

Reynolds 応力を考慮した水制を含む流れの計算

Calculation of Flow with a Spur-Dike considering Reynolds Stress

崇田徳彦*・清水康行**

By Naruhiko MUNETA and Yasuyuki SHIMIZU

In numerical analyses^{1),2),3)} (two-dimensional models) of flows and river-bed fluctuations (variation) around spur-dikes, reproducibility is poor when the transverse shear is not accurate. To investigate the mechanism⁴⁾ of flows induced by spur-dikes, measurement was made with laser current meters measuring two components simultaneously, and this allowed an adequate determination of the conditions of the flow around spur-dikes. The application of Plandtl's transport theory in estimating the Reynolds stress was evaluated with the experimental values. Also whether Plandtl's transport theory in estimating the Reynolds stress was evaluated with the experimental values, and applied to the numerical analyses around structures with steady⁵⁾ and unsteady^{6),7)} models.

Keywords: spur-dike, secondary flow, numerical analyses, plandtl, reynolds stress

1 はじめに

水制工や床止工などの河川構造物が流れや河床に及ぼす影響を評価することは河川計画上重要な課題である。また、近年河川改修事業の多様化、特に河川環境面からの要請により川の中に特殊な構造物(引き込み護岸など)を設置する例も多くなっている。これらの河川構造物を含む流れは3次元的な複雑な流れでありさらにこの複雑な流れにより構造物周辺の土砂堆積や洗掘が生ずるため構造物が河道に与える影響の把握は一層困難なものとなっている。

開発土木研究所河川研究室では、構造物を含む流れの研究の一環として従来から水制を含む流れの定量的予測を目的とした数値計算モデルの開発を行っているが、前述のように水制背後の流れは複雑な3次元の流れであり現在の数値解析方法はこれを正確に予測するまでには至っていない。この問題を解決するためには、まず水制を含む流れの状態を詳細に計測し、これに基づく予測モデルの再検討が必要となる。本研究ではレーザー流速計を用いて、水制を含む流れの構造及び Reynolds 応力の詳細な計測を行った。この結果、水制背後の土砂堆積現象に重要な影響を与えられとされる水制背後の乱れに関する新たな実験結果が得られた。本文は、この実験結果及び数値解析への適用について報告を行うものである。

2 実験条件

実験条件は直線水路に非越流型不透過単一水制を設置したものであり、実験は水制周辺、特に直下流部に着目したものである。実験内容は水路幅 40cm、水制長 20cm、水制幅 4cm、水路勾配 1/1000、実験流量 1.87ℓ/s 下流端水位 7cm とする。図-1 は図-2、図-3 に示す測定点平面図である。

*正会員 工学 北海道開発局開発土木研究所
(062 札幌市豊平区平岸1-3)

**正会員 工博 北海道開発局開発土木研究所
(同上)

3 実験結果

図-2 は横断方向流速 (v) の鉛直分布を縦断的な違いに着目したものであり、水制からの流下距離がそれぞれ 12, 44, 72cm で水制先端より 1cm 外側の地点の横断方向流速 (v) を示したものである。この図は上流から下流を見ており負の方向が左岸側であり左岸側から水制が張り出している。(なお、一点破線が (a) 水制下流 12cm、破線が (b) 水制下流 44cm、実線が (c) 水制下流 72cm の地点を示す。)

図-3 は横断方向流速 (v) の鉛直分布を横断的な違いに着目したものであり、水制からの流下距離がそれぞれ 4, 16, 24, 76cm の横断面であり、各測点の横断方向流速 (v) を示したものである。この図も同様に上流から下流を見ており測定点 0cm が左岸側であり 20cm まで水制が張り出している。なお、図-2 と図-3 は同一実験条件である。

