

広い粒度分布をもつ河岸に対する 斜面効果を考慮した浸食砂量式の研究

Lateral bedload transport for bank materials with wide distribution of size
considering the slope effect

亀田祐二*・長谷川和義**・渡邊康玄***・金高州吾****

By Yuji KAMEDA, Kazuyoshi HASEGAWA, Yasuharu WATANABE and Shugo KANETAKA

Lateral bedload function for fractional particle sizes on the tilting side slope was developed by following Parker's method. On the slope with near angle of repose, tangential component of the gravity force acts on the surface particles in equivalent intensity comparing with the tractive force. Thus the full non-linear equation for a particle motion was solved numerically. Thickness of the bedload layer was given from extending Ashida Michiue equation to consider the gravity effect and to use Egiazaroff equation for critical tractive force of fractional particles. Summation of the lateral sediment discharge for each fractional particle size calculated from the product of the moving particle velocity and bedload layer fairly well agree with the observed data obtained from large scale bank erosion experiments using volcanic ashes for the bank material. Keywords: lateral bedload function, mixture, slope effect, sorting, dynamic equilibrium,

1. はじめに

河岸浸食に関する研究は、その社会的な影響の大きさもあってかなりの数に達しており、得られた知見も豊富である。しかし、近年、自然性を生かした工法が要求されるようになるとともに、河岸のもつ多様な性質とその場に生ずる河岸浸食の複雑な実態があらためて注目されるようになってきた。本研究の主題も、現実の火山灰を使用したものであり、現実のスケールに近づけた実験において初めて見いだされた現象—直線状の部分平衡斜面—の解明に関するものである。

著者ら¹⁾は、広い粒度分布を持つ火山灰土を用いた大型水路実験を行い、側岸部分において時間経過によらず河床高が変わらない動的に平衡する直線斜面の出現を確認した。こうした現象は、諏訪ら²⁾によっても報じられており、浸食面が直線状を呈する河川があることが紹介されている。この斜面は傾斜角が水中安息角に近く比較的急勾配であり、流れが平均粒径に対して限界掃流力以下になる場合にも重力の作用により、その傾斜角を一定に保持する性質を有しているようである。このような現象は従来の理論では説明し難い。

本論文は、斜面の重力効果を見落とせずに粒子移動速度を求め、重力・掃流力の合成力をもとに掃流層厚を導くParker³⁾の方法を混合粒径にまで拡張し、上述の現象に対処し得る流砂量式を確立しようとするものである。重力が卓越する急勾配水路における掃流砂量に関する研究は、例えば大同⁴⁾によっておこなわれている。しかし、それは単一粒径の流下方向流砂量を対象にしており、本論文とは異なっている。

-
- | | | |
|------|--------|------------------------------------|
| * | 学生員 | 北海道大学大学院工学研究科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目) |
| ** | 正会員 工博 | 北海道大学工学部土木工学科 (同上) |
| *** | 正会員 工修 | 開発土木研究所河川研究室 (〒063 札幌市豊平区平岸1-3) |
| **** | 正会員 | 開発土木研究所河川研究室 (同上) |

2. 一様勾配平衡斜面の出現

2-1. 実験の概要：

詳細は、金高ら⁶⁾によって報じられておりそれを参照されたい。実験に用いた水路はそれぞれ流下方向に40m、横断方向に4mのスケールを有する直線水路である。初期断面の設定は池田ら⁶⁾に従って設定した。また、河床材料は現地の単位体積重量を再現するよう敷き詰めた。実験は計4ケース行っている。それぞれの実験ケースの水利諸量、および天端高等の条件は表-1に示すとうりである。計測項目としては、横断面での流速分布、流路横断面形状の時間変化、流路拡幅量の時間変化そして河床の粒度分布の時間変化等としている。ここでは、流路横断面形状の時間変化について考察を述べることにする。

実験ケース	case.1	case.2	case.3	case.4
流量(m ³ /s)	1.0	1.0	1.0	1.0
河床勾配	1/1500	1/500	1/1500	1/1500
天端高(m)	.1	.1	.3	.3

