

内湾や沿岸部における 高精度拡散シミュレーションの開発に関する研究

Development of 2-D Highly Accurate Diffusion Simulation Model in Bay and Coastal Waters

小松 利光*・朝位 孝二**・松永 康司***・矢野真一郎****

By Toshimitsu KOMATSU, Koji ASAI, Yasushi MATSUNAGA
and Shinichiro YANO

Three different methods for estimating dispersion coefficient in 2-D diffusion simulation model are discussed. The basic ideas for constructing the dispersion coefficient are as follows:

- (1) applying $k-\epsilon$ turbulence model to 2-D plane diffusion simulation,
- (2) taking the dependence of dispersion coefficient on instantaneous tidal current into account,
- (3) considering the difference between longitudinal dispersion and vertical eddy diffusion which is remarkable in 2-D treatment.

Since the all estimations include the effects of stratification and drift current, the final formulae of dispersion coefficient are expected to be very practical and used widely in 2-D numerical calculation of pollutant diffusion.

Keywords : $k-\epsilon$ turbulence model, Simulation of diffusion process, Tidal current simulation, Dispersion coefficient

1. まえがき

内湾や沿岸部の潮流や拡散のシミュレーションを行う場合、その対象とする流れ場や拡散場の多くが水深方向に比べて格段に大きい水平方向のスケールをもち、かつ電算機の容量や計算時間に制約があることなどから、平面2次元のモデルが用いられることが多い。平面2次元の場合、運動方程式において水面勾配の項と加速度項が支配的であるため、2次元のモデルにおけるみかけの粘性係数は流れの計算結果に大きな影響を与えないが、分散係数は拡散シミュレーションの計算結果を大きく左右する。したがって高精度の拡散シミュレーションを行うためには、基礎式の離散化にともなう数値誤差を極力小さくする工夫を行うとともに分散係数を精度良く推定することが重要となる。数値誤差の軽減については高精度計算スキームの使用¹⁾、Adaptive Grid²⁾の適用などが挙げられる。本研究では潮汐流が卓越する海域の平面2次元モデルにおける分散係数の推定法に関して、次の3点に着目して検討を行った。

(1) レイノルズの相似則に従って渦動粘性係数と渦動拡散係数が近似的に等しいとおけば、 $k-\epsilon$ 乱流モデルも渦動拡散係数の推定法として適用可能である。しかしながら、平面2次元の場合は拡散係数が移流分散効果を含むためモデル定数の修正が必要である³⁾。

(2) 著者ら⁴⁾は場所毎の分散係数の簡便な推定法を提案している。しかしながらこの方法で得られる場所毎の分散係数は時間的に一定である。潮流場での拡散現象であるから、分散係数も潮流の変化に応じて時間的に変化するとした方がより現象に忠実である。

(3) 自然海域では拡散能は等方的ではない。従って異方性を考慮する必要がある。

* 正会員	工博	九州大学教授	工学部水工土木学科
** 正会員	工修	九州大学助手	工学部水工土木学科
*** 学生員		九州大学大学院工学研究科修士課程	水工土木学専攻
**** 学生員	工修	九州大学大学院工学研究科博士後期課程	水工土木学専攻
(〒812		福岡市東区箱崎 6-10-1)	

2. k-ε 乱流モデルを用いた平面 2 次元潮流・拡散モデル

2-1 基礎方程式

3 次元の基礎式を水深方向に積分することにより平面 2 次元単層非定常モデルの基礎式が得られ、以下のようになる。

運動方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{(h+\zeta)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial (h+\zeta)U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial (h+\zeta)U}{\partial y} \right) \right\} - \frac{\gamma^2}{h+\zeta} U \sqrt{U^2 + V^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{(h+\zeta)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial (h+\zeta)V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial (h+\zeta)V}{\partial y} \right) \right\} - \frac{\gamma^2}{h+\zeta} V \sqrt{U^2 + V^2} \quad (2)$$