図-2 によると河床上 2cm 付近まではどの測点においても水制の内側に向かう流速が現れており、それより上部では水制の外側に向かう流速が現れている。これは流れが水制の背後に周り込むことにより生ずる遠心力の水深方向の差に起因する 2 次流と考えられ、これが水制背後の土砂堆積現象に重要な役割を果たす。それに加え水制からの流下距離が増すにつれ水制の外側に向かう流速は徐々に遅くなっているのに対し、水制の内側に向かう流速はさほど遅くなっていない。このことから表面の流速では水制による乱れが見かけ上なくなる下流域においても、河床付近で水制内側に向かう流速により、盛んに土砂堆積現象が発生することが予測される。(1) 水制下流 4cm の横断方向流速 (v) によると測点 24cm より右岸側では河床の流速が表面の流速より速く中間付近では河床や表面付近に比べて遅い。(2) 水制下流 16cm の横断方向流速 (v) によると測点 22, 24cm ではすでに表面流速の向きとは逆向きの流れ (水制設置側に入り込む流れ) が出現している。(3) 水制下流 24cm では、この現象が横断方向に広がっていく様子が確認される。さらに特筆すべきことは (4) 水制下流 76cm において、河床付近の横断方向流速 (v) が測点 28cm を境に正反対の方向を有する点である。これは実現象にも見られる水制先端から下流に向かって主流域と死水域を区分するような水脈筋の発生原因と考えられる。

4 Reynolds 応力と渦動粘性係数

水制工は、水制直上流まで流路に沿う流れを強制的に抑制する事により水制背後に横断差を生じさせる。この流速差により水制背後に土砂堆積を促進させる。この流速分布の不均衡によって生ずる乱れの強さは Reynolds 応力で表される。3 次元の流れ場においては互いに独立な 9 成分の Reynolds 応力が存在するが、このうち水制下流のように流下方向流速の横断方向変化が卓越する流れにおいてはせん断応力 τ_{xy} (x, y はそれぞれ流下方向および横断方向) が非常に大きくなりこれが横断方向の乱れの拡散に重要

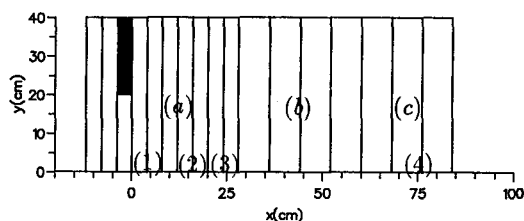


図-1 測定点平面図

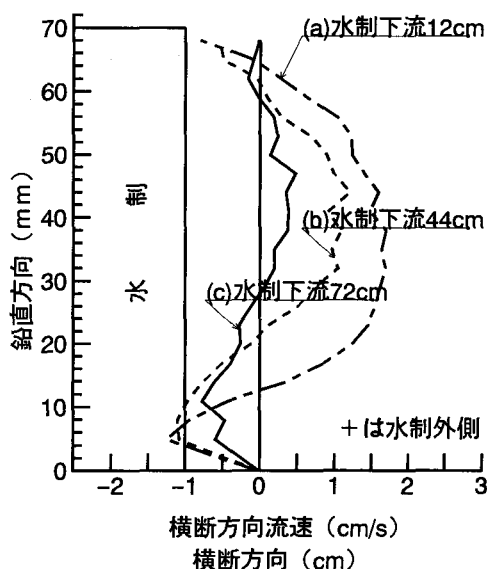


図-2 水制背後の横断方向流速 (2 次流)