表-1 各実験ケースの水利諸量・天端高

2-2. 流路横断面形状の時間変化：

図-1,2はそれぞれ、case.2とcase.4についての流路横断面形状の時間変化を示したものである。図-1は、指数関数形に似た形状を示しているが、図-2では、斜面の一部に河床高が時間的に変化しない直線状の区間が現れている。前者は、従来の実験室レベルの実験で良くみられるものである。後者は、水際に近い部分および天端部分で浸食が生じ、また河床部分が堆積傾向にあって横断方向流砂量が存在している。しかし、中間部分がほとんど変化しておらず、動的平衡が実現している。両者の違いが生じる条件として掃流力が、平均粒径の限界掃流力を下まわる程度か否かが挙げられる。表-1に示すように、case.2はcase.4よりも河床勾配が3倍大きく、明らかに掃流力が大きい。

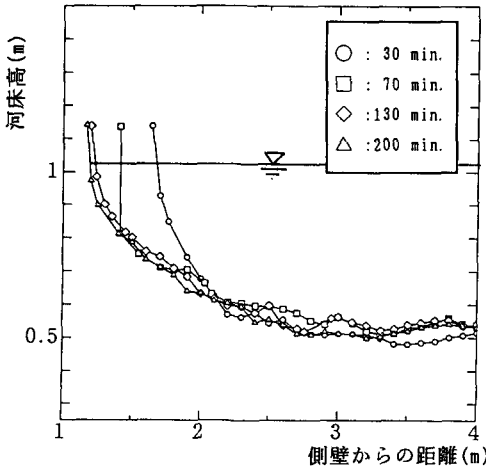


図-1 CASE.2の流路横断面形状の時間変化

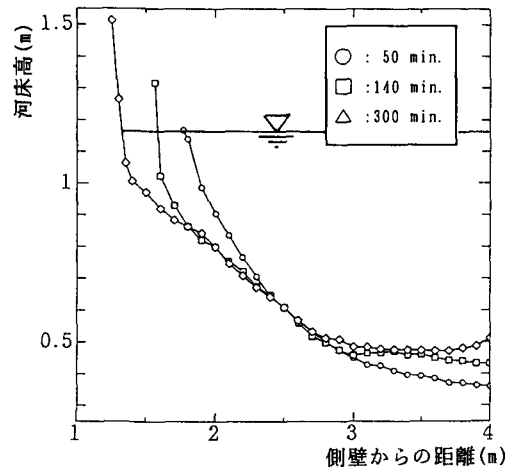


図-2 CASE.4の流路横断面形状の時間変化

3. 斜面上の流砂量式の導出

3-1. 斜面上の粒子の運動：

図-3のように、流れに沿ってx軸を、潤辺に沿って水際から水路中央部へ向かう方向を正としてy軸を設定する。傾斜角 θ の斜面上の砂粒の運動方程式は、平野⁷⁾など既往の研究と同様に以下のように表現できる。

$$\alpha_3 d^3 \left(\sigma + \frac{1}{2} \rho \right) \frac{d(u_x \cos \gamma)}{dt} = D \cos \delta - F \cos \gamma \quad (1)$$

$$\alpha_3 d^3 \left(\sigma + \frac{1}{2} \rho \right) \frac{d(u_x \sin \gamma)}{dt} = W \sin \theta - D \sin \delta - F \sin \gamma \quad (2)$$

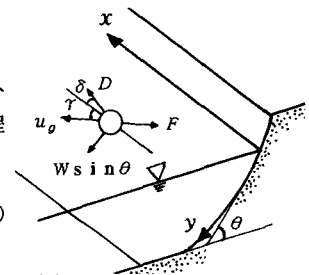


図-3 斜面上の砂粒の運動

ここに、 D ：砂粒に働く流体による抗力、 W ：砂粒の水中重量、 F ：砂粒に働く摩擦力でありそれぞれ以下の式で表される。

$$D = e \alpha_2 d^2 C_D \rho \{ (u_d - u_g \cos \gamma)^2 + (u_g \sin \gamma)^2 \} / 2$$

$$W = \alpha_3 d^3 (\sigma - \rho) g$$

$$F = \alpha_3 d^3 (\sigma - \rho) g \cos \theta \mu_k$$

、 u_g ：砂粒の移動速度、 u_d ：移動している砂粒に働く流れの速度、 σ, ρ ：それぞれ砂粒および水の密度、 α_2, α_3 ：それぞれ砂粒の面積および体積係数、 d ：砂粒の粒径、 g ：重力加速度、 θ ：斜面傾斜角、 γ ：砂粒の移動方向の x 軸からの偏角、 t ：運動に関わる時間、 δ ： D の働く方向である。