連続の式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (h+\zeta)U \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (h+\zeta)V \} = q \quad (3)$$

k-ε 方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + v_t \left\{ 2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right\} + C_{k1} \frac{U_* B^3}{h} - \varepsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_{\varepsilon 1} \left(\frac{\varepsilon}{k} \right) v_t \left\{ 2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right\} + C_{\varepsilon 2} \frac{U_* B^4}{h^2} - C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (5)$$

$$C_{k1}=0.09, C_{k2}=1.44, C_{k3}=1.92, \sigma_k=1.0, \sigma_\varepsilon=1.3, C_{\varepsilon 1}=1.6, C_{\varepsilon 2}=2.95$$

$$v_t = \beta C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{(h+\zeta)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left((h+\zeta) D_1 \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((h+\zeta) D_1 \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right\} + q' - qC \quad (7)$$

ここで、U、V はそれぞれ x、y 方向の水深平均流速、ζ は潮位、h は平均水深、v_t は水平 2 次元モデルにおけるみかけの粘性係数、γ² は海底摩擦係数、k は水深平均の乱れエネルギー、ε は水深平均の乱れエネルギーの散逸率、U_{*B} は底面摩擦速度、D₁ は分散係数、q は流入水量、q' は負荷流入量である。

k 方程式の右辺第 4 項と ε 方程式の右辺第 4 項はそれぞれ底面からのエネルギーの生成、エネルギー散逸率の生成を表す項である³⁾。k 方程式、ε 方程式には 7 個のモデル定数があるが、従来の研究では便宜的に 3 次元のときのモデル定数がそのまま使われている³⁾。水深平均操作を行った際に水深方向に流速と濃度が分布を持つことによって移流分散効果が新たに生じるため、その影響をもっとも強く受けるとされる定数 C_μ については修正が必要である。従って(6)式のように C_μ に係数 β を掛けて補正することにして、種々の β の値に対して計算を行い、最も実測値とよく一致する β を決定する。

2-2 平面 2 次元 k-ε 方程式のモデル定数の修正

(a) 境界条件及び計算条件

図-1 に示す様に、壁面に接する格子についてのみ格子間隔を Δn (<< Δx, Δy) とした。壁面上での流速 U、V 及び k、ε は 0 とおく。壁面から湾側へ 1 つ出た第一計算格子では計算は行わず、壁面に対して法線方向の流速を 0 とし、壁面に沿う方向の流速は壁面上と壁面から 2 つ目の第二計算格子点において求められた流速を用いて直線内挿することにより与えられた。

k、ε の境界条件は第 1 計算格子において壁関数法にしたがって次式で与える。

$$k = U_{*w}^2 / \sqrt{C_\mu}, \quad \varepsilon = |U_{*w}|^3 / \kappa \Delta n$$

ここで壁面摩擦速度 U_{*w} は、v_t = κ U_{*w} Δn および ∂U/∂n = U_t/Δn を U_{*w}² = v_t ∂U/∂n に代入して得られる次式、U_{*w} = κ U_t を用いて評価された。ここで n は壁面に対し垂直な方向の座標を表す。

湾口などの開境界においては、k と ε は上げ潮時には底面摩擦速度 U_{*B} 及び平均水深 h を用いて、k = 3.3 U_{*B}²、ε = 3.15 |U_{*B}|³/h

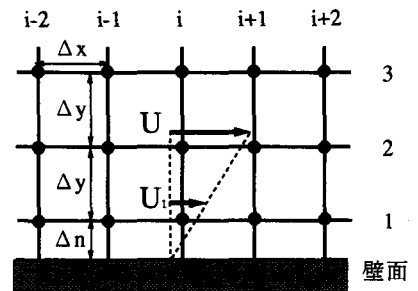


図-1 流速内挿の概念図

として与えられ、下げ潮のときには $\partial^2 k / \partial n^2 = \partial^2 \varepsilon / \partial n^2 = 0$ とした。ここに n は開境界に垂直な方向の座標を表す。上げ潮時の k の値は称津ら⁶⁾によって求められた開水路乱流の乱れの分布を近似的に適用し、水深方向に積分して水深平均の k を求め、更に局所等方向性の仮定を用いて得られたものである。 ε については局所的な平衡近似式である $\varepsilon = -\overline{u'v'} \partial U / \partial z$ の関係をを用いて求めた。

