

Bubble Plume による二成層の初期混合過程の解析

Simplified Analysis of the Initial Mixing Process by a Bubble Plume
in a Two-Layered Stratification

池田裕一*・浅枝隆**

By Hirokazu IKEDA and Takashi ASAEDA

Initial process of mixing and intrusion with a Bubble Plume is examined. The process is analyzed by dividing the flow into three parts; Bubble Plume region, entrainment from the upper layer, and intrusion into the stratified environment. In the Bubble Plume Region, a single plume model is utilized. For the entrainment from the upper layer, empirical formulae of liquid plumes and bubble plumes are applied. Assuming the profiles of the intruding front and velocity, the governing equations of volume and momentum are successfully integrated. Good agreements are obtained between the computed results and the experimental ones.

Keywords: bubble plume, intrusion, density front, reservoir, entrainment

1. はじめに

Bubble Plume は閉鎖性水域の富栄養化対策や河口部での塩水遡上防止、湾内の凍結防止など、簡便ながらも有効な環境制御手法の一つであり、密度成層中での Bubble Plume の挙動や定式化についてさまざまな研究が行われている^{1)~5)}。ところが、Bubble Plume 自身については精密になってきているものの、Bubble Plume によって混合された水塊が周囲へと広がっていく過程を直接考えているものは皆無に近い。しかし実際には、Bubble Plume が形成する上昇流領域に比べて、対象とする水域ははるかに大きく、その影響が対象水域全体に広がるまでに要する時間を把握することは非常に重要であるといえよう。

密度成層中に混合水塊が貫入 (intrusion) していく流れについては、扱いの容易さから2次元的なものに関しては、これまでも実験的・解析的な研究がなされてきたが⁶⁾、今回のような軸対称流れを対象としているものは意外と少ない。Maxworthy⁷⁾は3次元的な孤立内部波の伝播特性を実験的に調べているが、内容は定性的なものにとどまっている。また室田・道奥・吉田⁸⁾は、密度界面に通常の密度噴流を衝突させて、界面での混合や伝播特性を定性的に捉えた。しかし、伝播則に現れるパラメーターの具体的な値を導出するには至っていない。そこで本研究では、Bubble Plume の特性量と周囲へ貫入していく密度フロントとの関係を把握することを目的とし、まずその手始めとして、フロントの挙動を解析する単純な物理モデルを構築し、その妥当性を検討するものである。

* 正会員 工修 宇都宮大学助手 工学部建設学科 (〒321 栃木県宇都宮市石井町2753)

