

3次元モデルによる塩水遡上の解析

Analysis of Salinity Intrusion

by Means of Three-Dimensional Mathematical Model

井上和也*・田中正博**

By Kazuya INOUE and Masahiro TANAKA

This paper deals with a three-dimensional mathematical model to analyze salinity intrusion of partially mixed type in estuarine river. Limitation of the vertically two-dimensional model is discussed. Finite difference numerical procedures of the three-dimensional model are presented in detail, considering the flow characteristics in estuarine river. An example of application is shown and the numerical results of salinity intrusion obtained by this model agreed approximately with those observed, except two-layered type of intrusion.

Keywords: salinity intrusion, density current, estuary hydraulics, three-dimensional model, numerical simulation

1. はじめに

河口感潮域における塩水遡上に関しては、従来より弱混合型あるいは強混合型について数多くの研究が行われている。筆者らは、現地において最も出現頻度が高いと思われる中間型の緩混合型の塩水遡上を解析することを目的とし、以下の考え方のもとに、鉛直2次元モデルの開発に努めてきた^{1,2)}。

- (1)流速および塩分濃度は、横断方向には一様とできるが、流れ方向および水深方向には連続的に変化する。
- (2)水深方向の塩分輸送を渦動拡散係数で表し、この係数をRichardson数の関数とする。
- (3)解析法には差分法による数値計算法を適用する。

本報では、このモデルをさらにすすめ、湖や沿岸域の流れの解析に用いている3次元モデル³⁾を塩水遡上解析に適用する。とくに、河口感潮域のように、空間スケールが河道域と海域とでかなり異なり、しかも水位の変化が大きい流れに差分法を適用するときに問題となる、粗・細格子間の接合、水位の時間的変化に伴う格子の厚さ以上の自由表面の昇降および浅瀬での干陸化の取扱いなどを検討するとともに、現地へ適用した結果について考察を加える。

2. 3次元モデルの適用

これまでの鉛直2次元モデルに関して、筆者らが感じている問題点は次のようである。

- (1)河川の横断方向に水理量はほぼ一様と仮定して平均化することにより、座標軸として流れ方向と水深方向の2方向しか考えていない。したがって、曲線座標系を使わない限り、河川の湾曲などの平面形状が正しく表現できない。また、横断方向の一様性はつねに保証されているのではない。
- (2)2次元性より、解析対象領域は主として河道域に限られる。このため、下流端の境界条件、とくに下流端の塩分濃度の与え方がむずかしい。下流端においては一般に、流れが上流へ向かう場合に水深方向の塩分濃度を境界条件として与えなければならないが、河道域の河口が下流端となる鉛直2次元モデルでは、観測資料が整っている場合を除いて、これは通常困難である。しかし、この下流端境界条件こそ塩水遡上を規定す

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所(〒611 宇治市五ヶ庄)

** 学生員 京都大学大学院工学研究科(〒606 京都市左京区吉田本町)

る重要な因子の一つなのである。

(3)塩分濃度分布が弱混合型に近くなった場合、水深方向の塩分輸送を渦動拡散係数によって表現する方法では、水深方向の濃度分布が平滑化され過ぎる傾向がある。このようなときには塩分輸送を連行式によって表すのが適切と思われるが、混合の度合は時間的にも場所的にも相当変化しているので、これらの二つの表現をモデルへ並列的に組み込むことは、水理学的に考えるとそれほど容易ではない。

上記の(2)の問題点を改めるには、海域も解析対象領域に含め、河川水の流出の影響が及ばないとみなされるほどの沖を下流端とし、そこでほぼ一定とみられる海域の塩分濃度を境界条件として与えるのが、結局現実的と思われる。ただ、河川から流出した流れはとくに河口近傍の海域において海水の浮力を受けながら平面的にも水深方向にも拡がり、3次元的な挙動を示すから、海域を含めれば3次元の解析が必要とされることになる。3次元解析法を用いることは、(1)の問題点を改める方法でもある。このような観点から本報では3次元モデルを適用し、これにより塩水遡上の解析を行うことにする。

流れの特性より、浅水近似が適用できるとすれば鉛直方向の運動方程式は圧力の静水圧分布式で置き換えられる。また、塩分濃度の違いによる密度の非一様性には Boussinesq 近似が適用されるとする。このとき、基準となる水平面内に x, y 座標をとり、鉛直上方に z 座標をとれば、流れの基礎式は次のように表される。

$$x - \text{方向の運動方程式: } \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + A_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$y - \text{方向の運動方程式: } \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial wv}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + A_h \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\text{静水圧分布式: } p = \rho_0 g \zeta - \int_z^\zeta \Delta \rho g dz \quad (3)$$

$$\text{連続式: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\text{密度の保存式: } \frac{\partial \Delta \rho}{\partial t} + \frac{\partial u \Delta \rho}{\partial x} + \frac{\partial v \Delta \rho}{\partial y} + \frac{\partial w \Delta \rho}{\partial z} = K_h \left(\frac{\partial^2 \Delta \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta \rho}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \Delta \rho}{\partial z} \right) \quad (5)$$