博多湾を対象に潮流と塩素イオン濃度の拡散シミュレーションを行い、計算結果と現況の実測値との比較から、最も良く現況を再現している β の値を求めた。計算条件は表-1に示す通りである。拡散シミュレーションにおいて分散係数 D_L は近似的に $D_L \approx v_t$ として取り扱った。

(b) 計算結果と考察

$\beta = 25$ の時の最大下げ潮時の流況と一周期平均の塩素イオン濃度分布の計算結果を図-2,3に示す。また、2次元粘性・分散係数の分布を図-4に示す。2次元の水質拡散シミュレーションの計算結果と実測値の比較を容易にするために、図-3中の7箇所の黒点に沿って一次元的に濃度分布を表した。その結果を図-5に示す。 $\beta = 25$ の場合がもっとも良く現況を再現していることがわかる。実際の湾では潮汐流の他に成層効果や風の影響があるために、ここで得られた β の値は普遍定数というわけではなく、博多湾固有の、博多湾にのみ限定される値である。しかしながら k - ε 乱流モデルを用いて平面2次元拡散シミュレーションを行う場合には、 C_μ の値を大幅に修正して大きくする必要性のあることが明らかとなった。

表-1 計算条件 (博多湾)

(1) 潮流計算	
計算格子間隔	$\Delta x = \Delta y = 300.0 \text{ (m)}$
時間格子間隔	$\Delta t = 10.0 \text{ (sec.)}$
コリオリ係数	$f = 0.81 \times 10^{-4} \text{ (1/sec.)}$
海底摩擦係数	$\gamma^2 = 0.0026$
外海との境界条件	$\zeta = 0.57 \cos(2\pi t/T) \text{ (m)}$
周期	$T = 12\text{hour}25\text{min.}$
(2) 水質拡散計算	
計算格子間隔	$\Delta x = \Delta y = 900.0 \text{ (m)}$
時間格子間隔	$\Delta t = 10.0 \text{ (sec.)}$
外海との境界条件	$C = 18.8 \text{ (mg/l)}$

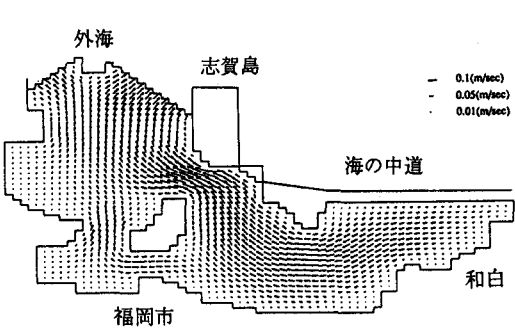


図-2 潮流計算の結果 (博多湾、最大下げ潮時)

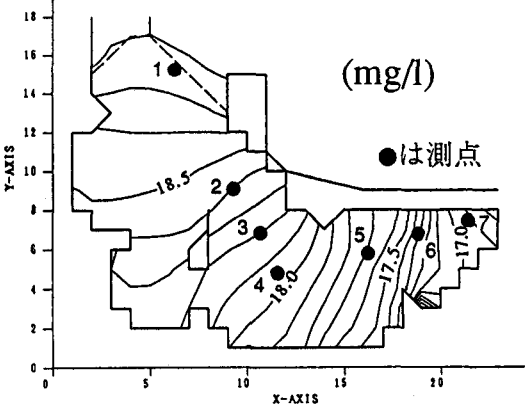


図-3 塩素イオン濃度分布の計算結果 (博多湾、 $\beta = 25$, 1 周期平均値)