** 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科 (〒338 埼玉県浦和市下大久保225)

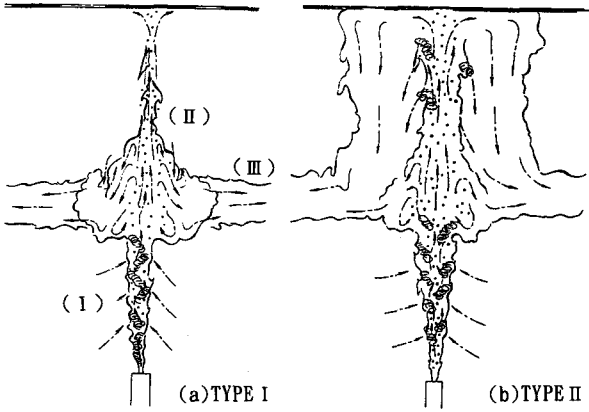


図1 流れの形態

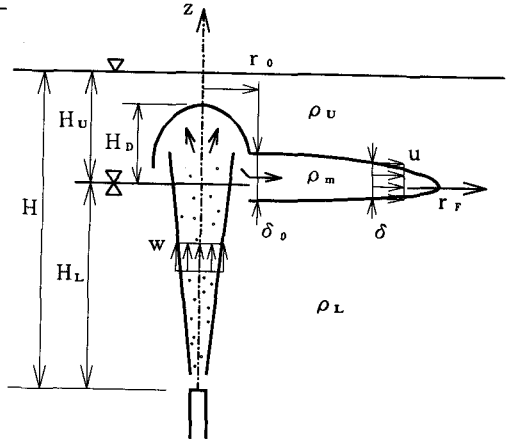


図2 座標系と記号

2. 解析方法

2.1 流れの形態および区分

二成層状態における Bubble Plume の形態はおおよそ図1のようになる⁴⁾。すなわち、放出された気泡により水塊は浮力を受け、周囲の水塊を連行しながら上昇していく。そして、密度界面を越えて上層に達すると、Plume内の水塊は周囲に対して相対的な下向きの重力を受けることになり、慣性のためしばらく上昇を続けた後、下降に転じる (TYPE I、図1(a))。ただし、界面通過時の慣性が大きいとか上層の厚さが薄い場合には、Bubble Plume は水面まで達し、そこで水面に沿って大きく広がってから水面下に沈みこむようになる (TYPE II、図1(b))。そして、再び密度界面に達するときには、上層水と混合されて下層水よりも軽くなっているので、運動の向きを変えて今度は半径方向へ広がり、周囲へと貫入していく。

このような Bubble Plume による流動を解析する物理モデルを構築する際に、本研究では流れを図1に示す3つの領域に分けて考えることにする。すなわち、(I) 下層での Bubble Plume 領域、(II) 上層との混合領域、(III) 密度フロント領域である。以下に、これら3領域の取り扱いについて説明する。

2.2 Bubble Plume 領域

図2に示すように、高さ z における Bubble Plume の上昇領域の半径を r 、その上昇流速を w とする。ここで上昇流速に top-hat 型分布形を仮定すると、Bubble Plume に関する体積および運動量の保存則は

$$\frac{d}{dz}(r^2 w) = 2 \alpha r w \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz}(r^2 w^2) = \frac{Q_0 g}{\pi(w + u_s)} \frac{Ha}{Ha + H - z} \quad (2)$$

となる。ここに、 Q_0 : 水面における気泡流量、 Ha : 大気圧水頭、 H : 気泡発生点の水深、 u_s : 静止流体中の気泡の上昇速度、 α : 連行係数である。これを Asaeda & Imberger⁵⁾ にならって

$$z = (Ha + H)x, \quad r = 2\alpha HR, \quad w = M_H^{-1/3} u_s W \quad (3)$$

$$M_H = \frac{Q_0 g Ha}{4\pi\alpha^2 H(H + Ha)u_s^3}, \quad H_R = \frac{H}{H + Ha} \quad (4)$$

を用いて無次元化しておく。すなわち、

$$\frac{d}{dx}(R^2 W) = R V \quad (5)$$

$$\frac{d}{dx}(R^2 W^2) = \frac{1}{(1 - H_R x)(W + M_H^{-1/3})} \quad (6)$$

これを、McDougall¹⁾の級数解を初期条件として密度界面まで数値積分することにする。また、連行係数 α

の値は池田・浅枝⁹⁾にならって決めることにする。

2.3 上層との混合

Bubble Plume によって密度界面を越えて運ばれた下層の重い水塊は、再び密度界面に下降してくるまでに上層の水塊と混合される。浅枝・池田・Imberger⁴⁾は、密度界面を通過する上向き流量 Q_I に対する上層からの連行流量 Q_e の割合 f_e が密度フルード数 F_d の関数として

$$f_e = \frac{Q_e}{Q_I} = \frac{0.18 F_d^3}{1 + 0.2 F_d^3}, \quad F_d = \frac{w_I}{\sqrt{g'_L r_I}} \quad (7)$$

