

粒子間の衝突力についての研究

A Study On Collision Force Between Solid Particles

李 立亜*・沢本 正樹**・佐藤 忠浩***

By Liya LI, Masaki SAWAMOTO and Tadahiro SATO

A series of experiments, which are granular flows along to a decline channel with a degree θ , were carried out under two media--air and water. The kinematic mechanism of granular flows, e. g., conditions of stability, flow patterns, speed fluctuation of granular particles, etc., were observed. Based on the experimental results, a linear model on dynamic friction force between particles was proposed, and Bagnold's collision force model was modified. The calculation shows good agreement with experimental one for flows composed of large diameter particles.

Keywords: granular flow, collision force, linear concentration

1. はじめに

工学に於ける固液混相流は多分野から関心を持たれており、研究論文に限らず成書¹⁾も発表されている。著者らは、漂砂に関連してこの分野に従来より関心を持ってきており、具体的には波によるシートフロー状の砂移動機構の実験とモデル化を目指していくつかの研究を行ってきた²⁾。

シートフロー状の砂移動を観察すると、いくつかの異なった機構の砂移動が同時に生じていることがわかる。砂層を静止層から順に上に観察していくと、力学的に問題となるのは、移動限界の決定、圧力を外力とする砂のずり運動、分散した砂の衝突による運動量の伝播（粒子の衝突によるせん断応力の発生）、流体と砂の相対運動による相互作用（定常および非定常）、より上方の砂粒子の乱流拡散、などがそれである^{2,3)}。これらを定式化するには、それぞれの力学機構の特性を正しく把握しなければならないことは言うまでもない。しかし、われわれ研究者の関心はともすると、これらを複合したシートフロー現象全体に向きがちで、個々の力学機構の探求はややなおざりにされているように感じられる。たとえば、Bagnold⁴⁾の初期の固体粒子流のせん断応力モデルがいまだに引用されるのは、それ自体が優れていることは論を待たないが、同時

* 学生員 工修 東北大学大学院 工学研究科土木工学専攻

** 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

*** 東北大学工学部土木工学科学生

(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

に基本的な事項への後の研究者の関心が不足していたことも反映しているように思われる。

著者らは、シートフロー状の砂運動のモデル化にあたり、これらの固液混相流の基本的事項について実験的に再確認することを計画している。今回は、分散した固体粒子の衝突による運動量の伝播について、できるだけ理想化された単純な条件のもとで計測することを試みた。具体的には、角度 $\theta \in (\phi_0, \phi_{Dmax})$ を持つ斜面（ここに ϕ_0 は内部摩擦角、 ϕ_{Dmax} は最大動摩擦角）で、2次元的な分散状態の粒子からなる流れ（水中および空中での2種類）の速度、濃度などを測定し、粒子の衝突により生じた衝突力を理論的、実験的に定式化することを試みた。その際、特に将来シートフロー状の砂移動のモデル化に際し、都合のよい範囲、使いやすい形にまとめることを主眼とした。

2. 衝突力に関する実験

2. 1. 実験装置並びに実験条件

実験装置：

実験は図-1に示すように、ある角度 θ で流路を固定し、上部から粒子量を調整できるホッパーで粒子を流し、水中および空中の2種類で行った。角度は流路下部を上下に移動させることにより自由に調整できる。流路の寸法は、100mm×100mm×3000mmであり、側壁の上部2000mmは木製、下部1000mmはアクリル製である。なお、流量は最下部より粒子を採取することにより測定した。また、水中での実験は、1500mm×1500mm×120mmの水槽を水で満たし流路下部を水中に沈めて行った。

実験条件：

実験諸量を表-1に示す。人工真珠、ガラスビーズ、および砂を用いて粗面を作り、それらをそれぞれ角度、流量を3種類ずつ変化させ、水中と空中の状態で実験を行った。

2. 2. 粒子の速度および濃度の計測

落下実験の様子をアクリル製側壁を通してビデオで撮影し（シャッタースピード1/500sec）、その画像を1/30sec毎にコマ送りし、粒子の座標を読みとることにより、ラグランジ

ュ的に速度を求めた。さらに、平均速度および速度の乱れ強度も求めた。また、壁の影響を排除するために、流路の真上からもビデオを用いて撮影し、その表面の粒子速度分布も計算した。上から観察すると、側壁に接する粒子は図-2のように壁面の摩擦により、減速されていることが分かる。断面中央の速度分布は観測できない。それで、上から観測される粒子速度の分布形が、各高さでも生じているものと考え、中央断面の速度分布を推算した。