長谷川⁷⁾によれば、粒子運動が定常に至る時間は極めて短く、事実上定常運動として扱うので、上記の式(1)、(2)の左辺はゼロと見なしうる。このとき、砂粒の速度、およびその運動の x 軸からの偏角は平野⁸⁾による以下の2式で表される。

$$\tan \gamma = \frac{\tan \theta}{\mu_k} \left(\frac{1}{\cos \gamma} - \frac{u_g}{u_d} \right) \quad (3)$$

$$\frac{u_g}{u_d} = \cos \gamma - \sqrt{\frac{\tau_{*c} \mu_k}{\tau_* \mu_s} \cos \gamma \cos \theta \left\{ 1 + \left(\frac{\tan \theta}{\mu_k \cos \gamma} - \tan \gamma \right)^2 \right\}^{1/2} - 1 + \cos^2 \gamma} \quad (4)$$

式(3)、(4)から砂粒速度、および移動方向偏角を陽な形で解くことはできないが、斜面効果が無視できない急斜面では項の省略はできず、直接解を求める必要がある。ここでは、繰り返し計算を行うことで解くこととする。

3-2. 斜面上の流砂量式：

砂粒速度が分かれば、それと流砂濃度との積から流砂量を知ることができる。また、移動方向偏角が決まれば横断方向流砂量も算出できる。

Bagnoldは、単位面積中に体積 N_v の流砂が存在して掃流運動をしている場合に、衝突によるせん断応力 τ_{og} が、 N_v による摩擦力に等しく、

$$\tau_{og} = N_v (\sigma - \rho) g \cos \theta \mu_k \quad (5)$$

なる関係が成り立つことを示した。一方、芦田・道上⁹⁾は、有効せん断応力 τ_{oe} が以下のように表現できるとした。

$$\tau_{oe} = \tau_{og} + K \tau_c, \quad K \equiv 1 \quad (6)$$

Bagnoldの関係を斜面上に拡張して考えると、単位面積中の流砂に働く力は、衝突力 τ_{og} 以外に重力の斜面方向分力があり、これらの合力が、 N_v による摩擦力と釣り合っていると考えることができる。すなわち、以下のように表される。

$$\tau_{og}^2 + [N_v (\sigma - \rho) g \sin \theta]^2 = [N_v (\sigma - \rho) g \cos \theta \mu_k]^2 \quad (7)$$

これを整理すると単位面積中の砂粒の体積 N_v は、次のように表される。

$$N_v = \frac{\tau_{og*}}{\mu_k \cos \theta \sqrt{1 - (\tan \theta / \mu_k)^2}} d \quad (8)$$

流砂量 q_B は、砂粒の移動速度を u_g 、単位面積中の砂粒の体積を N_v としたときに、 $q_B = N_v u_g$ として表すことができるので、これに、式(6)と式(8)を代入して整理すると無次元流砂量 q_{B*} は、

$$q_{B*} = \frac{\psi_d}{\mu_k} \sqrt{\frac{1 - (\tan \theta / \mu_s)^2}{1 - (\tan \theta / \mu_k)^2}} \sqrt{\frac{\tau_*}{\tau_{*c}}} (\tau_{*c})^{1/6} \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c}} \frac{1}{\sqrt{1 - (\tan \theta / \mu_s)^2}} - 1 \right) \frac{u_g}{u_d} \quad (9)$$

のように得ることができる。また、横断方向流砂量は q_{B*} の斜面方向成分であるので、 $q_{Bv*} = q_{B*} \sin \gamma$ から求めることができる。これらの方法は、Parker⁸⁾にならったものであり、彼の一般的傾斜面での表現を横

断方向にのみ傾斜する斜面にあてはめたものとなっている。

4. 従来の流砂量式との比較

ここでは、従来の流砂量式と本論文で導いた流砂量式(9)との比較、および検討を行う。

従来の流砂量式として、以下に示すようなMeyer-Peter Müller型の式とLane-Carlsonの斜面上限界掃流力の式を組み合わせた式を用いることとする。

$$\frac{q_{By*}}{\tan \theta} = 8 \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c}} - \sqrt{1 - \left(\frac{\tan \theta}{\mu_s} \right)^2 \cos \theta} \right)^{1.5} \frac{\tau_{*c}^{1.5}}{\sqrt{\mu_s \mu_k}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \quad (10)$$