と表されることを示した。ここに、 g'_L は下層水の上層水に対する相対重力 $(= (\rho_L - \rho_U)g / \rho_o)$ 、ただし、 ρ_L 、 ρ_U はそれぞれ下層および上層の密度、 ρ_o は基準密度、 g は重力加速度) であり、密度界面を通過する際の Bubble Plume の諸量には添え字 I を付した。これから、密度フロント領域へ流入していく流量 Q_o とそのときの相対重力 g'_m が次のように求まる。

$$Q_o = Q_I(1 + f_e), \quad g'_m = g'_L / (1 + f_e) \quad (8)$$

ところで、先に述べたように、流れの形態が TYPE I か II であるかによって、下降してきた流れが再び密度界面に達して向きを変え、密度フロントを形成し始める位置 r_o の決まりかたが変わってくる。そこで、下層から持ち上げられた水塊の上昇限界高さ H_D を、Turner¹⁰⁾ の気泡を含まない高密度噴流の実験式

$$\frac{H_D}{r_I} = 2.46 F_d \quad (9)$$

を用いて求めることにする。そして $H_D < H_U$ の場合には TYPE I の流れとして、池田・中山・須賀¹¹⁾ がやはり通常の高密度噴流の実験から求めた

$$\frac{r_o}{r_I} = \sqrt{1 + 2.92 F_d} \quad (H_D < H_U \text{ の場合}) \quad (10)$$

を用いてフロント開始位置 r_o を決めることにする。

$H_D > H_U$ 、すなわち TYPE II の流れについては、浅枝ら¹²⁾ が水面に衝突する高密度噴流の広がり半径を解析的に求めているが、その手続きは多少煩雑である。一方、Lemckert & Imberger¹³⁾ は、実験室レベルから現地観測までの幅広い条件での Bubble Plume のデータを整理して、

$$r_o = 0.97 P_{NE}^{-1/4} H, \quad \text{ただし } P_{NE} = \frac{N_E^3 H^4}{Q_B g} \quad (H_D > H_U \text{ の場合}) \quad (11)$$

の関係を見出している。ここに、 P_{NE} は気泡による浮力に対する水域の相対的な成層強度³⁾、 Q_B は水面での気泡流量、また、 N_E は密度成層のポテンシャルエネルギーから評価される、等価密度勾配である。

$$N_E^2 = \frac{\rho_B g H^2 / 2 - E_P}{\rho_B H^3 / 3}, \quad E_P = \int_0^H \rho g z dz \quad (12)$$

ただし、 ρ_B は $z = 0$ における周囲流体の密度である。

2.4 密度フロント領域

密度フロント領域の支配方程式は、体積保存則と運動量保存則を密度フロント内で鉛直方向に積分して、次のように得られる。

$$\frac{d}{dt}(r \delta) + \frac{d}{dr}(r u \delta) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt}(r u \delta) + \frac{d}{dr}(r u^2 \delta) = - \left(1 - \frac{g'_m}{g'_L} \right) g'_m r \delta \frac{d \delta}{dr} \quad (14)$$

ただし、周囲からフロント内への連行やフロントと周囲との界面にはたらく抵抗は無視している。

これを、適当な境界条件・初期条件で解くことも可能だが、今回は解析を簡単に行なうために、フロント領域の厚さ δ とフロント内の流速 u の分布形を次のように仮定する。

$$\delta = \delta_0(1 - \eta)^m, \quad u = (1 - \eta) \frac{Q_0}{2\pi r_0 \delta_0} + \eta \frac{d r_F}{d t} \quad (15)$$

ここに、 $\eta = (r - r_0)/(r_F - r_0)$ また δ_0 と r_F はそれぞれフロント原点でのフロント厚さとフロント先端位置で、時間 t の関数である。 u の分布形は $\eta = 0$ および $\eta = 1$ での流速 $Q_0/2\pi r_0 \delta_0$ と dr_F/dt に等しくなるような直線分布としている。 δ の形状指数 m の具体的な値は後で実験結果から評価することにする。この分布形を式 (13), (14) に代入して r に関して $r = r_0$ から r_F まで積分した後に、式 (3) と同様の無次元化を施すと次式が得られる。

$$\frac{d}{d\tau} \frac{2\theta_0}{(m+1)(m+2)} (R_F - R_0) [R_F + (m+1)R_0] = q_0 \quad (16)$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \gamma \theta_0^2 (R_F + 2mR_0) \quad (17)$$

