

流出渦の発生と液体の粘性について

Development of Outflow Vortices and Liquid Viscosity

荻原 能 男*

By Yoshio OGIHARA

The vortices arising at the flow outlet when water flows out from reservoirs and water tanks through pipelines are called outflow vortices.

The outflow vortex does not arise at the discharge less than a certain value. Besides, it does not arise at the water depth deeper than a certain value. It is considered that these two conditions cannot be explained by the same principle. Namely, the phenomenon that it does not arise below a certain discharge is considered to be related to the viscosity of fluid.

The experiment was carried out by changing the viscosity of fluid, and it was shown in this paper that the phenomenon outflow vortex does not arise below a certain discharge can be explained by radial Reynolds number.

Keyword: Outflow Vortex, Intake Vortex, Swirling Flow

1. まえがき

貯水池や水槽から管路により水を取水するときに発生する渦を「流出渦」と言う。この渦の中で管路内に空気を連行する渦を「空気吸い込み渦」と言う。流出渦はある流量以下では発生しない。また、ある水深以上でも発生しない。このことは1957年 Denny and Young の実験¹⁾により確かめられ、Denny Young 曲線が示されている。この両者を同一の原理で説明するのは困難のように思う。前者のある流量以下では発生しないのは液体の粘性に関係しているように思われるが、後者のある水深以上では発生しないのは粘性に関係していないと考えられる。この論文では、液体の粘性を変えて実験を行い、ある流量以下では流出渦が発生しないことを半径方向レイノルズ数によって説明できることを示した。

流出渦の物理モデルは、中心部分が粘性核とし、その外側が渦無しの回転流れとしたランキンの複合渦が最初のモデルである。1955年に液体の粘性を考慮したEinstein-Li Model²⁾が示されて、半径方向レイノルズ数が始めて提案された。国内でも1952年の無渦度状態からの渦発生の粟津の研究³⁾、1969年の発生限界・流速分布等に関する理論提案と実験検証の豊倉、赤池の研究⁴⁾、1973年の安定性、形状、発生条件等について理論及び実験的な荻原の研究⁵⁾、1987年の剛体回転をする流れの数値解析により定常排水渦の基本構造を解明しようとした花岡、清水、前野の研究⁶⁾など多数の研究が発表されている。

*正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科

(〒400 山梨県甲府市武田4-3-11)

2. 半径方向レイノルズ数

半径方向レイノルズ数 Rr は次のようにして誘導される。流出渦を軸対称流れであるとし、その対称軸の鉛直上向き方向を正とする軸を z 軸とする円筒座標系 (r, θ, z) で運動方程式を表すと。

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v^2}{r} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\nu}{r} \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{uv}{r} - \frac{\nu v}{r^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g - \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \quad (3)$$

連続の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{u}{r} \quad (4)$$

である。ただし、流れは定常であり、粘性項のうち二階偏微分項は他の項に比較して小さいものとして省略した。ここで、式 (1) ~ (4) の特性方程式を導くと

$$\frac{dr}{u \left(1 + \frac{1}{Rr} \right)} = \frac{dz}{w} \quad (5) \quad d(vr) = 2\nu \left(\frac{1}{1 + Rr} \right) dr \quad (6)$$

$$u du + w dw + \left(\frac{Rr+1}{Rr-1} \right) v dv + g dz + \frac{dp}{\rho} = \nu d \left(\frac{u}{r} \right) \quad (7)$$

となる、ただし、 u, v, w はそれぞれ流速の r, θ, z 方向成分、 p は圧力、 ρ, ν はそれぞれ水の密度と動粘性係数、 g は重力の加速度である。半径方向レイノルズ数 (Radial Reynolds Number) Rr は次式で定義される無次元数である。

$$Rr = -\frac{ur}{\nu} \quad (8)$$

完全流体の場合、式 (5) は流体粒子とともに θ 方向に回転する $r \sim z$ 面における流線の方程式を示し、式 (6) は循環 $\Gamma = 2\pi rv$ が一定であることを示す。また式 (7) はベルヌイの定理である。これらの特性方程式は同時に成立する必要があるから、その意味するところはケルビン (Lord Kelvin (William Thomson) 1824~1907) の循環定理にほかならない。粘性流体においては半径方向レイノルズ数 Rr によってケルビンの循環定理が修正されることを式 (5) ~ (7) により示された。