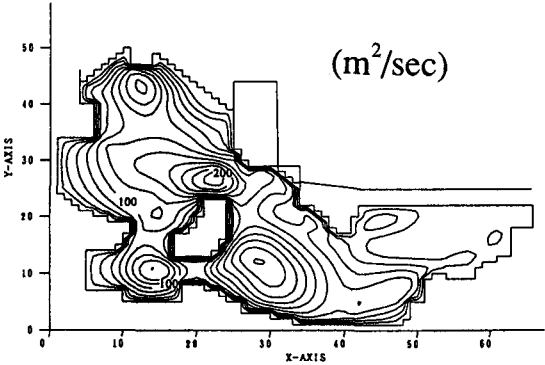


図-4 2次元粘性・分散係数の分布 (博多湾、 $\beta = 25$)

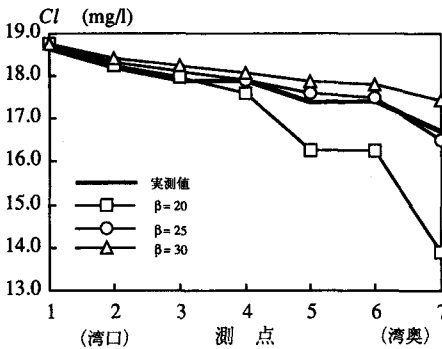


図-5 計算結果と実測値の比較 (博多湾)

3. 簡便な分散モデルを用いた平面2次元潮流・拡散シミュレーション

小松ら⁴⁾は、平面2次元単層非定常潮流・拡散モデルにおける2次元粘性・分散係数を次式で推定することを提案している。

$$v_t \doteq D_t = \alpha V_m h \quad (8)$$

ここで、 α は比例定数、 V_m は場所毎の潮流最大流速、 h は場所毎の時間平均水深である。博多湾における比例定数 α は90程度と求められている。(8)式で推定された v_t 、 D_t は時間的には変化しない。したがって例えば”博多湾の湾奥の分散係数は・・・であり”、”大阪湾の淀川河口付近の分散係数は・・・程度である”などと海域の拡散係数・分散係数を評価したり表現したりするときには好都合である。しかしながら例えば満潮時と最大上げ潮時では流況は大きく異なるため、拡散能も当然大きく変化するはずである。2章で述べた $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた推定法では、 $k-\epsilon$ モデルの長所の1つであるが、時空間的に変化する v_t 、 D_t を容易に得ることが出来る。しかしながら平面2次元の場合は、モデル定数を大幅に修正する必要があることを前章で指摘したばかりである。また、2次元モデルで移流分散効果を含んだ D_t が、3次元モデルの渦動拡散係数に単純に係数を掛けて増加させるだけで本当に表現され得るものかどうか若干疑問が残るところである。それで、ここでは V_m の代わりに代表流速として場所的・時間的に変化する底面摩擦速度 U_{*B} を用いて v_t 、 D_t を推定することにする。比例定数を Γ とすると次のように表される。

$$v_t \doteq D_t = \Gamma U_{*B} h \quad (9)$$

(9)式を用いて博多湾における潮流・水質拡散シミュレーションを行ない、比例定数 Γ を同定した。その結果、 $\Gamma=2400$ 程度の時最も良く現況を再現することがわかった。図-6に、 $\Gamma=2400$ の時の塩素イオン濃度の拡散シミュレーションの結果を示す。また図-7に分散係数の平面分布を示す。(8)式による推定法($\alpha=90$ のとき)、(6)式による平面2次元 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた推定法($\beta=25$ のとき)、(9)式による推定法($\Gamma=2400$ のとき)をそれぞれ用いた場合の塩素イオン濃度拡散シミュレーションの結果を一次的に示し比較したのが図-8である。これら3者の推定法は互いに多少の差はあるものの、ほぼ同様の分布を示している。

