

確率モデルによる豪雨型山腹崩壊の予測について

A Stochastic Forecasting Model of Landslides due to Heavy Storms

端野道夫*・武田 理**

By Michio HASHINO and Osamu TAKEDA

The occurrence number of landslides due to heavy storms per unit area (250m × 250m) is found to follow a negative binomial distribution with the parameters k and p . Taking account of the linear relationship between the mean number of landslides and the parameter k , exponential regression models of k are investigated using the storm characteristics as the trigger factors of landslides. The regression coefficients of model can be calculated by the maximum likelihood method, and the expectations of the occurrence number, area and volume of landslides are estimated.

keywords: landslides due to heavy storms, negative binomial distribution, characteristics of storm, the maximum likelihood method

1. はじめに

広範囲な地域において発生する豪雨型山腹崩壊は、その物理的機構があまりにも複雑であり、多くの関連要因が複雑に関連しあっていること、また崩壊現象が偶発性の強い現象であることから、力学的方法で決定論的に予測を行うことは難しい。そこで、筆者のひとりとは崩壊現象に対し確率・統計的にアプローチを行い崩壊に関する予測モデルの構築を試みてきた。¹⁾ 本研究の目的は、ある特定の箇所での発生・非発生ではなく、任意の広がりを持つ地域（最小 2.5km²程度）内における崩壊発生個数、面積、土砂量を確率論的に予測することである。

まず、崩壊発生個数（発生箇所数）の頻度分布に着目し、「負の二項分布」なる確率分布との適合性が良いこと、また「負の二項分布」の特色として発生個数の期待値がパラメータ k と一次関数にあることを利用し、パラメータ k に関する回帰モデル（指数型）を関連要因（地形特性等の素因、降雨等の誘因）を用いて設定した。関連要因のうち、誘因について前報¹⁾では、流出解析から算出される流域貯留量（表層、土壌）を採用していたが、対象とする流域における流出解析モデルの有無、精度等がモデル設定時の精度または作業に影響を与えることを考慮し、本報では雨量そのものの特性（累加雨量、降雨強度等）を要因として用いる。この回帰モデルを用いることによって、崩壊発生個数、面積、発生土砂量、さらには崩壊発生に対する危険度の推定を行うことが可能となる。

2. 崩壊現象の確率モデル化

崩壊に関する回帰モデルを作成するにあたり、目的変数として発生個数、面積、発生土砂量が考えられるが、その実測値の精度がモデルの解析精度に影響を与えられられる。この3要素の内、観測精度が最も高いと考えられるのは発生個数であり、データ収集の容易さ等を考慮しても目的変数としては発生個数を採用するのが妥当であると考えられる。また、崩壊発生個数の頻度分布は「負の二項分布」なる確率分布に従い、またこの分布のパラメータ k と発生個数の期待値（平均値）が線形であることから、パラメータ k に関する回帰モデルの構築を図った。この回帰モデルから求められるパラメータ k を用い、対象とする流域にお

* 正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科

(〒770 徳島県徳島市南常三島町2-1)

** 正会員 株式会社 建設技術研究所大阪支社

(〒540 大阪府大阪市中央区大手前1丁目2番15号 日刊工業新聞・住友生命大手前ビル)

ける発生個数の累加値、及び流域内の特定の地域における発生確率の予測を行う。また、崩壊面積、土砂量については、それらの累加値の分布が発生個数の確率分布である負の二項分布との複合分布で与えられることから、このパラメータ k に関する回帰モデルを基に推定を行う。

(1) 発生個数の確率分布

まず、発生個数の定義を以下に示し、発生例を図-1に示す。

『対象とする流域をメッシュ分割し、1メッシュ内で発生した崩壊の箇所数を発生個数とする。また、そのカウント方法としては、崩壊源が一つに対して崩壊が1箇所、樹枝状崩壊の場合は一つの崩壊が原因となって他の崩壊を引き起こしたと考える場合はそれ全体を一つの崩壊と考える。』

ここで、1メッシュの大きさは $250\text{m} \times 250\text{m}$ とした。この規模を採用した根拠を以下に示す。①崩壊の最小規模より大きいこと。②崩壊の関連要因が適切に表現できる大きさ。③国土数値情報の最小単位と同じであること。これらの条件の下で得られる発生個数の確率分布として(1)、(2)式で与えられる「負の二項分布」を採用した。

$$NB(x:k, p) = \frac{\Gamma(x+k)}{\Gamma(x) \Gamma(k)} p^k q^x \quad (1)$$

$$\left(\begin{array}{l} p+q=1 \\ x=0, 1, 2, \dots; \text{メッシュ単位の発生個数} \end{array} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mu = k \cdot q / p \quad (\text{平均}) \\ \sigma^2 = k \cdot q / p^2 \quad (\text{分散}) \end{array} \right\} \quad (2)$$

