

護床工下流部における洗掘過程の数値解析

Numerical Simulation of Scour Process in Downstream of Bed Protection Works

神田佳一*・村本嘉雄**・藤田裕一郎***

Keiichi KANDA, Yoshio MURAMOTO and Yuichiro FUJITA

This paper describes a numerical method to predict scouring process in downstream reaches of bed protection works with hollow squared blocks. Modeling the distributions of the bed shear stress measured in scour holes in a experiment, variations of scour hole profiles with time are simulated by solving numerically the continuity equation of the bed material in non-equilibrium states. In addition, calculations of water surface profiles at every stage of the scour process are carried out using the two step Lax-Wendroff scheme. The validity of the present method is conformed by comparisons of the numerical results with those of experiments under static and dynamic conditions of sediment motion.

Keywords : bed protection works, numerical method, local scour,
river bed variation

1. はじめに

護床工とそれに続く自然河床との接続部では、底面粗度の急変にともなう底面せん断応力の急激な増大によって護床工下流部に局所洗掘が生じ、河道横断構造物の安定性に大きな影響が及んでいる。それらの安全な設計と施工を図るためには、粗度急変部での流れの遷移特性と土砂の流送特性を明らかにするとともに、洗掘形状とその過程を的確に予測する必要がある。

護床工下流部の流れと局所洗掘について、著者らはこれまでイボ型の護床ブロック（ホロースケアブロック）による粗面から移動床への粗度急変部を対象として、現地観測ならびに室内実験を行って、最大洗掘深の時間変化、洗掘形状や、洗掘穴内の流速、底面圧力及び底面せん断応力分布特性を明らかにしている^{1)・2)}。本研究では、実験から得られたこれらの知見に基づいて単純化した洗掘穴内のせん断応力分布を用い、非平衡状態における流砂の連続条件から導かれた河床変動の基礎式を数値的に解いて洗掘の進行過程を予測し、得られた河床形状に対して2段階Lax-Wendroff法を用いて水面形の計算を行う。ついで、細砂を用いた既実験に2倍の平均粒径を持つ様な粗砂を用いた洗掘の追加実験について述べ、両実験に関して最大洗掘深、洗掘形状及び水面形の時間変化を予測し、これらの解析結果を検証する。

* 正会員 工修 明石工業高等専門学校助手 土木工学科 (〒674 兵庫県明石市魚住町西岡)

** 正会員 工博 京都大学防災研究所教授 (〒611 京都府宇治市五ヶ庄)

*** 正会員 工博 京都大学防災研究所助教授 (〒611 京都府宇治市五ヶ庄)

2. 洗掘過程のモデル化

2.1 非平衡状態における流砂の連続条件

図-1は、ホロスケア護床工下流部の洗掘穴形状と流況を模式的に示したものである。護床工直下流部の流れは、直角格子状に並んだ粗度要素の前方で遅く、要素間では速い流れとなる。このため、図-1(b)に示すように、流れの集中する粗度要素間の延長線上で深掘れが生じ、その周辺の砂は横断勾配が水中安息角 ϕ に等しくなるまで洗掘穴内に滑落する¹⁾。そこで、粗度要素間中央の延長線に沿ったある幅 b の仮想的な河床について砂の収支を考えた。護床工区間では、掃流力に対応した砂が上流から供給されているものと仮定すると、単位時間単位幅当たりにこの河床の($x \sim x+dx$)区間に流入する砂量 $q_{bi}(x)$ 及びそこから流出する砂量 $q_{bo}(x)$ はそれぞれ次のように表される。

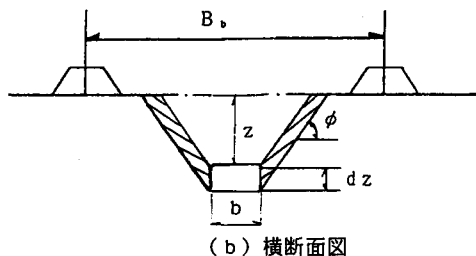
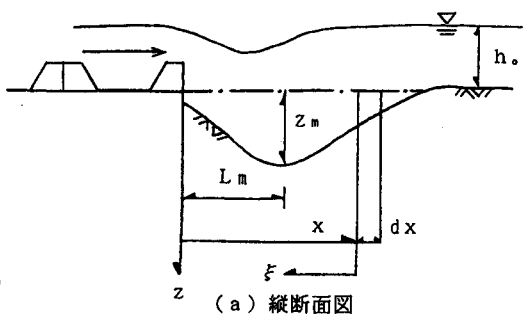