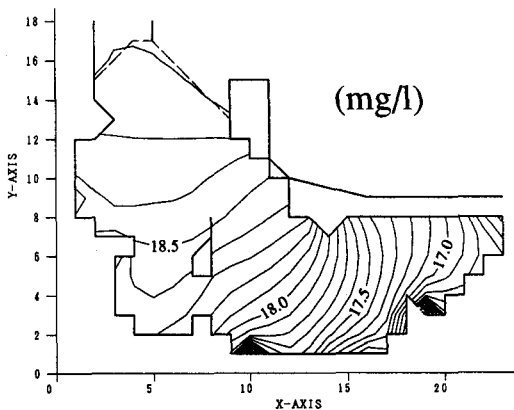


図-6 塩素イオン濃度分布の計算結果
(博多湾、 $\Gamma=2400$ 、1周期平均値)

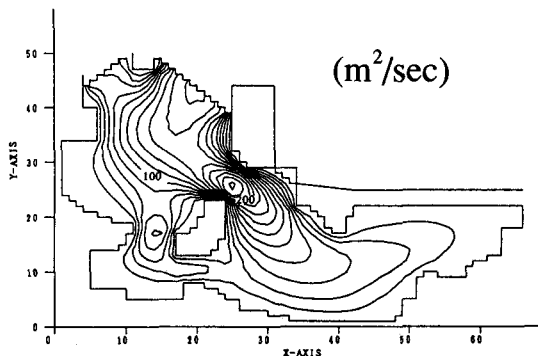


図-7 2次元粘性・分散係数の分布
(博多湾、 $\Gamma=2400$ 、1周期平均値)

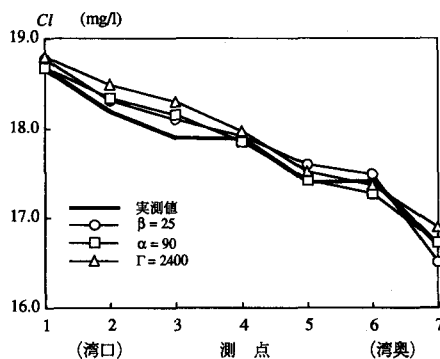


図-8 種々の推定法に基づいた計算結果と
実測値の比較検討 (博多湾)

4. 拡散能の異方性を考慮した v_t 、 D_t の推定法について

2章及び3章で述べた分散係数の推定法はいずれも拡散能の水平面内における等方性を前提としている。しかし潮汐流が卓越する流れ場では流れの方向に移流分散効果が卓越するために、流れ方向の分散係数は流れに水平に垂直な方向と比べると格段に大きくなり、そのため拡散能が非等方的になるはずである。ここでは、更に高度な分散係数の推定法の開発を試みるために、異方性を考慮して検討を行う。潮流流速の方向には濃度は乱流拡散と移流分散で輸送され、流れに垂直な方向には乱流拡散だけで濃度フラックスが引き起こされると考える。ここでは、乱流拡散の異方性までは考慮せず、乱流拡散については等方的であると仮定する。座標軸を流れの方向に合わせ、流れ方向の座標を ξ 、流れと水平に垂直な方向を η とする。移流分散には3章の(9)式の推定法を用い、乱流拡散の評価には β で補正を行なわない $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いることにする。

ξ 方向、 η 方向の濃度フラックス F_ξ 、 F_η は次式で表される。

$$F_\xi = \left(\Gamma U_* h + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial C}{\partial \xi} \quad F_\eta = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial C}{\partial \eta} \quad (10)$$

通常流れの方向は x 、 y 方向とは一致しないので座標変換を行い、 x 、 y 方向の濃度フラックス F_x 、 F_y を F_ξ 、 F_η で表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} F_x &= \left[(\Gamma U_* h + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}) \cos^2 \theta + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \sin^2 \theta \right] \frac{\partial C}{\partial x} + \left[(\Gamma U_* h + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}) \sin \theta \cos \theta - C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \sin \theta \cos \theta \right] \frac{\partial C}{\partial y} \\ F_y &= \left[(\Gamma U_* h + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}) \sin \theta \cos \theta - C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \sin \theta \cos \theta \right] \frac{\partial C}{\partial x} + \left[(\Gamma U_* h + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}) \sin^2 \theta + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \cos^2 \theta \right] \frac{\partial C}{\partial y} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで θ は図-9に示すように流速ベクトルと x 軸のなす角である。