この分布は平均 μ より分散 σ^2 が大きくバラツキの大きい現象に適合性が良いという特性をもち、もう一つの特性として、確率変数 x_1, x_2 が互いに独立であるという条件の下で、それぞれ負の二項分布 $NB(x_1:k_1, p)$ 、 $NB(x_2:k_2, p)$ に従う場合、その和 $(x=x_1+x_2)$ もまた $NB(x:k_1+k_2, p)$ に従うという再生性を持つ。²⁾この特性を利用することによって、時間的・場所的に変化する崩壊諸量の累加値を推定することが可能となる。

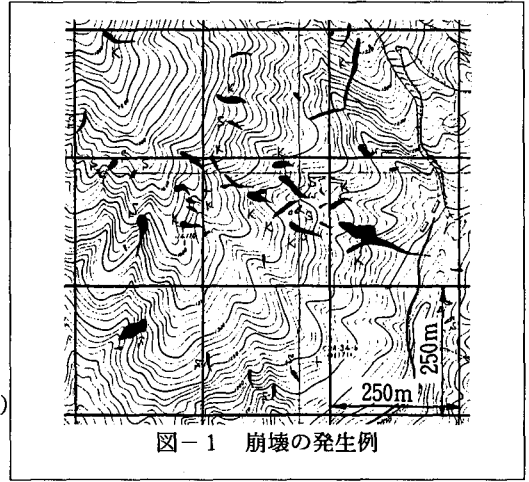


図-1 崩壊の発生例

(2) 発生個数を規定するパラメータ k に関する指数型回帰モデル

メッシュ i の平均崩壊個数(期待値) $E_i(x)$ は(3)式のようにパラメータ k に規定され、かつ線形関係にある。また、パラメータ k は負の値には成りえないことから(4)式に示す指数型回帰式を設定した。なお、このモデルの時間単位は1年間とした。

$$\mu_i \equiv E_i(x) = k_i \cdot q / p \quad (3)$$

$$k_i = \alpha \cdot \exp(\sum \delta_{i(1m)} \gamma_{(1m)} + \sum \xi_{in} \beta_n) \quad (4)$$

ここで、 $\delta_{i(1m)}$ はメッシュ i での質的変数の値、 $\gamma_{(1m)}$ は質的変数の回帰係数、 ξ_{in} はメッシュ i での量的変数の値、 β_n は量的変数の回帰係数、 α は定数項を表す。

(3) 崩壊諸量の推定方法

数メッシュでの累加発生個数の期待値 $E(\sum x_i)$ については、回帰モデルから得られるパラメータ $\sum k_i$ を(3)式に代入することによって求められる。また、累加面積の期待値 $E(\sum z_i)$ 、及び累加土砂量の期待値 $E(\sum v_i)$ については、その分布が負の二項分布との複合分布で与えられることから(5)、(6)式により算出される。

$$E(\sum z_i) = E(\sum x_i) \cdot \mu_z \quad (\mu_z; 1 \text{箇所当たりの平均崩壊面積}) \quad (5)$$

$$E(\sum v_i) = E(\sum z_i) \cdot \mu_d \quad (\mu_d; 1 \text{箇所当たりの平均崩壊深度}) \quad (6)$$

崩壊発生確率の時間的变化 $Q_i(t)$ は(7)式に k_i を用いることによって与えられる。

$$Q_i(t) = 1 - p^{k_i(t)} \quad (7)$$

3. 発生個数を規定するパラメータkの関連要因（説明変数）

表－1 に回帰モデルに用いた関連要因を示し、以下に各要因の概略を述べる。

(1) 素 因

- a) 谷次数；一次谷と二次谷の二つに区別し、各メッシュがどちらに属するかを判定した。一般的に、崩壊は一次谷において多く発生していることが知られている。
- b) 伐 採；対象期間以前に1メッシュ面積の50%が伐採されているかどうかの判定を行った。通常、崩壊の危険度は伐採後10～15年で最も高くなると言われている。
- c) 地形特性；メッシュの格子点の標高データを用い、二次元Bスプライン関数で地表面を近似し、各メッシュ内での地形特性を数量化した。