図-1 護床工下流の洗掘形状の模式図

$$q_{bi}(x) = A_1 d_m \cdot dx \left\{ \int_0^x p_s(x-\xi) \cdot f(\xi) \cdot d\xi + \int_x^\infty p_{s1} \cdot f(\xi) \cdot d\xi \right\} + \frac{q_{bo}(x) \cdot dx}{b} \quad (1)$$

$$q_{bo}(x) = A_1 d_m \cdot dx \cdot p_s(x) \quad (2)$$

ここで、 ξ は x の地点より上流方向にとった座標、 $p_s(x-\xi)$ 、 $p_s(x)$ 及び p_{s1} はそれぞれ $x-\xi$ 、 x 地点及び護床工区間のpick up rateである。ただし、掃流力が局所的に河床の移動限界を越え護床工直下流部の砂だけが移動する静的洗掘では、 $p_{s1}=0$ である。 d_m は粒子の平均粒径、 $A_1 d_m$ は掃流砂の移動層厚である。 $q_{bi}(x)$ は、 x 地点における単位幅当たりの砂粒子の横流入量で、河床低下量を dz 、砂の空隙率を λ とすると近似的に次式で求められる。

$$q_{bi}(x) = \begin{cases} 2 \cdot z \cdot \cot \phi \cdot dz (1-\lambda) & (z \cdot \cot \phi < (B_0 - b)/2, B_0: \text{ブロック1個の幅}) \\ (B_0 - b) dz (1-\lambda) & (z \cdot \cot \phi > (B_0 - b)/2) \end{cases} \quad (3)$$

また、 $f(\xi)$ は、pick-upされた砂の跳躍距離の確率密度関数であり、平均跳躍距離を L とすると次式で表される。²⁾

$$f(\xi) = \frac{1}{L} \exp\left(-\frac{\xi}{L}\right) \quad (4)$$

護床工区間では、粗度要素間のせん断応力は一定であると仮定し、それに対応した平衡流砂量がpick-upされると考えると(1)式の右辺第2項は、

$$\int_x^\infty p_{s1} \cdot f(\xi) \cdot d\xi = p_{s1} \left(1 - \int_0^x f(\xi) \cdot d\xi\right) \quad (5)$$

となる。したがって、($x \sim x+dx$)区間における流砂の連続式は、次のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} &= \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{q_{bo}(x) - q_{bi}(x)}{dx} \right) \\ &= \frac{A_1 d_m}{1-\lambda} \left[p_s(x) - \int_0^x p_s(x-\xi) \cdot f(\xi) \cdot d\xi - p_{s1} \left(1 - \int_0^x f(\xi) \cdot d\xi\right) \right] \frac{q_{bi}(x)}{A_1 \cdot d_m \cdot b} \end{aligned} \quad (6)$$

さらに、 $q_{bo}(x)$ 及び q_{bi} を x 地点及び護床工区間の平衡流砂量とすると、

$$q_b(x) = A_1 d_m \cdot p_s(x) \cdot L \quad (7)$$

$$q_{bt} = A_1 d_m \cdot p_{st} \cdot L \quad (8)$$

であって、次の河床変動に関する基礎式が得られる。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{1}{(1-\lambda)L} \left[q_b(x) - \int_0^x q_b(x-\xi) \cdot f(\xi) \cdot d\xi - q_{bt} \left(1 - \int_0^x f(\xi) \cdot d\xi \right) - \frac{q_{bt}(x)}{b} \right] \quad (9)$$