3. 実験装置と実験方法

実験装置は図-1 に示すとおり高水槽、低水槽、渦水槽を管路で結んだものである。渦水槽は縦横が500mm、高さが810mmの箱型で水槽底面の中央から鉛直下方に流出管を出し流出渦を発生させるようにしてある。高水槽から渦水槽の横に液体を補給し2枚の整流板により一様に流入するようにした。液体は渦水槽→低水槽→高水槽→渦水槽と循環させた。流出管の内径 d は2.03cm、3.23cm、5.15cmの3種類が設置できる

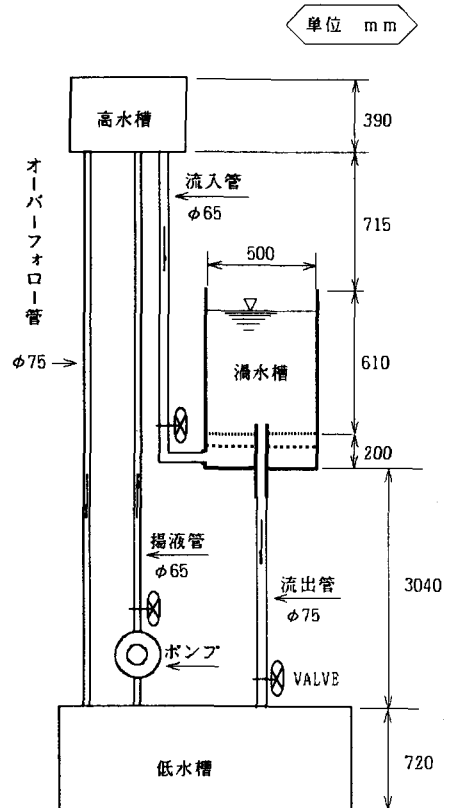


図-1 実験装置の略図

ようにした。

実験に用いた液体は水とベントナイトの混合液である。水とベントナイトの混合割合を変えることにより、液体の動粘性係数を変えることができる。実験の結果重量濃度と動粘性係数の関係は表-1のとおりである。

使用したベントナイトはクニミネ工業（株）製造のベントナイト精製粉末「クニゲールVA」で、その固形部分の比重は2.57である。

動粘性係数は細管式動粘度計「ウペローデ」を用いて直接測定をした。重量濃度は液体の重量を測定した後、約110℃に熱した乾燥器で24時間乾燥して、固形部分の重量を測定して求めた。

表-1 ベントナイトの重量濃度と動粘性係数の関係

液温 ℃	重量濃度 %	動粘性係数 cm ² /s
15~22	0	0.0105
11~18	1.35	0.0186
8~16	2.87	0.0302
5~15	3.52	0.0444
7~15	3.99	0.0561
10~16	4.29	0.0652

4. 実験結果

Einstein-Li Model²⁾によると半径方向の流速 u は流量を Q 、渦の長さ（被り水深）を h として

$$u = -\frac{Q}{2\pi r h} \quad (9)$$

で表される

このモデルを用いると式（8）で定義された半径方向レイノルズ数 Rr は

$$Rr = \frac{Q}{2\pi \nu h} \quad (10)$$

となる。これは r に関係なく定数である。改めて式（10）で半径方向レイノルズ数を定義し、以後これを用いることにする。

ここで取り扱う「流出渦」は水面に窪みを生じて回転している「窪み渦」と管内に空気を吸い込んでいいる「空気吸い込み渦」の2種類とする。これらの流出渦はある流量以下では発生しない、その流量を越えてもある水深以上では発生しない。すなわち、水深が深いと発生しないが水深がある値より小さくなると「窪み渦」が発生し始める、さらに水深を浅くすると「空気吸い込み渦」が発生する。このように「窪み渦」、「空気吸い込み渦」ともに発生する最大の水深が存在する、これを「発生限界水深」と呼ぶことにする。

図-2により流出渦の発生領域を説明する。横軸は管内レイノルズ数 Re （ $=Vd/\nu$ ； V は管内平均流速）、縦軸は発生限界水深 h と流出管内径 d の比で「発生限界水深比」と呼ぶことにする。曲線①、③は窪み渦の発生限界線、曲線②、④は空気吸い込み渦の発生限界線、曲線⑤は管内自由落下の限界線である。