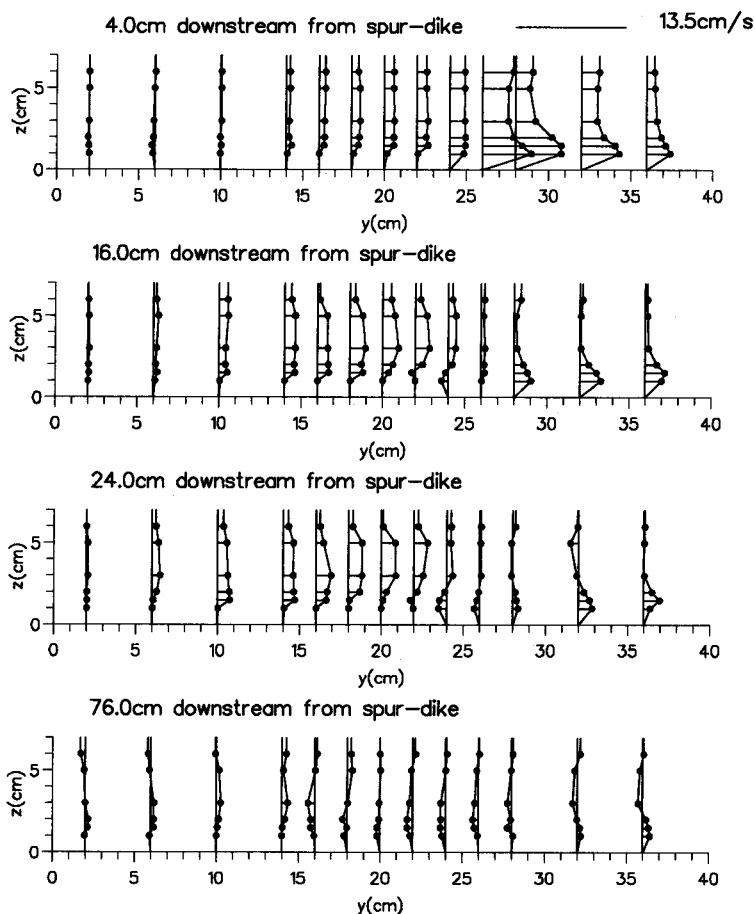


図-3 横断方向流速 (v) の実験値

な役割を果たす。数値計算においてこの τ_{xy} をどのようにモデル化するかが流れ全体の予測精度を決定すると言っても過言ではない。一般に τ_{xy} は渦動粘性係数と平均流速とで次式のように表される。

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = -\overline{u'v'} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1)$$

ここで、(1) 式の u, v は x, y 方向の時間平均流速、 ρ は水の密度、 $-\overline{u'v'}$ は流速の時間変動成分の共分散、 ν_t は渦動粘性係数である。完全な (x, y) の 2 次元流れにおいては Plandtl の輸送理論に基づく ν_t は (2) 式で表される。

$$\nu_t = \alpha \Delta U B \quad (2)$$

ここで、 $\Delta U = U_{max} - U_{min}$ であり、 U_{max} および U_{min} は流れの場の代表流速としてそれぞれ各断面の最大平均流速、最小平均流速とおく。 B は半値幅であり、今回水制長を想定した。 α は流れに依存する係数である⁸⁾。今回 α が混合層の場合、どのような値になるか実験結果をもとに仮定した。(2) 式は完全な 2 次元流れの結果であるが、ここで扱う開水路流れでは乱れは横断方向のみの関数ではなく、河床せん断力にも依存することが当然予測される。そこで、これを次式のような関係で表されると仮定する。

$$\nu_t = \alpha \Delta U B + \frac{\kappa}{6} u_* h \quad (3)$$

(3) 式の右辺第一項は、水制に起因する流速分布の強制的な変化による乱れを表し、第2項は河床せん断力による乱れを表す。もし、このような形で渦動粘性係数を表現することが可能であれば、水制がある流れの Reynolds 応力を渦動粘性係数に取込むことができ、数値計算の精度向上がはかられるに相違ない。これを(1)式に代入すると(4)式になる。

$$-\overline{u'v'}_{cal} = \left(\alpha \Delta U B + \frac{\kappa}{6} u_* h \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4)$$

4-1 実験値と計算値の比較

今回の実験では水制周辺の Reynolds 応力の分布状況をレーザー流速計により計測し、(4)式を使って実験値と計算値の比較検討を行なってみることにした。 α を0.004とした計算値(黒丸)と水深平均(測定点は河床から1, 1.5, 2, 3, 5, 6cmの6点)の実験値(実線)を図-4に示す。これによると、全体的に水制先端から広がっていく Reynolds 応力が良好に再現され、プラントルの輸送理論を用いることで、水制による乱れを数値解析できることが示された。これを基に次の章では渦動粘性係数に本結果を取り込んだ数値計算を行うことにした。