ただし、
$$\xi = \frac{(R_F - R_0)\theta_0}{(m+1)(m+2)(m+3)} \left(\frac{dR_F}{d\tau} [2R_F + (m+1)R_0] + \frac{(m+1)q_0}{2R_0\theta_0} [R_F + (m+2)R_0] \right) \quad (18)$$

$$\tau = \frac{M_H^{1/3} u_s t}{H}, \quad \theta_0 = \frac{\delta_0}{H}, \quad q_0 = R_1^2 W_1 (1 + f e), \quad \gamma = \frac{(1 - g'_m/g'_L)}{8(2m+1)\alpha^2} \frac{g'_m H}{M_H^{2/3} u_s^2} \quad (19)$$

である。これを初期条件

$$t = 0 \text{ において } R_F = R_0, \quad \frac{dR_F}{d\tau} = \alpha \frac{q_0}{R_0 \theta_0}, \quad \theta_0 = \theta_{01} \quad (20)$$

のもとに時間前進的に積分していけば、解が得られることになる。式 (20) 中、 θ_0 の初期値 θ_{01} の評価については後述する。

3. 実験結果との比較検討

3.1 実験装置および方法

実験は図3に示すような断面 $1\text{m} \times 1\text{m}$ 、高さ 1m の水槽を用いて行なった。密度成層は塩水を用いて二成層を形成した。エアポンプは予めアイドリング状態にして空気流入量を安定させておく。その際、L字型のパイプにて気泡を封じ込めて混合が始まらないようにしている。

実験開始と同時にこのL字パイプをずらして気泡を放出させる。同時に、気泡発生器に染料を注入し、シャドウグラフ法を用いて流況を可視化するようにした。これをビデオカメラに収めて、限界上昇高さやフロントの形状や進行速度などを求めた。塩水濃度は電気伝導度計で測定した。実験条件は表1の通りである。

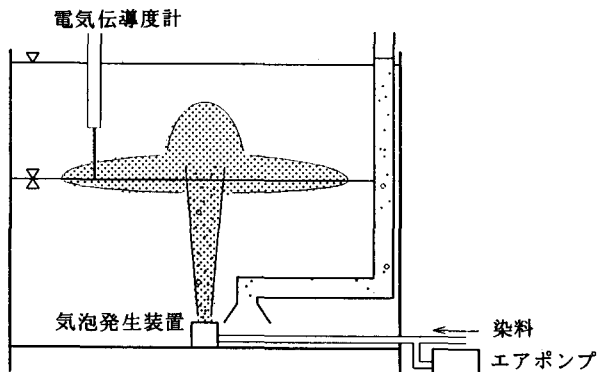


図3 実験装置

表1 実験条件

	H	H _L	g' _L	Q _B	H _R	M _H	P _{NE}	TYPE
	(cm)	(cm)	(cm/s ²)	(cm ³ /s)	×10 ²		×10 ³	
RUN1	85	45	14.4	1.49	7.7	0.120	36.2	I
RUN2	85	45	5.91	1.40	7.7	0.106	10.2	I
RUN3	85	70	6.35	1.72	7.7	0.147	2.76	II

3.2 ドームの高さ

H_D についてはフルード数のみでなく上層の厚さ H_u も考慮する必要がある。 H_D の評価式(9)を変形すると、

$$\frac{H_D}{H_u} = \min \left(2.46 F_d \frac{r_i}{H_u}, 1 \right) \quad (21)$$

が得られる。図4は、ドームの高さ H_D とフルード数との関係を示したものである。フルード数に必要な r_i 、 w_i はBubble Plumeの解析結果を用いた。式(21)と実験結果との適合性は非常によく、ドーム頂上が水面に達しないような弱いBubble Plumeでは気泡の影響が強く、気泡を含まない場合の知見が利用可能であることを示唆している。