この実験は使用する液体の容積、実験装置の規模から流量が小さく、曲線③、④の実験をするこ

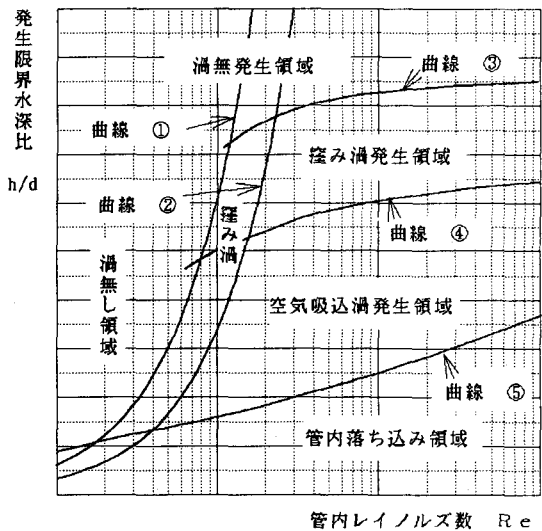


図-2 流出渦発生領域説明図

とはできなかった。実験は図-3～8
に示されるように曲線①、②について
行われた。

実験は粘性の異なる6種類の液体に
ついて、それぞれ流出口の内径を3種
類変えて行った。その結果をまとめ
ると図-3～8のようになる。ただし、
図中の○△□●■▲は表-2に示す通
りである。

また、管内レイノルズ数 Re 、発生
限界水深比 h/d 、半径方向レイノルズ
数 Rr の間には次の関係がある。

$$Re = 8 Rr (h/d)$$

図中の曲線は半径方向レイノルズ数 Rr を「窪み渦」および「空気吸い込み渦」の各実験値に最も合うよう
に値を定めて書き込んだものである。

これらの図からわかるように、管内レイノルズ数 Re と発生限界水深比 h/d とで整理すると、管内径 d による
実験データのばらつきが認められない。また、半径方向レイノルズ数 Rr を一定として図中に曲線を書き
入れると、実験値がこの曲線に良く一致することがわかる。

図-3を例にとって説明すると、 $Rr=2076$ の曲線より左側 ($Rr<2076$) では窪み渦は発生しない。 $Rr=2076$ と
 $Rr=3690$ の間の領域 ($2076<Rr<3690$) では窪み渦が発生する。 $Rr=3690$ の曲線より右側 ($Rr>3690$) では空気吸
い込み渦が発生する。このように図-2の曲線①②の領域では半径方向レイノルズ数 Rr によって窪み渦と
空気吸い込み渦の発生領域を定めることができることが明らかになった。

液体の動粘性係数が大きくなると、この発生限界を示す半径方向レイノルズ数 Rr の値は小さくなること
がわかる。

表-2 図-3～8の記号の説明

渦種類	記号	流出管内径 d
窪み渦	○	2.03 cm
	□	3.23 cm
	△	5.15 cm
空気吸い込み渦	●	2.03 cm
	■	3.23 cm
	▲	5.15 cm