図-4は、Meyer-Peter Müller式において斜面傾斜角による変化を示したものであり、図-5は、本論文で導いた式の斜面傾斜角による変化を示したものである。横軸は無次元掃流力と無次元限界掃流力との比を示しており、縦軸は無次元流砂量を示している。これらの図から、Meyer-Peter Müller型式は、流れが水平限界掃流力以下の場合でも斜面傾斜角の増加にともない値をもつが、掃流力が大きくなると流砂量が斜面傾斜角にはよらなくなることがわかる。一方、式(9)でも流れが水平限界掃流力以下の状態で値をもつ

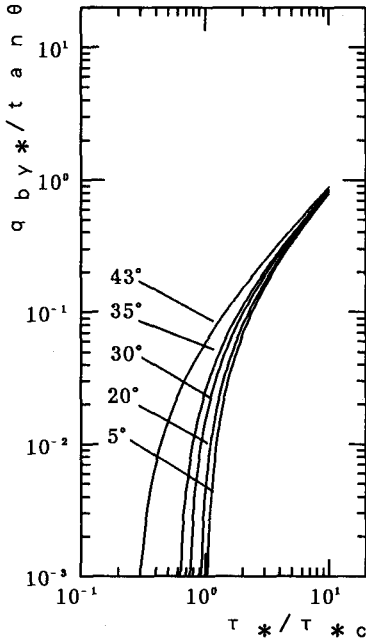


図-4 Meyer-Peter Müller式

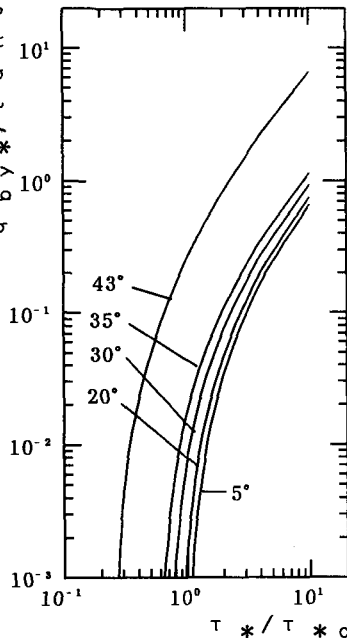


図-5 本論文で導いた式

が、斜面傾斜角の増加とともに流砂量が増加するという実際現象の傾向も良く表現できている。このことは、同じ流れの状態でも斜面傾斜角が増えれば合成掃流力が増加し、流砂量が増えるという考え方の妥当性を示すものである。

5. 混合粒径への拡張

混合粒径砂の流砂過程を想定した場合、流れの掃流力は遮蔽効果を受けて変化するが、重力効果はそのまま働くものと考えられる。これらを考慮して、式(3)、(4)、(9)を粒径別のものに書き換えると以下のようになる。

$$\tan \gamma_i = \frac{\tan \theta}{\mu_k} \left(\frac{1}{\cos \gamma_i} - \frac{u_{gi}}{u_d} \right) \quad (11)$$

$$\frac{u_{gi}}{u_d} = \cos \gamma_i - \sqrt{\frac{\chi(\delta_i) \tau_{*cm} \mu_k}{\tau_{*m} \mu_s} \cos \gamma_i \cos \theta \left\{ 1 + \left(\frac{\tan \theta}{\mu_k \cos \gamma_i} - \tan \gamma_i \right)^2 \right\}^{1/2} - 1 + \cos^2 \gamma_i} \quad (12)$$

$$q_{Bi*} = \frac{\psi_d}{\mu_k} \sqrt{\frac{1 - (\tan \theta / \mu_s)^2}{1 - (\tan \theta / \mu_k)^2}} \sqrt{\frac{\tau_{*m}}{\chi(\delta_i) \tau_{*cm}}} (\chi(\delta_i) \tau_{*cm} / \delta_i)^{1.5} * \left(\frac{\tau_{*m}}{\chi(\delta_i) \tau_{*cm}} \frac{1}{\sqrt{1 - (\tan \theta / \mu_s)^2}} - 1 \right) \frac{u_{gi}}{u_d} \pi i \quad (13)$$