3.3 フロント領域の開始位置

ここで注意したいのは、式(10)および(11)にて評価されている r_o は本来、下降流が密度界面に達する際あるいは水面から沈みこむ際の広がり半径であって、今回考えているような、下降流が向きを変えて周囲へ広がり始める位置とは必ずしも一致しないことである。実際には、これらの式よりも多少大きな値をとることになると考えられる。

図5は、実験値と計算値との比を示したもので、フルード数によらずほぼ一定である。そこで以下の解析においては、この比の値1.25を補正係数として乗ずることにする。

3.4 初期フロント厚さ

初期フロント厚さは、解析の初期条件を設定する上で非常に重要な因子であるが、これを具体的に評価するのに有用な研究は、現段階で見当たらなかった。そこで、ドームの高さ H_D によってスケーリングができるものと考えて、実験結果を整理したものが図6である。

フロントの初期の厚さ δ_{oi} と H_D との比は、フルード数によって若干変化する傾向が見られるものの、ほぼ一定と考えてさしつかえなからう。 δ_{oi} の取り扱いに関しては、これからも検討していかなければならないが、

$$\delta_{oi} = 0.64 H_D \quad (22)$$

として、今回はとりあえず、解析を進めることにする。

3.5 フロントの形状

図7はRUN1におけるフロント形状を示したもので、他の実験条件でも同様な結果が得られており、式(15)が成立することが示唆される。形状を表す指数 m の値は、0.4程度で、この値を多少変化させても、解析結果にはほとんど相違がなかったため、今回の解析では $m=0.4$ として計算することにする。