この推定法を博多湾に用いた場合の最適の Γ として $\Gamma = 3000$ 程度の値が得られた。 $\Gamma = 3000$ のときの塩素イオン濃度の計算結果を図-10に示す。前述の3つの推定法による結果と比較して様相がかなり異なっていることが分かる。福岡市の都心部付近から湾奥部にかけて濃度勾配が大きくなって現れている。これは沿岸部では流速ベクトルは岸に沿って平行に流れているので、垂直方向に向かう濃度フラックスは乱流拡散のみに依存することになるためと思われる。

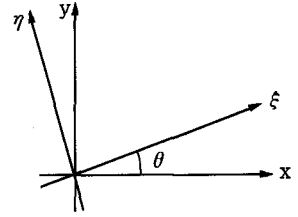


図-9 ξ - η 座標と x - y 座標の関係

(10)式の推定法では拡散能は潮流と乱れだけに規定されていることになる。そのため異方性が極端に現れたものと考えられる。実際の海域では成層効果や風の効果のため、異方性はもう少しならされていると思われる。そこで、成層効果や風の影響は年平均で考えると近似的にはほぼ等方的に拡散係数に働きかけるものと考えて(10)式を次の様に修正する。

$$F_\xi = \alpha_* \left(\Gamma U_* h + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial C}{\partial \xi} \quad F_\eta = \left((\alpha_* - 1) \left(\Gamma U_* h + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \right) + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial C}{\partial \eta} \quad (12)$$

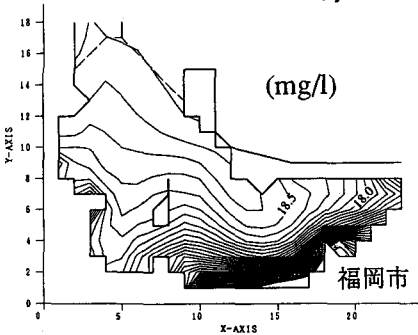


図-10 塩素イオン濃度分布計算結果
(博多湾, $\Gamma = 3000$ (異方性), 1周期平均値)

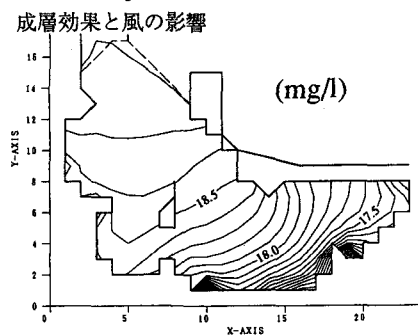


図-11 塩素イオン濃度分布計算結果
(博多湾, $\Gamma = 2400$, $\alpha_* = 1.3$ (異方性), 1周期平均値)

ここで、 α_* は成層度や風の効果を含んだ比例定数である。また α_* と Γ の関係がはっきりしないので、とりあえず3章で得られた $\Gamma=2400$ の値を用いている。図-11に $\Gamma=2400$ 、 $\alpha_*=1.3$ の時の博多湾の塩素イオン濃度拡散シミュレーションの結果を示す。湾奥でやや濃度勾配が大きくなっているが、流れの強い湾中央部から湾口にかけて濃度勾配は小さくなっており、実測値に近づいている。

博多湾の塩素イオン濃度の測点の数の少なさや実測値の精度上の問題から、 α_* の同定についてこれ以上の数値の絞り込みはできなかったが、(12)式は異方性まで考慮した高度な分散係数の推定法として大きな可能性を秘めているものと思われる。

5. 比例定数の普遍化

平面2次元拡散モデルの分散係数の推定法として、(8)式に加えて(6)式、(9)式、(12)式が新たに提案された。簡便型からより高度な推定法までいずれもそれぞれ長所と特徴を有しており、拡散シミュレーションへの要求の度合に応じて使い分ければ良いと思われる。