2.2 洗掘穴の底面せん断応力分布

(9) 式を解いて dt 時間後の河床形状を求めるには、諸定数とともに河床上のせん断力応分布を評価しなければならないが、理論的に求めることは困難である。筆者らは、すでにせん断力計（東京計測、Model-S10W）を用いて、ホロースケアブロック下流部の洗掘穴内のせん断力分布を実験的に求めている¹⁾。図-2 は、洗掘の初期における河床せん断応力 τ_b ($=\rho \cdot U_m^2$) の実測値を下流等流部の水深 h_0 、せん断応力 τ_0 及び最大洗掘深が生じた地点での平均流速 U_m ($=Q/B(h_0 + z_m)$ 、 B ：水路幅) で無次元表示したものである。

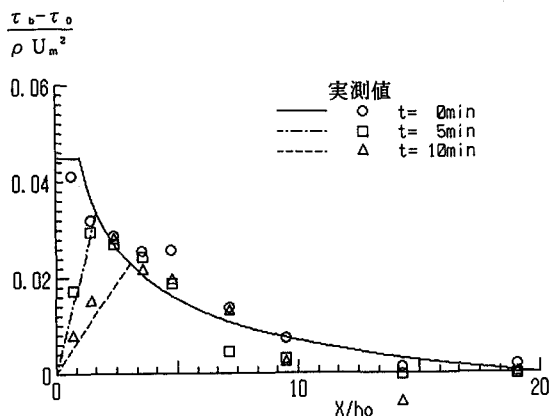


図-2 洗掘穴内の底面せん断力分布

る。初期状態 ($t=0$) における河床せん断応力は、粗度急変に伴う底面近傍の速度勾配の増大によって変化点直下流部で最大値を取り、その後急激に減少して $x=20h_0$ 付近で τ_0 に漸近する。これをべき関数で近似し、回帰曲線を求めたのが次式 (図-2 の実線) である。

$$\frac{\tau_b - \tau_0}{\rho U_m^2} = \alpha \{1 - \beta^x\} \quad \left(0 \leq \frac{x}{h_0} \leq 1\right) \quad (10a)$$

$$\frac{\tau_b - \tau_0}{\rho U_m^2} = \alpha \left\{ \left(\frac{x}{h_0} \right)^a - \beta^x \right\} \quad \left(\frac{x}{h_0} \geq 1 \right) \quad (10b)$$

ここで、 $\beta=20$ 、 $a=-1/3$ である。 α は、護床工の形式と流れの条件によって異なるが、ここでは実験的に護床工ブロックの相当粗度 k_s を用いて、次のように与えた。

$$\alpha = 0.03 \cdot (k_s/h_0)^a \quad (11)$$

洗掘が進行すると、洗掘深の増加に伴って洗掘穴上流側斜面上のせん断応力は急激に減少し、粗度変化点のせん断応力は τ_0 にほぼ等しくなる。一方、その最大値 τ_{bm} は洗掘穴の最深部付近に現れるので、この区間のせん断応力は、 τ_0 から τ_{bm} まで直線的に増加するものと仮定する。すなわち、

$$\frac{\tau_b - \tau_0}{\rho U_m^2} = \frac{\tau_{bm} - \tau_0}{\rho U_m^2} \frac{x}{L_m} \quad (x \leq L_m) \quad (12)$$

と表し、図-2 の一点鎖線 ($t=5$ sec) 及び破線 ($t=10$ sec) で示している。ここで、 L_m は、粗度変化点から最深部までの流下距離である。 $x \geq L_m$ については (10b) 式を用いる。

2.3 河床形状の計算方法

まず、与えられた流量及び粗度条件のもとで砂面等流状態での水理量を求め、(10a)、(10b) 式から初期状態での砂面上のせん断力分布を計算する。それらを芦田・道上の掃流砂量公式に代入して各地点の平衡流砂量を求め、(9) 式を数値的に解いて dt 時間後の河床形状を計算する。護床工上の掃流力は、実際には砂面等流部の掃流力よりも僅かに大きいが、後述する実験での給砂条件に一致させることとともに粗度要素の形状抵抗とモデルの全体的な精度を考え、単純化のために護床工上の流砂量として砂面下流部

の等流区間の平衡流砂量を与えた。計算された河床形状から最大洗掘深 z_m 、 L_m を求め、(10b) 式及び (12) 式より新たなせん断応力分布を評価した後、次のステップの計算を行うようにしている。