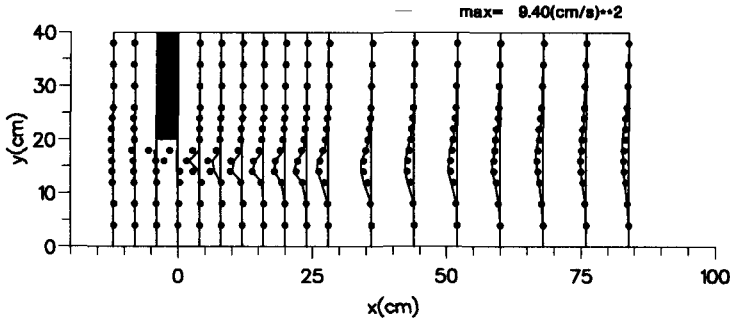


図-4 Reynolds 応力(実線)と Plandtl の輸送理論(黒丸)の比較

5 数値計算

今回、基礎式として流れの運動方程式(5)、(6)式、連続式(7)式を与え、風上差分を用いた定常モデルの2次元浅水流モデル(以降浅水流モデルと呼ぶ)および St. Venant 方程式(8)、(9)式、連続式(10)式を基礎式とし MacCormac 法を用いた非定常モデル(以降 MacCormac モデルと呼ぶ)により数値解析を行なった。(なお、非定常モデルはモデル自身に Reynolds 応力を含むものであるが、最小スケールの渦構造まで解析解を得ることは不可能である。そこで格子点以下の乱流成分を Plandtl の輸送理論で仮定した。)

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho h} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (6)$$

また、 P は圧力、 τ_x, τ_y は x, y 軸方向の河床せん断力である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = E_x \quad (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = E_y \quad (9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

ここで、 $H = h(x, y, t)$, $U = u(x, y, t)h(x, y, t)$,

$V = v(x, y, t)h(x, y, t)$

$F = u(x, y, t)^2 h(x, y, t) + \frac{1}{2} g h(x, y, t)^2$

$G = u(x, y, t)v(x, y, t)h(x, y, t)$

$S = u(x, y, t)^2 h(x, y, t)$

E_x, E_y は

$E_x = gH(S_{ox} - S_{fx}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \right)$

$E_y = gH(S_{oy} - S_{fy}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial y} \right)$

また、 S_{ox} 、 S_{oy} は x 、 y 方向の河床勾配であり、 S_{fx} 、 S_{fy} は x 、 y 方向の河床摩擦勾配である。(ただし、今回の計算条件は直交直線座標系において実施されたが使用した計算プログラムは上記の基礎式を一般座標系上に置き換えたものである。)