上記の3式において、 $\tau_{*i} = \tau_{*m} / \delta_i$ 、 $\tau_{*ci} = \tau_{*cm} \chi(\delta_i) / \delta_i$ としている。これらは、粗粒化された表層砂粒子の平均粒径を基準として、粒径別の掃流力、限界掃流力を表現したものである。

ここで、 τ_{*m} ：平均粒径 d_m にたいする無次元掃流力、 τ_{*cm} ：平均粒径に値する無次元限界掃流力、 P_i ：粒径 i の体積存在割合、 $\chi(\delta_i)$ ：遮蔽係数の逆数でEgiazaroff式をもちいる。 $\delta_i = d_i / d_m$ である。

6. 実測値との比較・検討

図-6、7、8はそれぞれcase.1、case.2、case.3の実験結果と計算値を示したものである。横軸は、平均粒径に対する無次元掃流力と平均粒径に対する無次元限界掃流力との比、縦軸は無次元流砂量と斜面勾配の正接との比である。理論計算に必要なパラメータ諸量は、各実験ケースの各時間において横断方向に一点を選び、その点での実測値をあてはめている。斜面勾配は実測値を与えているが、通水開始から動的平衡斜面に至る過程において最大の斜面傾斜角は初期設定勾配(35°)であり、これを上限値と考えて図示している。また、水際での斜面傾斜角(43°)を与えた計算も併示している。これらの図から、実測値と計算値との対応関係はかなり良いことがわかる。また、理論線はいずれの実験ケースについても、掃流力の増加にともなう流砂量の急激な増加を良く表現している。しかし、結果の曲線は粒径を離散的に取っているために掃流力の増加に伴う移動粒子が不連続的に増え、滑らかにはならない。

ここで、動的平衡斜面が出現しているcase.1とcase.3を取り出して比較を行う。case.1では、代表粒径の限界掃流力以下の範囲で流砂量が存在していることがわかる。また、case.3でも流れが代表粒径の限界掃流力付近か、それ以下の範囲で流砂量が存在している。同じ計測時間でみるとcase.1よりもcase.3の流砂量のほうが大きく表れているが、これは天端高の違いによる崩落土砂量の違いによるものと考えられる。斜面の動的平衡はこのような状況のもとで生じている。このことから、この現象が平均粒径より大きな礫の静止ないし非常にゆっくりした移動と、平均粒径より小さな砂粒子の重力作用を受けた比較的活発な移動によって成り立っていることがわかる。粒径別にみた理論曲線はこうした傾向をよく証明している。斜面の直線化は掃流力変化に対する流砂量変化カーブが代表径の限界掃流力の付近で寝てくることからある程度説明がつくが、天端の崩壊による埋め戻しによるところが大きいものと思われる。次に、case.2は、掃流力が大きく流砂量も多いが、時間の経過に伴う粗粒化によって流れが代表粒径の限界掃流力に近づき、ついにはそれ以下になるところが現れて、流砂量も少なくなっていることがわかる。しかし、掃流力範囲の大部分は代表粒径の限界掃流力を越えた範囲にあり、掃流力変化に対する流砂量の急激な変化が曲線状斜面を形成するものと言える。

上述のように、斜面による重力効果と混合粒径による遮蔽、分級効果を考慮することで、従来の流砂力学の枠組みを変えることなく現象を良く把握できることがわかる。しかし、繰り返し計算によ