2.4 水面形の計算

粗度要素間の中央の延長線上の水面形を計算された洗掘形状について次のように求めた。

基礎式は、保存形の連続式及び1次元の運動方程式である。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} = 0 \quad (13) \quad \frac{\partial(Uh)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} h + \frac{(Uh)^2}{h} \right) = gh(i - i_e) \quad (14)$$

ここで、 h : 粗度要素間中央の延長線上の水深、 U : 断面平均流速、 P : 圧力、 i : 河床勾配 ($= \partial z / \partial x$)、 i_e : エネルギー勾配及び g は重力加速度である。 i_e に Manning の抵抗則を適用し、Richtmyer による2段階Lax-Wendroffスキームを用いて差分化すると、各ステップにおける解は次のようになる。

第1ステップ

$$U^{n+1/2} = \frac{1}{2} (U^n + U^n) \frac{dt}{2dx} (E^{n+1} + E^n) + \frac{dt}{2} C^{n+1/2} \quad (15)$$

第2ステップ

$$U^{n+1} = U^{n+1/2} - \frac{dt}{dx} (E^{n+1/2} - E^{n+1/2}) + dt C^{n+1} \quad (16)$$

ここで、

$$U = \begin{bmatrix} h \\ Uh \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} Uh \\ (P/\rho)h + (Uh)^2/h \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(i - \frac{n^2(Uh)^2}{h^2 R^{4/3}}) \end{bmatrix}$$

である。境界条件として上流端で一定流量を、下流端では等流水深を与え、前節で求める各時刻における河床形状のもとで解が安定するまで繰り返し計算を行う。

3. 洗掘実験とモデルの検証

3.1 実験の概要

実験水路は、幅23cm、深さ30cm及び長さ4mの亚克力製長方形断面水路であって、その上流部1.5mの区間には、図-3に示すホロスケア型ブロック模型(粗度高さ $k=0.9$ cm、Manningの粗度係数 $n=0.025$)を設置し、下流部は細砂(平均粒径 $d_m=1.5$ mm、移動限界速度 $U_{*c}=3.08$ cm/s、 $n=0.018$)及び粗砂($d_m=3$ mm、 $U_{*c}=5.04$ cm/s、 $n=0.019$)の2種類の様な砂をそれぞれイボ要素の底面高さまで敷き詰めた移動床とした。実験は、表-1に示すように、水路勾配を1/100とし、流量を細砂と粗砂でそれぞれ2ケースずつ変化させた計4ケースであって、通水後の砂粒子の移動を側面及び上方からビデオカメラによって追跡するとともに、水面形と河床の変化過程をポイントゲージで詳細に測定した。下流等流部の摩擦速度 U_{*o} が U_{*c} を越える動的洗掘の場合(Run F1及びC1)には、全体的な河床低下を防ぎ、動的平衡状態を得るために水路下流端で回収した砂を適宜護床工区間上流端から給砂している。

表-1 実験条件

Run No.	i	Q (l/s)	d_m (cm)	h_e (cm)	h_o (cm)	U_{*c} (cm/s)	U_{*o} (cm/s)
Run F1	1/100	1.78	0.15	1.83	2.30	3.08	4.18
Run F2	1/100	0.48	0.15	0.76	0.95	3.08	2.89
Run C1	1/100	6.03	0.30	4.20	4.70	5.04	5.69
Run C2	1/100	2.00	0.30	2.00	2.40	5.04	4.43

i : 河床勾配、 Q : 流量、 h_e : 限界水深、 h_o : 下流砂面上の等流水深
 U_{*c} : 限界摩擦速度、 U_{*o} : 下流等流部の摩擦速度