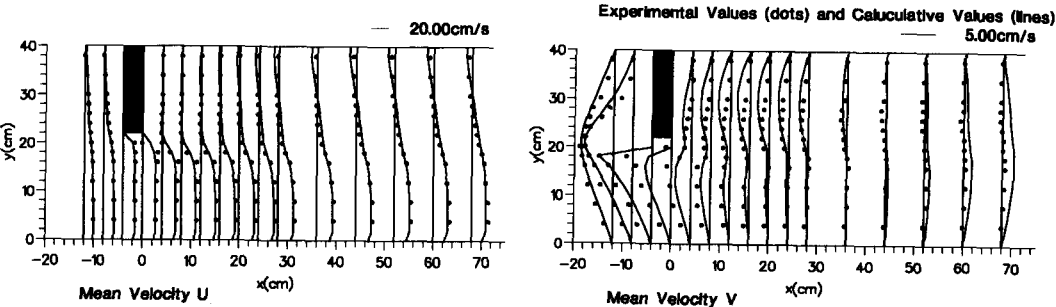


図-5 実験値と浅水流モデル (Reynolds 応力含まない) の比較

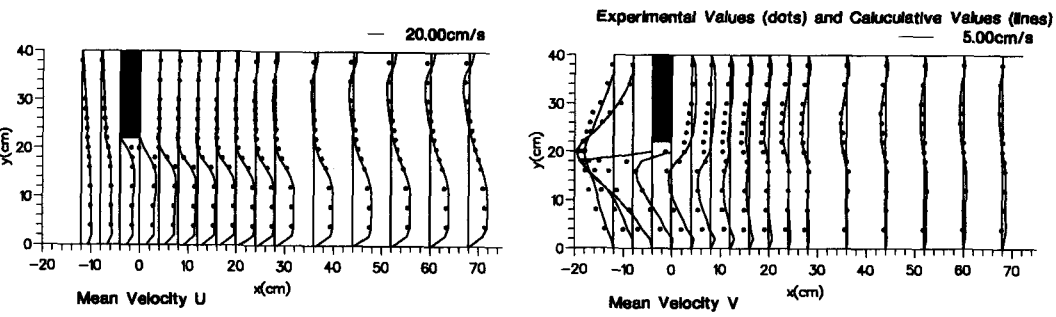


図-6 実験値と MacCormack モデル (Reynolds 応力含まない) の比較

5-1 既存の方法による数値計算

図-5、図-6 は渦動粘性係数 ν_t を $\kappa/6u_*h$ としたモデルによる計算結果と実測値を示した物である。(実験値を黒丸で、計算値を実線で表す。)(なお、MacCormack モデルは非定常モデルであるためにこの計算結果に対する実測値として C.F.L 条件を満足する経過時間 30 秒から 60 秒までの間の 0.5 秒間隔のデータ 30.0, 30.5, 31.0, 31.5, ..., 59.5, 60.0 秒の 61 点を時間平均したものを用いている。なお、実験結果は水深方向に平均 (測定点は河床から 1, 1.5, 2, 3, 5, 6cm であり、その水深平均) 化したものである。)

浅水流モデルによる計算結果 (図-5) の流下方向流速 (u) についてみると全体的に実験値より計算値の方が小さい。また横断方向流速 (v) についてみると水制先端から右岸側にかけて実験値より計算値の方が小さい。しかし水制下流 48cm 以降では実験値はほぼ流速 0cm/sec であるのに計算値は遥かに大きな値を示している。

また MacCormack モデルによる計算結果 (図-6) によると流下方向流速 (v) については浅水流モデルと同様に横断方向流速 (v) は実験値よりも計算値の方が小さい。しかし横断方向流速 (v) は水制先端右岸側においてはほぼ良好に再現されている。