ところで最近、著者らは(8)式の推定法における比例定数 α について研究を進め、成層度や風がどのように α に影響を与えるかを定量的に調べている⁷⁾。その結果

$$\alpha = 90 \Psi^{1/4} \Phi^{1/6}, \quad \Phi = \frac{\rho_a \gamma_*^3 V_w^3 A_{bay}}{\rho Q_T V_T^2}, \quad \Psi = \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{g Q_T}{B V_T^3} \quad (13)$$

を得ている。ここで Ψ はestuarine Richardson数で成層化の度合を表すパラメーター、 Φ は風による吹送流の影響を表すパラメーターである。また $\Delta \rho / \rho (=0.02)$ は淡水と海水の相対密度差、 ρ は海水の密度、 Q_T は単位時間当たりの湾内への淡水流入量、 B は湾口の幅、 V_T は湾口における潮流流速の一周期間の r.m.s.、 $\rho_a = 1.293 \times 10^{-3} \text{ (g/cm}^3\text{)}$ で空気密度、 U_w は湾における年平均風速、 $\gamma_* = 0.0026$ は水表面上での風の摩擦速度 U_{*w} と U_w との比、 A_{bay} は湾の表面積、 Q_T は潮汐により湾口から湾内に流入する入潮量の半周期平均値である。

式(8)と式(6)、(9)、(12)のそれぞれの推定式はその基本概念が少しずつ異なっているため、単純に比例定数間の関連づけはできないが、今、概略値を得ることを目的として博多湾で得られた値を基に敢えて関係を求めれば次式が得られる。

$$\beta = \frac{5}{18} \alpha, \quad \Gamma = \frac{240}{9} \alpha, \quad \alpha_* = \frac{13}{900} \alpha \quad (14)$$

式(13)を式(14)に代入するとそれぞれ、

$$\beta = 19.4 \Psi^{1/4} \Phi^{1/6}, \quad \Gamma = 1867 \Psi^{1/4} \Phi^{1/6}, \quad \alpha_* = 1.01 \Psi^{1/4} \Phi^{1/6} \quad (15)$$

が得られる。式(15)からは式(13)の α 程の精度は当然期待できないが、拡散シミュレーションの対象となる湾のパラメーター Ψ 、 Φ の値が既知であれば α だけでなく、 β 、 Γ 、 α_* のおおよその概略値が求められ、式(6)、(8)、(9)、(12)から対象とする湾の分散係数が推定できることになる。

6. むすび

平面2次元モデルにおいて方向特性を持たない簡便な分散係数の推定法から、異方性まで考慮したより高度な推定法まで開発・提案した。博多湾への適用を通して、成層パラメーターや吹送流パラメーターと関係づけられたことから、他の湾への広範な応用の道が拓かれた。

参考文献

- 1) 小松 利光：環境水理学における拡散問題、第26回水工学に関する夏期研修会講義集、ppA-3-1~25, 1990
- 2) 村上 周三、持田 灯、大和田 淳、村上 里美：建物周辺気流の数値予測（第7報）（第8報）、Adaptive Gridによる立方体モデル周辺の気流解析（その1）（その2）、日本建築学会関東支部研究報告集、pp65~72, 1987
- 3) 松永 康司、小松 利光、朝位 孝二、矢野真一郎：k-εモデルによる2次元潮流・拡散計算
土木学会第47回年次学術講演会、pp1264~1265, 1992
- 4) T.Komatsu, S.Yano, Y.Matsunaga, K.Ohgushi: Simulations of tidal current and pollutant diffusion in a bay, Proc. of the Int. Sympo. on Environmental Hydraulics, pp.847-852, 1991
- 5) Robert Booij: Eddy viscosity in a harbour, Proc. of XXIV Congress IAHR, 1991
- 6) 柅津 家久：開水路乱流の乱れ強度に関する研究、土木学会論文報告集、第261号、pp67~76, 1977
- 7) 小松 利光、矢野 真一郎、朝位 孝二、松永 康司：内湾における二次元粘性・分散係数の推定に関する研究、水工学論文集、第37巻、1993