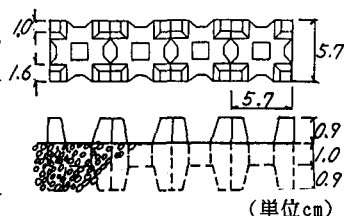


図-3 護床ブロックの形状

3.2 モデルの妥当性の検討

河床形状の計算領域は粗度変化点から下流2mまでの区間であって、計算の空間及び時間間隔はそれぞれ $dx=0.5\text{cm}$ 、 $dt=1\text{sec}$ である。水面形の計算は、対象領域を $-1\text{m} < x < 2\text{m}$ とし、 dx は河床形状の場合と同じであるが、 dt は 0.005sec である。実験での観察によれば¹⁾、護床工直下流の河床の横断形状は粗度要素の形状とその間隔によって決まり、その最深部の幅 b (2.1節の仮想河床の幅) は、洗掘の進行過程によらずほぼ一定とみなせた。ここでは、洗掘穴最深部における横断形状が実験結果と最も一致するように $b=1\text{cm}$ とした。また、砂の平均跳躍距離 L を洗掘穴内の非平衡場における実際の砂粒子の挙動を把握した上で厳密に評価するには、掃流力及び河床勾配の影響を考慮した議論をすべきであるが、本解析ではモデル全体の精度との対応から簡単に $L=100d_m$ とした。護床工及び砂面上の粗度係数は、それぞれ上述の実測値を用いた。

図-4、5及び6は、それぞれ、Run F1、F2及びC1における河床形状と水面形の時間変化について実測値(●印及び○印)と計算結果(実線及び破線)を比較したものである。また、最大洗掘深の時間変化を鈴木の方法⁴⁾にならって無次元表示すれば、図-7のようである。細砂の動的洗掘実験(Run F1、図-4)は、モデル化したせん断応力分布を実測したケースであって、当然ではあるが、計算結果は河床の変動特性をうまく再現しており、とくに、粗度変化点における洗掘量や最大洗掘深及びその位置は、実験結果と良く一致している。

ただし、洗掘穴の下流部での計算結果では洗掘穴内から運ばれた砂の堆積した河床上昇を示しているのに対して、実測では、洗掘の進行に伴う河床変化はほとんどない。この相違は、主に①計算では護床工からの給砂量は一定としているが、実験では水路下流端で回収された砂の量、すなわちブロック上流端からの給砂量が洗掘初期で最も大きく、時間の経過とともに徐々に減少していたこと、②モデルでは洗砂の運動を1次元的にとらえているのに対して、実際には洗掘孔から流出する砂が流れの拡がりとともに横方向へ

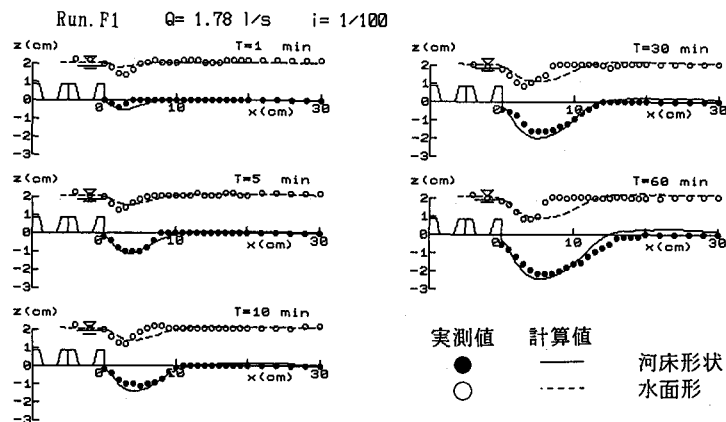


図-4 洗掘形状及び水面形の計算値と実験値との比較

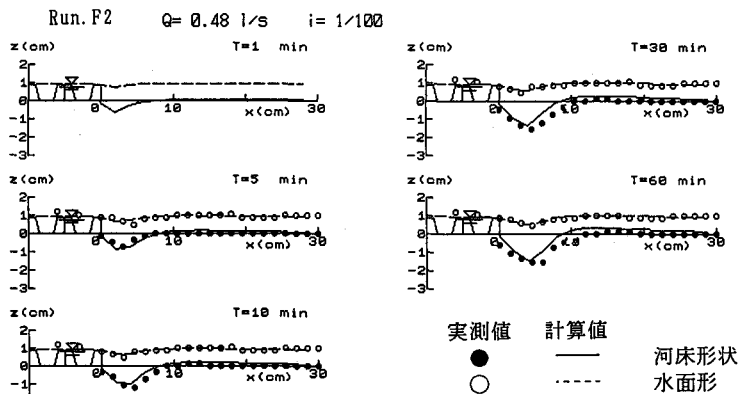


図-5 洗掘形状及び水面形の計算値と実験値との比較

も拡散されることの
2点によるものであ
ろう。

静的洗掘過程（
Run F2、図-5）に
おける計算結果は、
動的洗掘に比して初
期の洗掘量が大きく、
早く平衡状態に達す
ること、及び洗掘穴
の下流側の斜面勾配
が上流側のそれより
も急になることなど、

