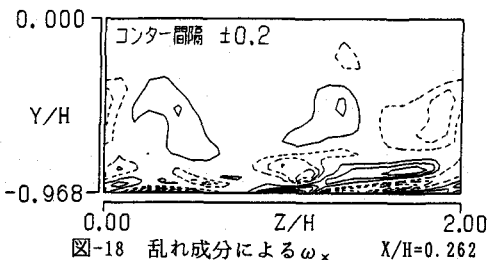


図-18 乱れ成分による ω_x $X/H=0.262$

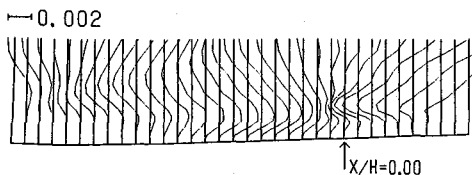


図-19 底面付近のレイノルズ応力分布
(図-17の→断面)

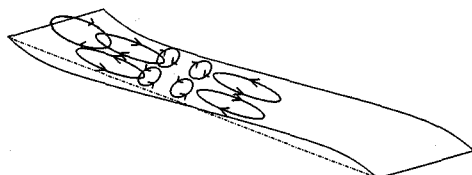


図-20 流れ場の概念図

(c) Dune型境界の場合 (run-3)

平均せん断応力分布を図-21に示す。底面せん断応力はrun-1とrun-3の間にピークを持つ形になる。

$T=120$ に於ける瞬間像を以下に示す。壁面せん断応力（図-22）はスパン方向に周期性を持ち、この図によれば四周期現れている。この流れ場もrun-1と同様な流れ場が形成されているが、境界形状の凹面域がrun-1の場合よりも短区間であるために組織的構造が弱まっていると解釈される。底面付近の渦度のコンター図（図-23）によると、やはりスパン方向に渦が並んでいる様子が読み取れる。

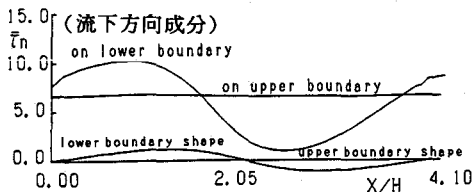


図-21 平均せん断応力分布

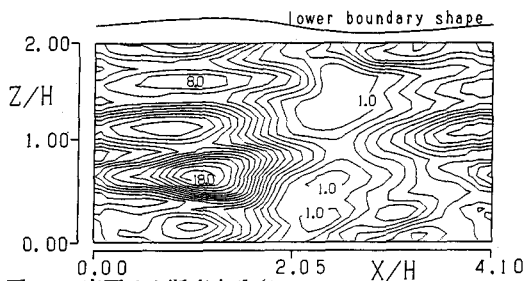


図-22 底面せん断応力分布
(d) 正弦型境界の場合 (run-4)

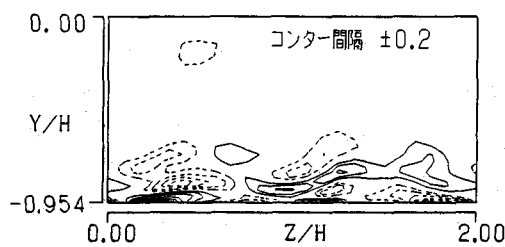


図-23 乱れ成分による ω_x $X/H=0.262$

スパン方向の平均乱れ分布 (スパン方向に31点で平均化した。) は図-24の様になり、二つのピークが現れる。これは壁面上に発生する流下方向に軸を持つ渦対の流速成分に対応する (図-25)。その渦対は境界の頂を過ぎた時点で壁面を離れ上方に向かい放出して行く。その際に渦対の中央部では低速上昇流が発生し、外側では高速下降流が形成される。この渦対の放出がこの流れ場の最大の特徴であり、管路流では現れなかった現象である。その渦対が底面境界に収束流を作り出し、底面せん断応力はその部分で最大値をとる。 $U_0 \times 0.5$

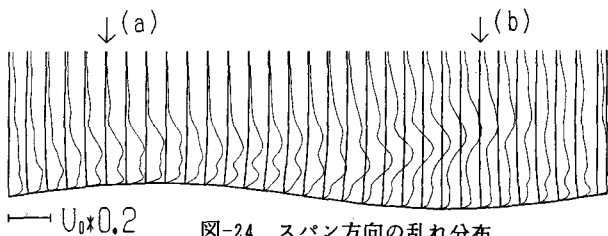


図-24 スパン方向の乱れ分布

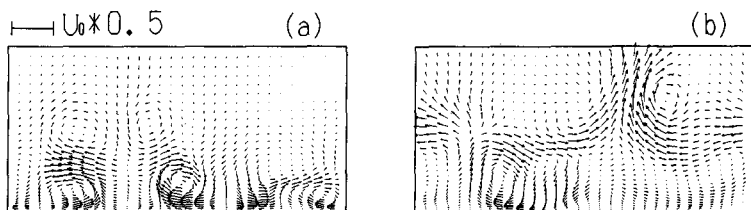


図-25 流速ベクトル (Y-Z断面)

4 おわりに

本研究では、N-S方程式を直接数値的に解くことにより、波状境界をもつ流れ場を乱流域で解析した。上記したrun-1~3の流れ場は1, 3, 2の順に地形が急峻となっている。せん断応力が地形に比べて前方に位相がずれると言うことは、地形がより急峻となることと対応する。移動床であればせん断応力の高い部分から河床材料が運ばれ、低い部分に堆積することを考えればそれは明らかである。つまり今回の計算はrun-1, 3, 2へと河床波の時系列変化を追っていると考えられる。底面が移動床であれば、この地形のピーク付近のせん断応力の高い部分の河床材が削られ、また谷部の最小値の付近に溜り、二次元的地形がスパン方向に変化をきたし3次元化すると考えられる。また、上部を開放とした場合の波状境界上の流れでは、管路流では現れなかった流下方向に軸を持つ強い渦対が上方に放出される現象が観察された。実河川に於いてはこのような構造が水面にまで達しボイルを形成することと考えられる。

境界形状がどの様に乱れに影響を及ぼすかは、さらに多くの場合を検討して行く必要がある。

謝辞 本研究にあたり、岸弘之氏 (運輸省・港湾局開発課) と神田学氏 (東工大助手) から有意な助言、及び両氏が開発したDSコードを頂いたことを記して感謝する。また研究を進める際に全般にわたり助言して下さった孟岩氏に感謝する。

参考文献 1) 日野・孟・奥村 : 水工学論文集 第36巻 (1992). 2) Kennedy, J.F. : J.F.M. (1963). 3) Tetuya kawamura, Kunio Kuwahara (1985). : AIAA-85-0376 10pp. 4) 日野・孟・奥村 : 第24回 乱流シンポジウム講演論文集 (1992). 5) 日野・宮永 : 土木学会論文報告集 (1997). 6) Itiro Tani : Journal of Geophysical Research (1962).