濃度についてはアクリル越しにカメラで撮影し、側板に接している粒子の個数を求めることにより、相対濃度を求めた。

3. 実験結果と考察

3. 1. 粒子流の安定条件

数多くの実験結果を見ると、粒子流の安定性はその斜面の角度 θ 、流れの流量 Q 、および底面の粗度の影響を受けることが分かる。 θ が内部摩擦角 ϕ_0 より小さい場合、その流れは流路にどんどん堆積し、安定した流れが形成できない。その表面は図-3aのA-typeとなる。

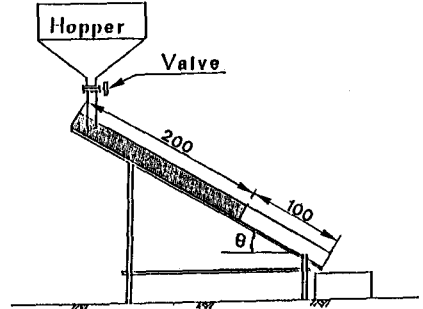


図-1. 実験装置（単位 cm）

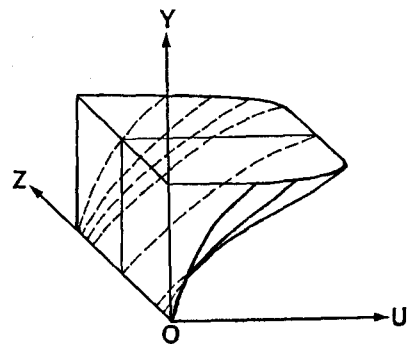


図-2. 粒子速度の3次元分布

表-1. 実験条件

人工真珠 ($\rho_s=1.50$, $d=5.0\text{mm}$)			ガラスビーズ ($\rho_s=2.45$, $d_{50}=1.0\text{mm}$)			砂 ($\rho_s=2.65$, $d_{50}=1.35\text{mm}$)			水中実験 ($T=16^\circ\text{C}$)			
ケース	流量 (g/cm^3)	角度 (度)	ケース	流量 (g/cm^3)	角度 (度)	ケース	流量 (g/cm^3)	角度 (度)	ケース	流量 (g/cm^3)	角度 (度)	備考
C 1	178.7	21.74	G 1	320.0	21.84	S 1	288.7	32.04	CW 1	184.8	24.05	人工 真珠
C 2	237.6	"	G 2	345.0	"	S 2	369.1	"	CW 2	345.0	25.71	
C 3	369.6	"	G 3	410.0	"	S 3	522.3	"	CW 3	184.8	26.54	
C 4	178.7	22.12	G 4	320.0	24.25	S 4	288.7	33.87	GW 1	320.0	25.30	ガラス ビーズ
C 5	237.6	"	G 5	345.0	"	S 5	369.1	"	GW 2	345.0	24.25	
C 6	369.6	"	G 6	410.0	"	S 6	522.3	"	SW 1	80.4	32.80	砂
C 7	178.7	23.43	G 7	320.0	25.34	S 7	288.7	32.80	安息角 (ϕ_0)	人工真珠		21.0°
C 8	237.6	"	G 8	345.0	"	S 8	369.1	"		ガラスビーズ		21.5°
C 9	369.6	"	G 9	410.0	"	S 9	522.3	"		砂		32.0°

また、空中での実験の場合は、 θ が一定限界を越えると、粒子の速度、各粒子の持つ運動量がかなり大きくなる。その粒子がいったん底面と、あるいは粒子同士衝突すると、かなり高いところまで粒子が飛び上がり、濃度が非常に低くなる。そのため衝突の確率が小さくなり、衝突により生じたせん断力と斜面上で重力成分とのバランスが崩され、粒子がどんどん加速される。したがって、その表面が不安定になり安定な粒子流を形成できなくなる。ケース C7 はその一例である（図-3 b 参照）。Savage^{5,6)} が指摘したとおり、安定した流れの θ はかならず $\theta \in [\phi_0, \phi_D]$ を満足しなければならないことが本実験においても確かめられた。

しかしながら、同じ θ のもとで流量が大きくなると、粒子流の濃度が大きくなり、一定の加速を経て新しい安定流れを形成することができる。ケース C8 と C9 はそれを証明している。それは、動摩擦角度 ϕ_0 が濃度の関数であるということを裏づけていると思われる。