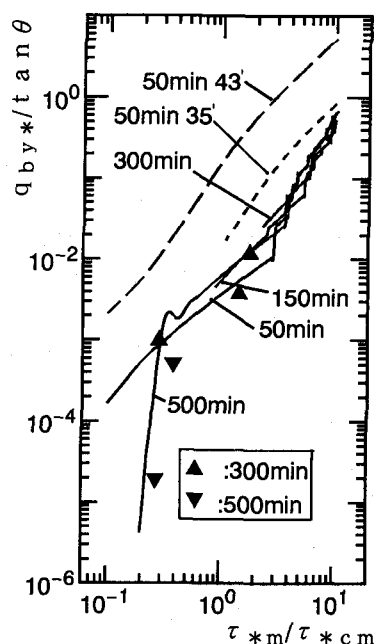


図-6 CASE.1の横断方向流砂量

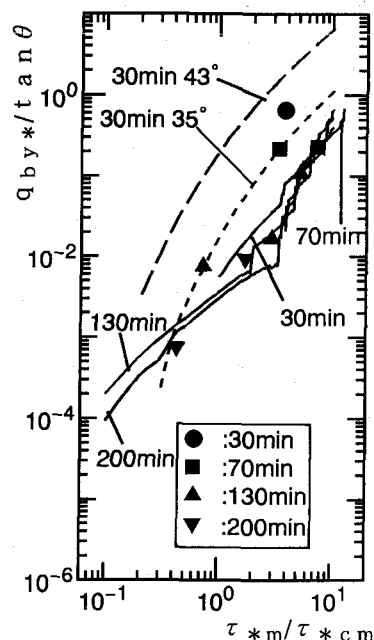


図-7 CASE.2の横断方向流砂量

て砂粒速度や移動方向角を求めているために、ある砂粒に対する計算の打ち切り誤差などの新たな問題が生じている。また、砂粒が運動できるか否かは遮蔽係数の評価によるところが大きいと思われるが、これらについてはさらに検討の余地があるように思われる。

7. おわりに

本研究では、粒子速度の厳密解（数値解）と重力の斜面方向分力と流れの掃流力の合成力によって表現した掃流層厚の積による流砂量モデルを導き、混合粒径の場合に拡張した。このモデルは、流れが限界掃流力に近い、またはそれ以下の現象を良く表現する。また、水中安息角に近い急斜面に対しても適用できるほか、粗粒化にともなう流砂量の変化も表現できる。今後、この流砂量式を適用して分級をとまなう流路断面の変化過程を追求する予定であるが、従来の流砂量式では表現し切れなかった水際近傍の浸食や直線状斜面の再現に興味もたれるところである。

謝辞：本研究を進めるにあたり、東京工業大学池田駿介教授、Minnesota大学G. Parker教授、Genova大学G. Seminara教授の熱心な討議・御指導をいただいた。記して謝辞にかえる次第である。

参考文献：

- 1) 竹本・渡邊・長谷川・亀田：火山灰流路の側岸浸食過程に関する研究，土木学会北海道支部論文報告集，第48号，pp. 445-448，1992.
- 2) 諏訪義雄・山本晃一：河岸浸食に関する現地調査，水工学論文集，第35巻，pp. 263-268，1991.
- 3) Kovacs, A. and G. Parker: Time development of straight self-formed river channels in non-cohesive material. Part. I, General vectorial model for bedload transport on arbitrarily sloping beds., JFM 投稿中
- 4) 大同淳之・橋本健：急勾配河道の掃流砂量，水工学論文集，第29巻，pp. 531-536，1985.
- 5) 金高・渡邊・長谷川・亀田：大型の火山灰流路を用いた側岸浸食実験，水工学論文集，第37巻，投稿中
- 6) 池田駿介・G. Parker・千代田将明・木村善孝：直線砂礫河川の動的安定横断形状とそのスケール，土木学会論文報告集，第375号，pp. 117-127，1986.
- 7) 平野宗男：拡幅を伴う流路幅変化について，土木学会論文報告集，第210号，pp. 13-20，1973.
- 8) 長谷川和義：非平衡性を考慮した側岸浸食量式に関する研究，土木学会論文報告集，第316号，pp. 37-50，1981.
- 9) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃粒砂量に関する研究，土木学会論文報告集，第206号，pp. 59-69，1972.

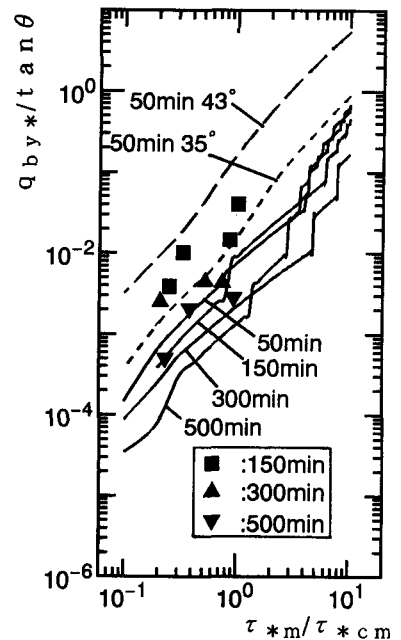


図-8 CASE. 3の横断方向流砂量