(2) 誘 因

誘因については、前報のように流出解析モデルから算出される流域貯留高を採用するのではなく表－1 に示す雨量そのものの特性を要因として取り挙げ解析の簡便化を図る。表－2 に各要因の定義と採用根拠を示し、図－2 に概念図を示す。

関連要因の数を多くすれば精度が高くなるという訳ではなく、かえって煩雑になる恐れがある。このことを考慮し、誘因の組合せとして

表－1 回帰モデルに用いた関連要因

質的変数	素 因	谷次数	1.一次谷 2.二次谷	γ_{11} γ_{12}
		伐 採	1. 無 2. 有	γ_{21} γ_{22}
量的変数	因	地形特性	最大斜面の縦断面平均勾配 最大斜面の横断面平均勾配 最大斜面の標高	β_1 β_2 β_3 β_4 β_5
		誘 因	雨量特性 累加雨量 降雨継続時間 局所ピーク降雨強度	β_6 β_7 β_8

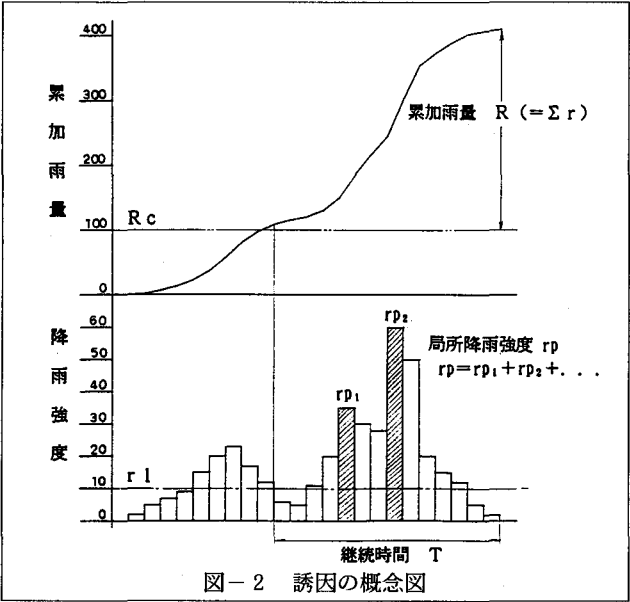
表－2 誘 因 の 定 義

誘 因	定 義	採 用 根 拠
①累加雨量 R	臨界値R c 以上 ($= \sum r$)	崩壊の発生は降雨量とともに増加することを考慮。損失雨量を考慮するため臨界値を設定
②降雨継続時間 T	累加雨量が臨界値R c 以上となる時間	降雨波形（グラダラ型、集中型等）による違いを表現するため。
③局所ピーク降雨強度 r。	降雨強度のピーク値の累加値 但し、最小降雨強度 r l 以上	同 上

- (1)累加雨量のみ
- (2)累加雨量＋継続時間
- (3)累加雨量＋継続時間＋降雨強度
- (4)（累加雨量×降雨強度）＋継続時間

の4ケースを設定し、最適となるケースの検討を行った。ここで、（累加雨量×降雨強度）は降雨強度がピーク（局所）となる時刻における降雨強度 r_p と累加雨量Rとの積を累加した値である。

また、各メッシュごとの時間雨量の算定方法については、対象とする流域内外の雨量観測所の時間雨量をもとにスプライン関数を用いてメッシュごとの時間雨量を求めた。



図－2 誘因の概念図

4. 回帰係数の同定方法

回帰係数の同定には最尤法を用いる。つまり、(8)式で与えられる $-1 \ln L$ (L は尤度) が最小となる係数の探索を行う。¹⁾

$$-1 \ln L = -1 \ln \Pi \left\{ \frac{\Gamma(N_i + k_i)}{\Gamma(k_i) N_i!} p^{k_i} q^{N_i} \right\} \quad (8)$$

回帰係数の初期値としては、数量化理論第Ⅰ類により求まる係数を参考として全ての回帰係数を0.5 とし誘因の設定条件(累加雨量の臨界値 R_c 、最小降雨強度 r_l) を変えることによって $-1 \ln L$ が最小となるケースの探索を行う。