また、底面粗度が粒子流に対してかなり大きな影響を持つということを、実験により確認できた。粗度をつけない木製の底面と、1mm相当のガラスビーズの粗面の上で人工真珠を用いて行った実験の結果は、角度 θ が ϕ_0 より小さくてもその底面との摩擦が小さいため、全体的に下方へ滑り出してしまふ。安定した流れを形成するためには、その底面での滑りを除外しなければならない。実験でいろいろ試した結果として、それを除外するためには、底面粗度が粒子の一粒径に相当することが必要であることが分かった。

水中での実験の場合は以上に述べた条件に限らず、流体抵抗が効いてくるため、いつでも安定した粒子流を形成することができる。しかし、斜面の角度 θ を大きくすぎると、粒子流を支配する力としては粒子同士の衝突による摩擦力よりも流体抵抗が卓越するようになり、本研究の意図に反することになる。そのため、本実験ではそれを考慮し、慎重に斜面角度を選んだ。

3. 2. 流れのパターン

図-4 は流れのパターンを示す。数多くの実験をまとめた結果として、流れはその速度分布形より3種類（図-4 a）に分類することができる。このパターンは水中、空中の違い、粒子流量 Q_s にも関連しない。流れのパターンに最も影響を与えるものは斜面角度 θ である。 θ が ϕ_0 に近いと、その速度は上部から下部へ向かって急激に減少し、パターン①となる。また、 θ の増加に伴い、速度勾配は全層にわたってどんどん差が小さくなりパターン②（図-4 b）となる。さらに θ がもっと大きくなると、表面に近いところではその速度勾配は増加せずに逆に減少するようになり、パターン③となることが分かった。

パターン③のようなものは、速度のバラつきがあまりない。このパターンは粒子が球形の人工真珠とガラスビーズの試料を用いて行った実験では見られず砂（粒径0.85mm～2.00mm、外径様々）の場合でのみ生じる。このことは、粒径分布のバラつきおよび粒子の形状が流れのパターンに及ぼす影響も無視できないためであると考えられる。

3. 3. 濃度の分布

図-5 はY方向での濃度変化を示す一例である。横軸は C/C_0 、 C_0 は $0.9C_m$ に相当する。図から分かるよう

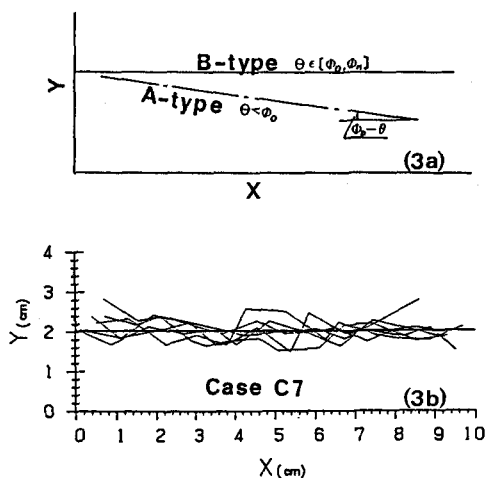


図-3. 粒子流の安定性を示す表面状態

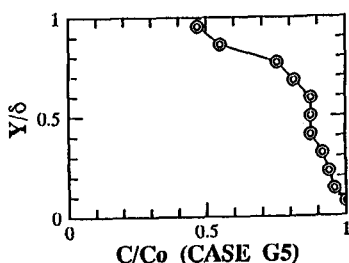


図-5. 濃度の移動層厚さ方向での分布

に、濃度は深くなるにつれて増加し、約全移動層の1/4(上から)のところからは濃度の変化は小さくなる。

3. 4. 速度の乱れ分布

図-6 a は y 方向での速度乱れ強度分布の一例 (G5, 空中) である。本実験で使われた試料の粒径及び移動層の厚さによって、約一粒径ごとに全層を20層に分けることが出来る。ここでは各層にある粒子の平均速度を求め、さらに乱れ強度を求めた。その結果、上層を除くと乱れ強度はほぼ2%~5%であり、上層でも約10%以下に留まることが分かった。液体の乱れと反対に、上に行くほどその乱れは大きくなる。なお、比較のためG5と同じ条件の水の中実験 (GW2) の結果も図-6 b にプロットした。それにより乱れの分布は水中、空中に関わらず同じパターンであり、乱れ強度の大きさはほぼ同じ程度であることが分かった。