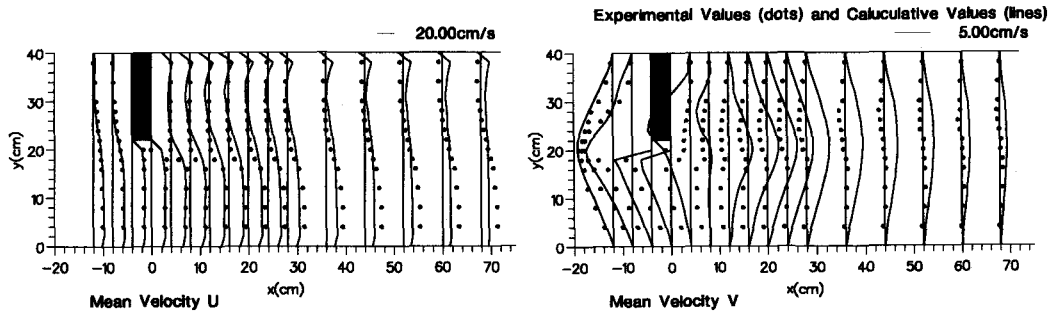


図-7 実験値と浅水流モデル (Reynolds 応力含む) の比較

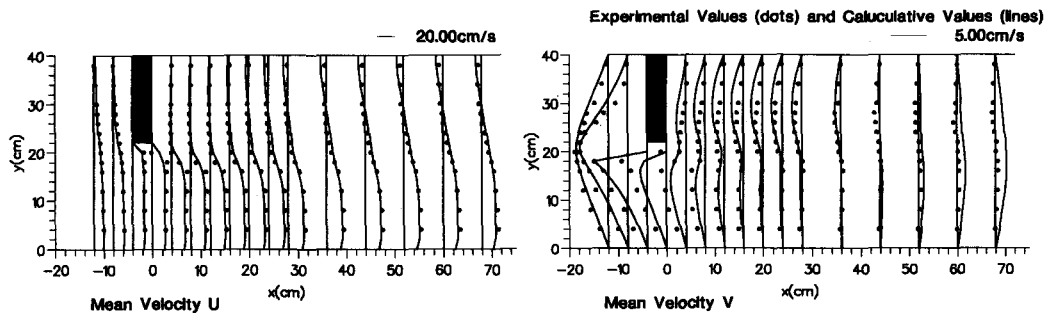


図-8 実験値と浅水流モデル (渦動粘性係数 $\kappa/12u_*h$) の比較

5-2 水制による乱れを考慮した数値計算

5-2-1 浅水流モデル

水制による乱れを考慮した浅水流モデルによる計算結果(実線)と実験値(黒丸)を図-7に示す。これによると流下方向流速(u)の計算結果は水制下流つまり水制による乱れが存在する場所において横断方向に平均化され実測値とは殆ど一致していない。横断方向流速(v)の計算結果は逆に実測値よりも遥かに大きな値であり、これも殆ど一致していない。これらの結果は平均流速を検討するときにも水制による乱れを無視できないという考え方に矛盾する。この矛盾の原因には以下のことが考えられる。一つには浅水流モデルでは差分法に風上差分を適用しているため、必然的に数値粘性が働いてしまい渦動粘性係数を $\kappa/6u_*h$ しか見積もっていかなくとも運動方程式(5),(6)式中の拡散項(渦動粘性係数を含む項)が、水制による乱れによる効果を結果的に見積もってしまうことになっていると考えられる。もしこの考え方が本当であれば、例えば渦動粘性係数を半分にしても数値粘性が卓越するために計算結果は同じになるはずである。そのため渦動粘性係数を半分にした計算結果(実線)と実験値(黒丸)の比較を行った。これを図-8に示す。図-8と図-5を比較してみると流下方向流速(u)及び横断方向流速(v)とも同じである。このことにより風上差分が自動的に粘性を実際よりも大きめに見積もってしまうために、渦動粘性係数に本来組み込む必要がある水制による乱れを考慮すると見かけ上、渦動粘性係数が過大になっているような計算結果になると考えられる。