5. 解析例

(1) 対象流域と解析期間

(a) 対象流域

解析の対象流域は図-3に示す徳島県那賀川上流の小見野々ダム流域($C.A=266.8 \text{ km}^2$)とした。この流域の中央には東西方向に仏像構造線が存在し、この断層線によって地質区分が秩父帯(北側)と四万十帯(南側)に分けられている。秩父帯においては、多くの崩壊が発生しており昭和51年災害時には久井谷、折宇谷において大崩壊が発生している。四万十帯においても多くの崩壊が発生しているが、比較的規模の小さい崩壊が多い。本論では秩父帯についてメッシュ分割を行った中から500メッシュを抽出し解析の対象とした。

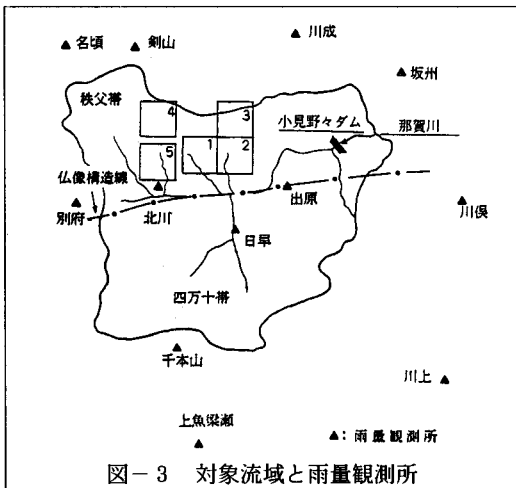


図-3 対象流域と雨量観測所

(b) 解析期間

解析期間は、比較的資料の整っている昭和46年から昭和51年の6年間とした。この6年間のうち、①昭和46年から50年、②昭和51年災害時の2期間について航空写真より崩壊データの整理を行った。また、雨量資料として、期間①については総雨量が100mm～1000mmの17降雨資料を採用した。期間②については台風17号の資料を用いた。この台風17号時には降雨期間が一週間にわたり総雨量が2000mmを越える豪雨をもたらしており、表-3に示すように大崩壊を含む多数(期間①と同程度)の崩壊が発生している。

表-3 崩壊状況

期 間	発生個数 (箇所)	1崩壊当たりの 平均面積 (m^2)
①	242	181
②	246	580

(2) 崩壊発生個数の確率分布

図-4は発生個数の実測値の頻度分布と負の二項分布との適合性を検討したものである。図中の実線は負の二項分布による理論値を、斜線は実測値を示したものである。また、点線はランダム現象の確率分布として一般的に適用されているポアソン分布による理論値を示したものである。この図より、負の二項分布の適合性の良さが認められる。

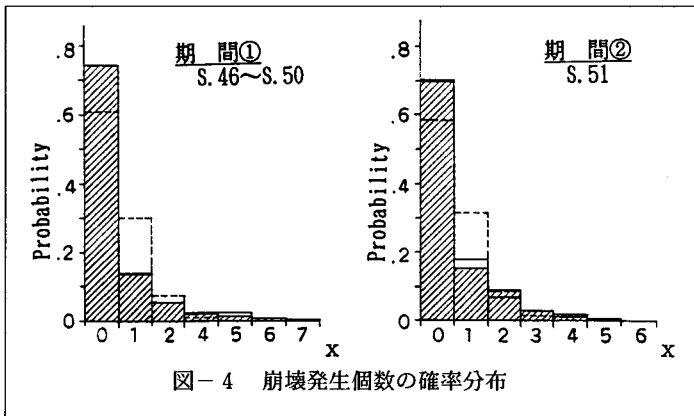


図-4 崩壊発生個数の確率分布

(3) 回帰係数の同定

回帰係数の同定方法としては、誘因の組合せ(4ケース)ごとに誘因のパラメータ(累加雨量の臨界値 R_c

または最小降雨強度 r_l) を変化させた場合において -1 nL が最小となるケースを探索し、各組合せの -1 nL の比較を行うことによって、最適な誘因の組合せおよびパラメータ R_c , r_l を決定した。

ここで、 R_c は 50mm から 300mm の間で 50mm 間隔で設定し、 r_l は 0mm/hr から 30mm/hr の間で 10mm/hr で設定した。また、量的変数については年間データの平均と標準偏差により、それぞれ基準化を行ったデータを使用した。解析結果を表-4に示す。誘因の組合せとしては、ケース(2)の(累加雨量+継続時間)を採用した場合に -1 nL は最小値を与え、この時の累加雨量の臨界値 R_c は 50mm となる。この場合の回帰係数を表-5に示す。この表より崩壊の発生に最も関与している要因としては、累加雨量が挙げられ、ついで伐採継続時間となる。