3.6 フロントの進行速度

図8にフロントの先端位置 R_F の実験結果および計算結

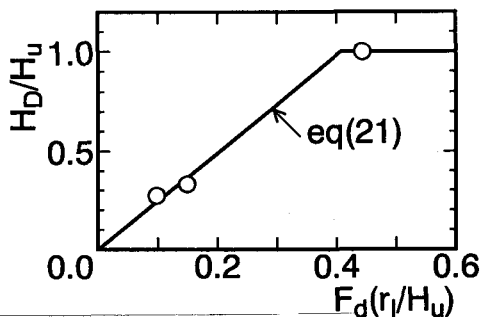


図4 ドーム高さ

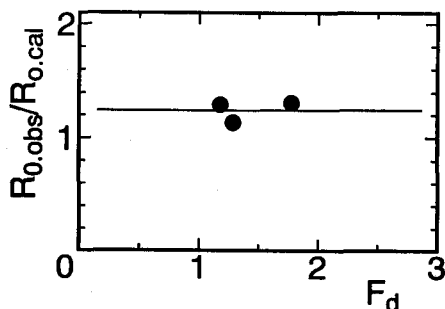


図5 フロント開始位置

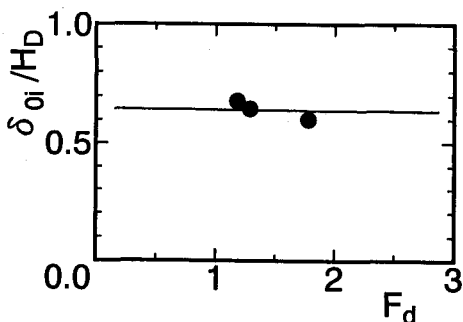


図6 初期フロント厚さ

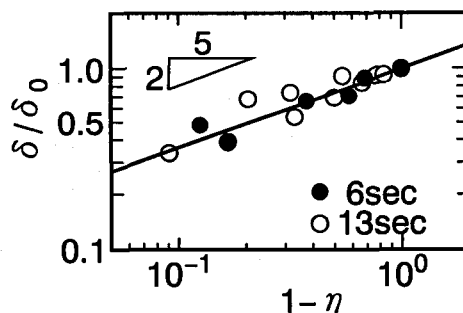


図7 フロントの形状

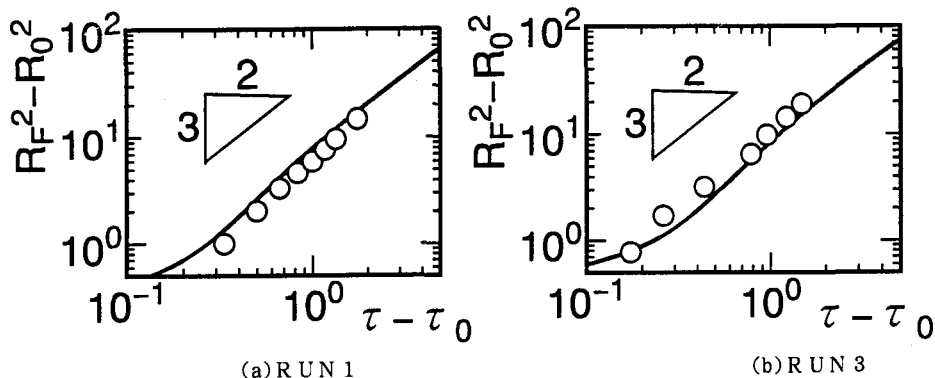


図8 フロント先端の進行 (○:実験値、—:計算値)

果を示す。多少の差はあるもののおおむね一致している。比較的 Plume に近く慣性と圧力勾配がバランスしている領域では、 $R_F^2 - R_0^2$ が時間の3/2乗に比例することを室田・道奥・吉田⁵⁾は指摘している。今回の場合、実験値・計算値ともに同様な傾向を示しており、一般性を有する結果が得られたものといえよう。しかし、室田らがさらに指摘していることには、フロントがさらに進むと、今度は慣性に変わり粘性が卓越するようになる。今回の解析ではそのような抵抗を考慮に入れるまでには至らなかったが、それが無視し得る慣性卓越領域での適合性は、良好であるといえる。

4. おわりに

本研究では、取り扱いの容易な二成層状態において、Bubble Plume による初期混合過程の解析を試みた。しかし、実際の貯水池はPlumeの上昇流領域よりもはるかに広く、今回のように慣性と圧力とのバランスのみの、ごく近傍の解析だけでは不十分である。今後は、界面抵抗の項を加えて、フロントが更に進行した場合でも解析が可能にする必要がある。そして、水域のグローバルな状態変数と気泡量による、Bubble Plumeの影響の広がり方の変化、あるいは最適な気泡流量の設定方法を検討していくつもりである。

参考文献

- 1) McDougall, T. J. : Jour. Fluid. Mech.、vol. 85、pp. 655-672、1978.
- 2) 松梨・宮永：電力中央研究所報告、U87066、40p.、1988.
- 3) 浅枝・Imberger：土木学会論文集、No. 41、pp. 55-62、1989.
- 4) 浅枝・池田・Imberger：土木学会論文集、No. 438、pp. 23-30、1991.
- 5) Asaeda, T. & Imberger, J. : Jour. Fluid. Mech.、1992(to be submitted).
- 6) たとえば Mannins, P. C. : J. F. M.、Vol. 74、1976.、福岡・福島：土木学会論文報告集、No. 294.、1980.
- 7) Maxworthy, T. : Jour. Fluid. Mech.、vol. 96.、pp. 47-64、1980.
- 8) 室田・道奥・吉田：第32回水理講演会論文集、pp. 269-274、1988.
- 9) 池田・浅枝：海洋開発論文集、Vol. 8、pp. 17-22、1992.
- 10) Turner, J. S. : Jour. Fluid. Mech.、vol. 26、pp. 779-792、1966.
- 11) 池田・中山・須賀：第19回関東支部技術研究発表会、pp. 134-135、1992.
- 12) 浅枝・中井・玉井：土木学会論文集、No. 411、pp. 109-115、1989.
- 13) Lemckert, C. & Imberger, J. : Jour. Hydr. Div. ASCE. (to be submitted).