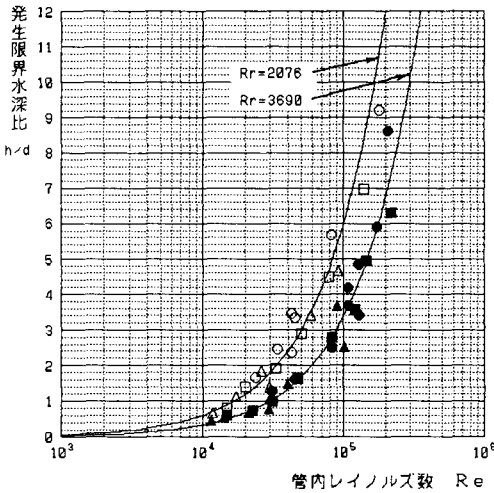


図-3 渦発生限界領域
動粘性係数 $\nu=0.0105\text{cm}^2/\text{s}$

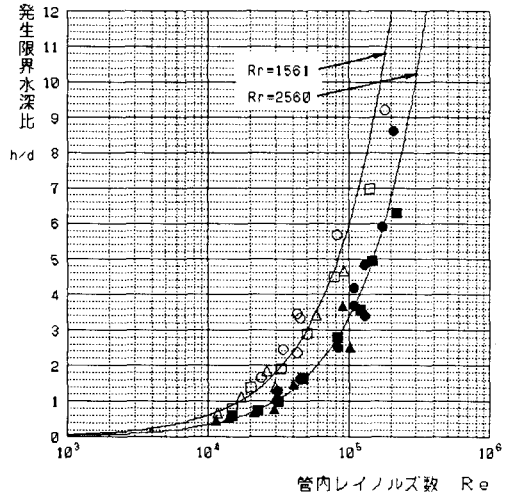


図-4 渦発生限界領域
動粘性係数 $\nu=0.0186\text{cm}^2/\text{s}$

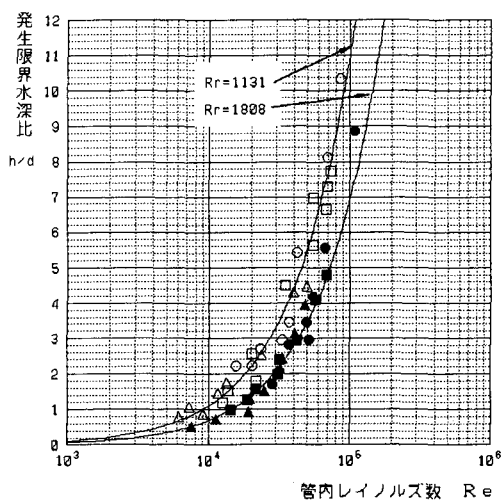


図-5 渦発生限界領域
動粘性係数 $\nu = 0.0302 \text{ cm}^2/\text{s}$

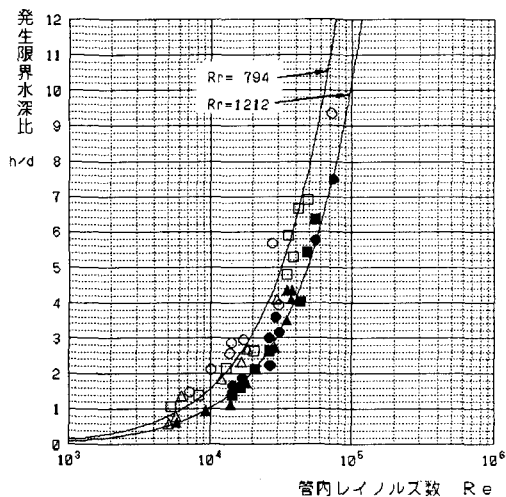


図-6 渦発生限界領域
動粘性係数 $\nu = 0.0444 \text{ cm}^2/\text{s}$

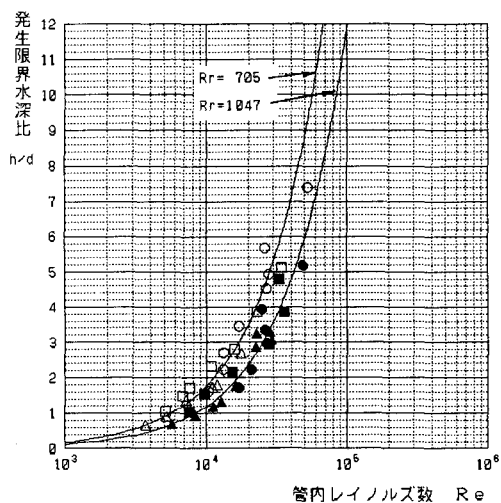


図-7 渦発生限界領域
動粘性係数 $\nu = 0.0561 \text{ cm}^2/\text{s}$

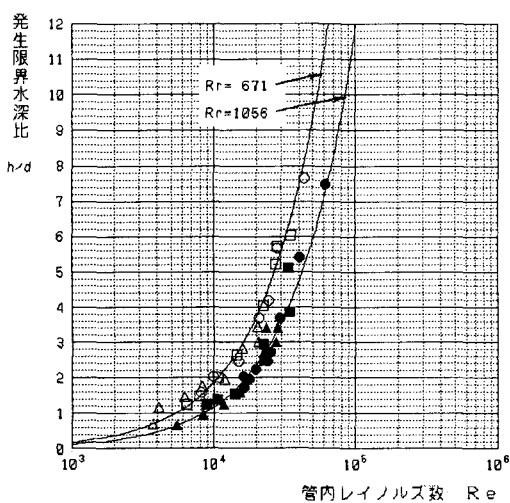


図-8 渦発生限界領域
動粘性係数 $\nu = 0.0652 \text{ cm}^2/\text{s}$

5. まとめ

この研究では流出渦（窪み渦、空気吸い込み渦）の発生限界を液体の粘性を変えて実験を行い明らかにした。粘性の異なる液体は水とベントナイトを混合することにより作成し、動粘性係数を表-1に示すように $\nu = 0.0105 \text{ cm}^2/\text{s} \sim 0.0652 \text{ cm}^2/\text{s}$ の範囲で6種類に変えることができた。