(4) 推定結果

誘因として累加雨量と継続時間を採用し、累加雨量の臨界値 R_c を 50mm に設定した場合に得られた回帰

表-4 解析結果

誘因の組合せ	累加雨量の臨界値 R_c	最小降雨強度 r_l	尤度 -1 nL
(1)	50mm	—	910.05
(2)	50mm	—	905.55
(3)	50mm	10mm/hr	906.56
(4)	300mm	0mm/hr	919.23

表-5 回帰係数

		回帰係数
谷次大最伐採最大斜面最標累 数(一次谷) 無) 断面平均勾高 加統雨時 量間	γ_{11}	-0.0186
	γ_{21}	-0.2037
	β_{11}	-0.0244
	β_{21}	-0.0067
	β_{31}	0.0026
	β_{41}	0.0270
	β_{51}	0.0643
	β_{61}	1.6678
	β_{71}	0.1448

係数より k_i を求め、各メッシュごとにこの k_i から発生個数、面積の推定を行った。図-5および図-6には、それぞれ発生個数、面積についてメッシュを累加、すなわち地域を広げていく過程での推定値と実測値の関係を示す。

各図の縦軸は累加個数、および累加面積をとり、実測値の500メッシュ合計で無次元化した値を示し、横軸は累加面積(累加メッシュ数)を示す。また、図中の実線は各期間ごとの実測値を、点線は推定値を示したものである。

発生個数については、500メッシュ全体でみると期間①ではほぼ一致しており、期間②での誤差は1割5分程度である。流域面積を広げていく過程をみると期間①では200~300メッシュの付近で実測値との誤差が大きくなっている。期間②については200メッシュ付近までの誤差が大き

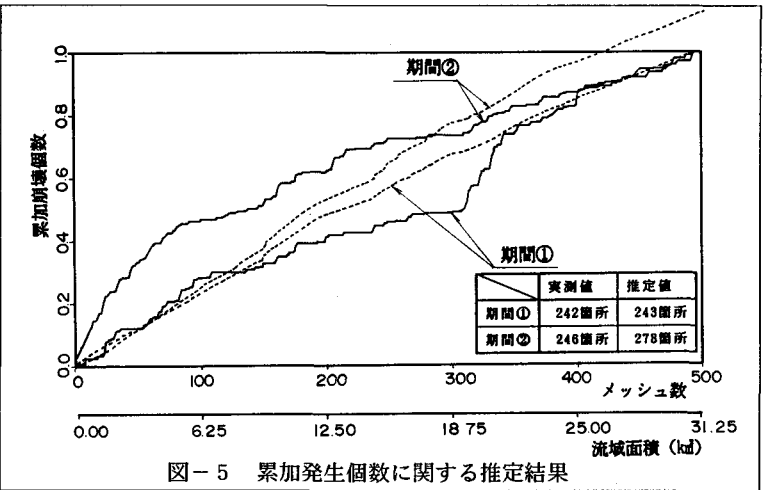


図-5 累加発生個数に関する推定結果

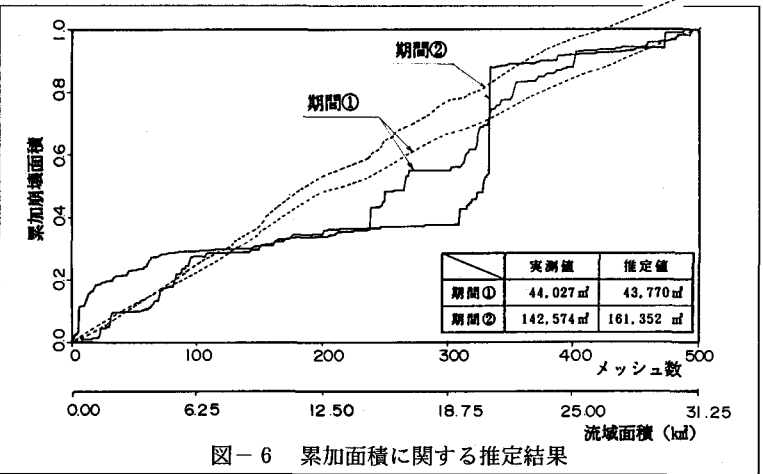


図-6 累加面積に関する推定結果

い。この原因としては、メッシュごとの雨量算定の精度に影響されていると考えられる。また、面積については、500メッシュ全体では期間①で1割強、期間②で1割5分程度の誤差である。累加過程においては、個数の推定結果と同様なことが言える。