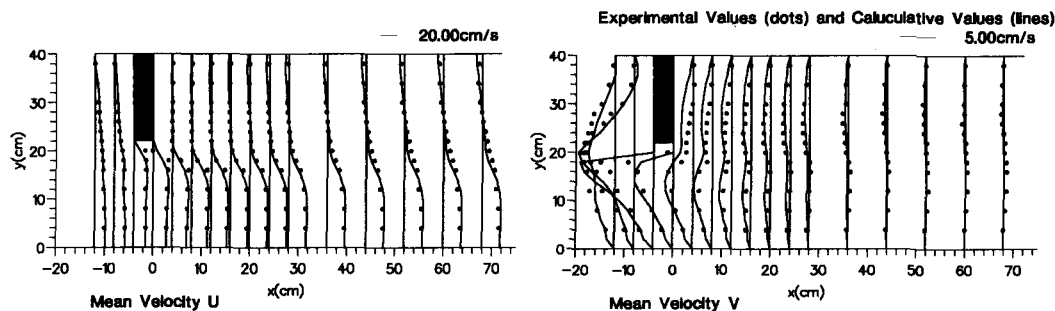


図-9 実験値と MacCormack モデル (Reynolds 応力含む) の比較

5-2-2 MacCormac モデル

水制による乱れを考慮した MacCormac モデルによる計算結果(実線)と実験値(黒丸)を図-9に示す。流下方向流速(u)についてみると前述の既往の方法においては浅水流・MacCormac モデルとも計算値が実験値よりも過小に見積もられていたのに対し渦動粘性係数に水制による乱れを考慮することにより全域において非常に再現性が向上したことがわかる。また横断方向流速(v)についても水制直下流においては若干精度が落ちる所もあるが28cmより下流をみたとき遥かに精度が向上していることがわかる。

6 おわりに

今回の実験により水制を含む流れの構造が明らかになった。特に、水制背後においては流線の曲がり起因する2次流の影響で河床付近では水制側に向う流れが、また表面付近では水制の外側に向う流れが観測され、水制による土砂堆積のメカニズムが明らかになった。

また、水制による乱れの拡散状況は、Prandtl の輸送理論の変形を行うことによりほぼ予測が可能であることが示された。

さらには Prandtl の輸送理論を浅水流モデル及び MacCormac モデルに適用し計算を行ったことにより以下のことが得られた。(1) 浅水流モデルは渦動粘性係数 ν_t が曖昧であっても差分(風上差分)上それらを包み込む性質があり、計算時間・計算手法とも MacCormac モデルに比べ非常に短く・容易である。(2) MacCormac モデルは計算時間等の問題点はあるものの計算精度を考えた時には現在最も有効な手法である。

以上の実験結果、Reynolds 応力の算定方法及び計算方法は今後水制を含む流れを検討する際に非常に有益な情報であり、予測手法となる。

今後は垂直方向や横断方向の乱れに対する検討及び実験をすすめ、さらには u, v, w (w は垂直方向の流速)の3次元同時計測を行い、より水制背後の流れの構造を明らかにしたい。また時間平均流の計測や計算だけでなく時時刻々変化する流れに着目し、水制による水平剥離渦の時間的変動特性の把握を行いたい。

最後に、本研究で行なった実験は科学技術庁の招聘による米国 USGS の Dr. Jonathan Nelson と共同で行なわれたものである。また、北海道大学土木工学科防災研究室長谷川先生には Prandtl の輸送理論について貴重なアドバイスを頂いた。ここに記し謝意を表する。

参考文献

- 1) 清水康行:沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究, 北海道大学審査学位論文 pp.1 ~ 197, 1991
- 2) 崇田徳彦, 清水康行, 北條紘次:水制を含む流れの実験的研究, 北海道支部論文集, 第 48 号, pp.353 ~ 358, 1992
- 3) 柿崎恒美, 長谷川和義:水制のある開水路中の横断運動量拡散係数の測定, 第 36 回水理講演会論文集, pp.281 ~ 286, 1992
- 4) 戸嶋光映, 清水康行, 荒井信行, 三谷紀一:水制工を含む水路の流れと河床変動に関する数値計算, 北海道支部論文集, 第 48 号, pp.375 ~ 378, 1992
- 5) 清水康行, 板倉忠興:河川における 2 次元流れと河床変動の計算, 土木試験所報告第 85 号, pp.1 ~ 65, 1986
- 6) 崇田徳彦, 北條紘次, 清水康行, 山下恭正:一般曲線座標系を用いた常射流混在流れの計算法の開発, 第 46 回年次学術講演会講演概要集, pp.678 ~ 679, 1991
- 7) 山下恭正, 清水康行, 崇田徳彦, 荒井伸行, 三谷紀一:一般曲線座標系を用いた流れの 2 次元数値解法第 46 回年次学術講演会講演概要集, pp.680 ~ 681, 1991
- 8) 小橋安次郎, 丸尾孟:せん断乱流, 乱流現象の科学 (巽友正編), 東京大学出版会, pp.369 ~ 446, 1986