4. 固体粒子の衝突力の評価

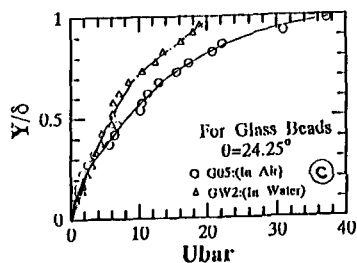
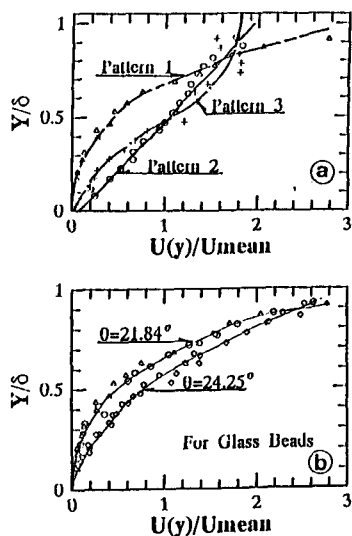


図-4. 粒子流の流れパターン

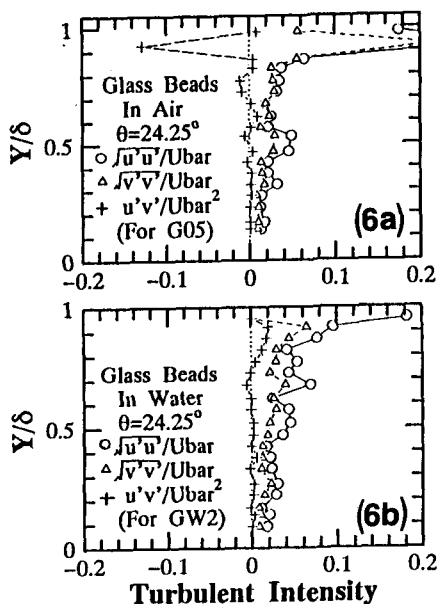


図-6. 粒子速度の乱れ強度

Bagnold はせん断流における固体粒子の速度勾配は一定、液体と固体との間には速度差がなく、混相流に生じる過剰圧力はすべて固体粒子の衝突によるなどの仮定に基づいて、半理論的、半実験的に衝突力の関係式を1954年⁴⁾に提案した。それ以後、Savageをはじめ、多くの研究者もその問題を扱っているが、ほとんどの研究はBagnoldの示した枠組みを越えてはいない。

斜面上で粒子が流れる場合、図-7のように、力の釣合により、下記の方程式が得られる。

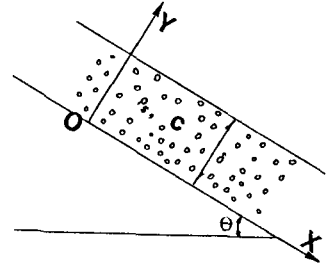


図-7. 粒子流の座標

X方向:

$$(\rho_s - \rho)g\sin(\theta)C = -\frac{d\tau_x}{dy} \quad (1)$$

Y方向:

$$(\rho_s - \rho)g\cos(\theta)C = -\frac{dp_y}{dy} \quad (2)$$

(1) と (2) を Y 方向に積分して割算すると、

$$\tau_x / p_y = \tan(\theta) \quad (3)$$

が得られる。ここで、

$$\tau_x = \tau_o + \gamma_{xy} = -\rho_s g \sin(\theta) \int_0^y C dy \quad (4)$$

τ_o は修正したCoulomb摩擦力であり、次のように表わすことができる。

$$\tau_o = p_y \cdot \tan(\phi_D) \beta. \quad (5)$$

γ_{xy} については、Bagnoldの式を用いて、次のように書く。

$$\gamma_{xy} = af(\lambda)\lambda\rho_s D^2 \sin(\alpha) \left(\frac{du}{dy}\right)^2 \quad (6)$$

式(4)、(5)、(6)を式(3)に代入して整理すると、

$$af(\lambda)\lambda\rho_s D^2 \sin(\alpha) \left(\frac{du}{dy}\right)^2 = \{\tan(\theta) - \tan(\phi_D)\beta\}(\rho_s - \rho)g\cos(\theta) \int_0^y C dy \quad (7)$$