流出渦の発生領域のうちで、流量の小さい範囲（図-2の曲線①、②の領域）については半径方向レイノルズ数 R_r の値によってその発生領域を定められることが判明した。その結果をまとめると図-9のように

なる。図中の○は窪み渦の発生限界の実験値、●は空気吸い込み渦の実験値である。図中の曲線はこれらの実験値に合うように定めたもので、それぞれ

窪み渦に対して

$$Rr = 94 \nu^{-0.7}$$

空気吸い込み渦に対して

$$Rr = 150 \nu^{-0.7}$$

となる。

図-9に示すように、液体の粘性が大きくなるにつれて渦発生限界を示す半径方向レイノルズ数 Rr は小さくなる、何故小さくなるかについては今後の研究課題である。

この研究を行うにあたり、当時山梨大学大学院の学生であった奥村幹夫氏（J R 東日本）その他三浦義典氏、百瀬尚至氏、石氏琢哉氏、鳥羽賢二氏等の多数の方々に協力して頂いた。ここに記して謝意を表します。

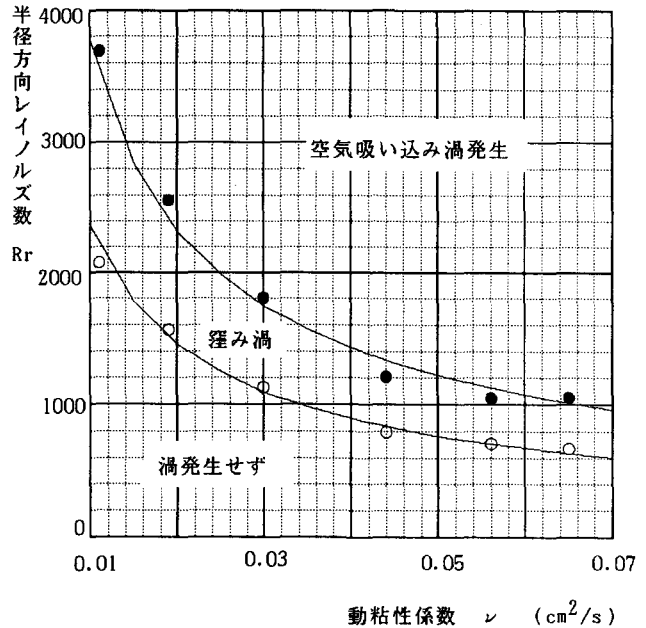


図-9 液体の粘性と流出渦の発生領域

参考文献

- 1) Denny, D.F.: An Experimental Study of Air-Entraining Vortices in Pump Sumps., Proc. Inst. Mech. Engrs. Vol. 170, No. 2, 1956, pp. 106~116
Denny, D.F. and G.A.J. Young: The Prevention of Vortices and Swirl at Intakes., Proc. 7th Cong. of International Association for Hydraulic Research, 1957, pp. C1-1~18
- 2) Einstein, H.A. and Li, H.: Le Vortex Permanent Dans un Fluide Reel. (Steady Vortex Flow in a Real Fluid), La Houille Blanche, No. 4, Sept., 1955, pp. 483~496
- 3) 粟津清蔵: 流出渦について, 土木学会論文集, 第13号, 1952年3月 pp. 46~54
- 4) 豊倉富太郎、赤池志郎: 吸込みうずについて、日本機化学会論文集（第2部）、35巻、275号、1969年7月、pp. 1466~1473
- 5) 荻原能男: 空気吸込渦に関する研究、土木学会論文報告集、第215号、1973年7月、pp. 15~25
- 6) 花岡裕、清水幸喜、前野一夫: 容器内の定常排水渦流れに関する研究、日本機化学会論文集（B編）、53巻、489号、1987年5月、pp. 1521~1526