実際の洗掘過程の特徴を良く捉えているといえる。粗砂を用いた場合（Run C1、図-6）も、計算結果と実測値は良く対応しており、せん断応力分布に対する仮定の妥当性と解析の有効性を裏付けるものと思われる。

一方、水面形の計算結果は、かなり実測値と一致していると認められるが、水位の変動量が実測よりも小さく、跳水状の変化も明確でないなど、必ずしも実際とは一致していない。摩擦項を河床変動計算で用いたせん断応力分布とは無関係に評価している点を含め、今後洗掘穴内におけるエネルギー損失の評価を適切に考慮した解析手法を検討していく必要がある。

4. おわりに

本研究では、護床工下流部における河床形状及び水面形の時間変化を、実験的事実に基づいたモデルの数値解析によって予測しようと試みた。洗掘孔形状や流況変化の複雑な場を対象としたモデルであるため、河床の横断形状やせん断応力の分布に関して、実験結果に基づく大胆な仮定やいくつかの実験定数を導入せざるを得なかったが、計算結果は実測の洗掘進行過程をかなり良く表現しており、ここに示した解析は護床工下流部の局所洗掘過程の推定に役立つものと考えられる。さらに、現地スケールのせん断応力分布の一般性を明確にするとともに、洗掘穴内の砂粒子の運動を定量的に評価して解析の精度を向上させることが今後の課題である。

最後に、実験及びデータ整理に協力して頂いた明石高専学生、大西静吾君並びに山下稜君に感謝します。

【参考文献】

- 1) 神田佳一・村本嘉雄・藤田裕一郎・金川靖・中村元郎：水工学論文集、第35巻、1991、pp. 501-506.
- 2) 神田佳一・村本嘉雄・藤田裕一郎：第33回水理講演会論文集、1989、pp. 499-504.
- 3) 道上正規・鈴木幸一・川津幸治：京都大学防災研究所年報、1982、pp. 493-507.
- 4) 鈴木幸一・道上正規・川津幸治：第26回水理講演会論文集、1982、pp. 75-80.

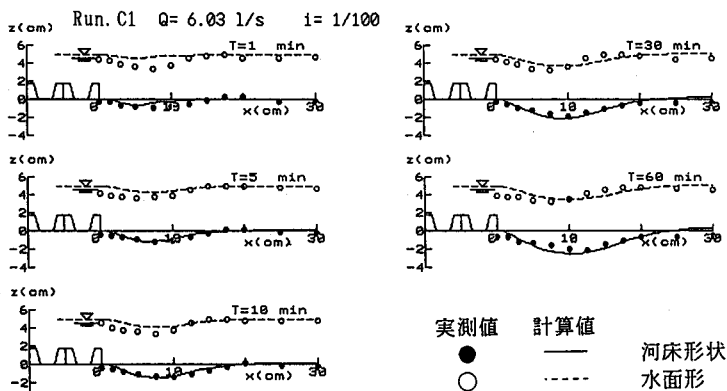


図-6 洗掘形状及び水面形の計算値と実験値との比較

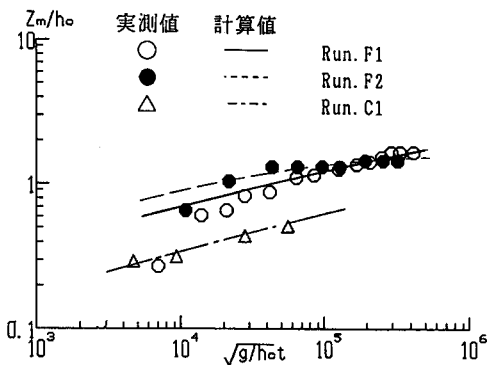


図-7 最大洗掘深の時間変化