が得られた。

ここに、各記号の意味は下記の通りである。

a は係数で、Bagnoldの実験で慣性区域では、 $a=0.042$ ； λ は線濃度であり、その定義および濃度との関係は方程式(8)で表す。

$$\lambda = D/s = [(C_m/C)^{1/3} - 1]^{-1} \quad (8)$$

s は分散状態の粒子間の最小距離； $f(\lambda)$ は λ の関数、慣性区域で、 $f(\lambda)=\lambda$ ； ρ_s 、 D はそれぞれ固体粒子の密度と直径； ρ は液体の密度； α は衝突角度； θ は斜面の角度； ϕ_D は運動安息角； C は固体粒子の濃度； C_m は固体粒子の最大可能濃度、理論分析で、球体に対し、 $C_m=0.74$ ； u は X 方向の固体粒子の速度； β は未定係数である。 β について、次のように考える。濃度の高い区域では、粒子はすぐ下層の粒子を乗り越えながら前進し、実際には衝突は生じにくくなる。したがって、この区域では、粒子間の摩擦力が運動状態に与える影響は無視しえなくなる。その事実は本実験より確認された。一方、線濃度 λ が 12 より低い区域では、その影響は無視できる⁶⁾。そのため、下記のようにモデルを設定するようにした。

$$\beta = \begin{cases} 0 & \text{for } \lambda \leq 12 \\ \beta(\lambda) & \text{for } 12 < \lambda < \lambda_0 \\ 1 & \text{for } \lambda \geq \lambda_0 \end{cases} \quad (9)$$

λ_0 は移動可能の最大濃度 $0.9C_m$ に対応する線濃度である。モデルを簡単化するため、 $\beta(\lambda)$ は次のように線形分布と仮定する。

$$\beta = (\lambda - 12) / (\lambda_0 - 12) \quad (10)$$

5. 実験値との比較

方程式(7)を、実験により得られた濃度の値を代入して数値積分した。その結果を図-8に示す。ここで、a

および $f(\lambda)$ についてBagnoldの実験値を使用した。図に示すように計算値と実験値を比べると、下部ではよく合っているが、上部ではその計算値は実験値より少し大きくなる傾向がある。それは実験の精度、特に濃度の計測の精度に影響されていると考えられる。小粒子の場合の方がそのずれが大きくなるが、それは側壁の影響や水から受ける流体力の働きのためではないと思われる。

6. 結論

本研究より下記の結論が得られた。

- 斜面で安定する粒子流を形成できる条件として、その斜面角度は $\theta \in [\phi_0, \phi_{Dmax}]$ であること、底面粗度が一粒径程度であること、が実験により確かめられた。
- 流れのパターンは、その斜面の角度 θ が一番重要なパラメーターであり、そのほか、粒子自身の形状や分布のバラツキも無視できない。
- 粒子流の下層の濃度はかなり濃く、ここでの粒子は、他の粒子を乗り越えながら前進するので、粒子間の摩擦力が運動状態に与える影響を無視することはできない。
- 上記の粒子間の摩擦力を、線形モデルを考えて修正したBagnoldの衝突力の式を用いて計算した。その結果、大粒子からなる粒子流に対しては実験との一致が確認されたが、小粒子の場合にはずれがあることが分かった。

本研究の公表に当り、小川基金の援助を受けた。ここで謝意を表します。

参考文献

- 日本流体力学学会編、(1991): 混相流体の力学、朝倉書店
- Sawamoto・M. and T.・Yamashita (1987): Sediment Transport in Sheet Flow Regime, Coastal Sediment '87, WW Div. ASCE, pp.415-423.
- 李 立亜・沢本 正樹 (1992): 振動流における Sheet Flow に関する研究, 土木学会第47回年次学術講演会概要集 第2部 pp.1132-1133.
- Bagnold, R. A. (1954): Experiment on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, Proc.Roy. London A225 pp.49-63.
- Savage, S. B. and S. McKeown (1983): Shear stresses developed during rapid shear of concentrated suspensions of large spherical particles, J. Fluid Mech., Vol. 127, pp.453-472.
- Savage, S. B. (1979): Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels, J. Fluid Mech., Vol. 92, part 1, pp.53-96.
- 高橋 保 (1984): 土石流の流れ学, ながれ3, pp.307-317.

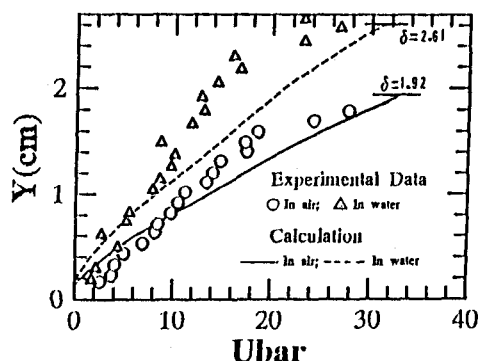


図-8. 計算結果と実験結果の比較