また、流域貯留高を用いたモデルによる結果¹⁾と比較した場合、解析精度はほぼ同程度であり、誘因として雨量そのものの特性を用いることによって、精度が変わることなく解析の簡便化を図ることができた。

累加発生土砂量については、推定された累加面積と平均崩壊深度の積で求められるが、本流域では平均崩壊深度の実測値がないため、隣接流域での調査結果より求めた $\mu_d = 1.5\text{m}$ を用いて土砂量の算定を行った。その結果、1年1km²あたりの比生産土砂量は $V=1,640\text{m}^3$ となる。この結果の是非については、残念ながら本流域内での実測値がないため、流域内の計画ダムにおける比堆砂量($V=910\text{m}^3$)と比較すると、本モデルによる推定値の方が大きい値となっている。しかし、本モデルの解析期間が6年間であるのに対し、計画ダムの場合は既設ダムにおける21年間の堆砂実績から算定した値であり算定期間が異なること、または、土砂の輸送過程での損失を考慮すれば、比較的妥当な結果が得られたのではないかと考えられる。

崩壊の発生確率については、回帰モデルより得られたパラメータ k_i を(7)式に代入することによって求められる。

$$Q_i(t) = 1 - p^{k_i(t)} \quad (7)$$

図-7は任意の4メッシュ(1.0km²)において期間②のS51年災害時の発生確率を示したものである。図によれば、降雨開始後80時間で発生確率が急激に増加し120時間でほぼ1.0になっている。このようにパラメータ k より発生確率を求めることによって、任意の地域での崩壊に対する危険度の評価を行うことが可能となる。

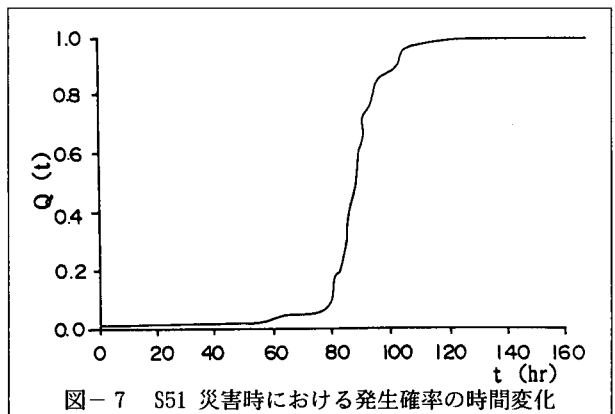


図-7 S51 災害時における発生確率の時間変化

6. おわりに

崩壊発生個数の確率分布としては負の二項分布との適合性が良く、その期待値がパラメータ k と線形関係にあることから、発生個数を規定するパラメータ k に関する指数型回帰モデルを設定した。関連要因のうち誘因としては、流出モデルから算出される流域貯留高ではなく、モデルの簡素化を考慮し雨量そのものの特性である累加雨量、継続時間、降雨強度を取り上げ、最適となる組合せを最尤法により検討した。その結果累加雨量の臨界値 R_c を50mmに設定し、累加雨量と継続時間を採用した場合に最適解を得た。

回帰モデルにより算定されるパラメータ k を用いることによって累加発生個数、累加面積、発生土砂量および発生確率の推定を行った結果、累加個数および面積については、地域を広げていく過程では若干の誤差が生じるが、対象とした流域全体ではほぼ実測値に近い結果を得ることができた。また、流域貯留高を用いたモデルと比べて精度的にはほぼ同程度の結果を得ることができ、雨量そのものの特性を用いることによって解析の簡便化を図ることができた。発生土砂量については実測値がないため検証を行うことは難しいが、隣接流域での資料と比較してほぼ妥当な結果が得られたと考えられる。また、任意の地域での崩壊に対する発生確率も推定可能となった。

以上のように、崩壊に関する諸量をパラメータ k に関する回帰モデルにより推定可能となり、地山計画は勿論のこと豪雨時の避難警報等に応用することができ、さらには長時間の土砂生産シミュレーションも可能となると考えられる。

- 1) 端野道夫・佐々木章公：豪雨型山腹崩壊の確率的予測モデルと信頼区間，水工学論文集，第34巻，pp. 385-390 1990.2
- 2) 竹内 啓・藤野和健：二項分布とポアソン分布，東京大学出版，1981