ここに、 ζ : 基準面からの水位、 ρ_0 : 基準密度、 $\Delta \rho = \rho_0 - \rho$ (密度偏差) である。また、 A_h および K_h : 水平面内の渦動粘性係数および渦動拡散係数、 A_v および K_v : 成層が安定なとき ($\partial \Delta \rho / \partial z = -\partial \rho / \partial z > 0$) の鉛直方向の渦動粘性係数および渦動拡散係数で、次式で与えられるとする。

$$A_v = A_{v0} e^{-m R_i}, \quad K_v = K_{v0} e^{-n R_i} \quad (6)$$

ここに、 R_i : local Richardson 数 $R_i = -g(\partial \rho / \partial z) / \rho_0 (\partial u / \partial z)^2$ (ただし、 $R_i < 0$ のときは $R_i = 0$ 、 $R_i > 3$ のときは $R_i = 3$ とする)、 A_{v0} および K_{v0} : 中立状態 ($R_i = 0$) のときの鉛直方向の渦動粘性係数および渦動拡散係数である。なお、成層が不安定なときには水面 $z = \zeta$ から次式で定義される z_m :

$$\int_{z_m}^\zeta \Delta \rho dz = (\zeta - z_m) \Delta \rho(z_m) \quad (7)$$

まで瞬時に対流混合が生ずるとする。本報ではこのような A_v および K_v の与え方をしているので、先に述べた(3)の問題点は残っている。

状態方程式である密度と塩分濃度との関係には、「海洋観測指針」に提示されている式⁴⁾を適用することにし、水温を 20°C として、さらに濃度が 0 のときの密度を $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ に補正している。

境界条件や差分法による計算式の展開は省略する³⁾。

3. 解析モデルの構成

(1)粗・細格子の接合

海域と河道域の双方を解析対象領域とすると、平面差分格子 ($\Delta x, \Delta y$) を広い海域において河道域と同一にすることは、流れの空間スケールを考えると適切とはいえず、また計算時間などの実際上の制約からみ

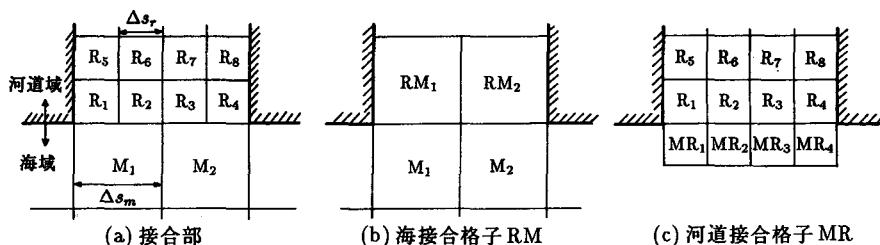


図-1 粗・細格子の接合

でも得策ではない。一方、鉛直方向の差分格子 Δz は、塩分濃度の鉛直こう配のスケールから海域と河道域とでそれほど変えることはできないであろう。つまり、 Δz は海域と河道域で同一であっても、 $\Delta x, \Delta y$ は海域では河道域より大きくとることが望まれる。しかしこのようにすると、両領域をどのように接合させるかが、計算上のやっかいな問題となる。ここでは、広瀬の研究⁵⁾をやや一般化した次の方法をとる。

上記の理由により Δz は両領域で同一にとり、平面的には簡単のため海域で $\Delta x = \Delta y = \Delta s_m$ 、河道域で $\Delta x = \Delta y = \Delta s_r$ とする。いま一例として $\Delta s_m = 2\Delta s_r$ の場合を考え、問題となる接合部の平面が図-1(a)のように表されたとする。ここで図-1(b), (c)に示されるように、海域を河道域内に Δs_m だけ伸ばし海接合格子 (RM_1, RM_2) を河道域内に想定し、同様に Δs_r の大きさの河道接合格子 ($MR_1, \dots, MR_4$) を海域内に想定する。

計算においては、いずれの接合格子でも基礎式による水理量の計算は行わずに、ある時間ステップでの結果より、例えば RM_1 の水理量 (水位、流速、密度偏差) には図-1(a)の R_1, R_2, R_5, R_6 の水理量の平均値を与え、 MR_1 および MR_2 の水理量には M_1 の水理量をそのまま与える。これらの海および河道接合格子の水理量を、次の時間ステップにおけるそれぞれ海域計算および河道域計算の接合部での境界条件とする。

(2)自由表面の取扱い

塩分濃度の鉛直分布を的確にとらえるには Δz はある程度小さく設定されなければならない。一方、河口感潮域における潮位の変化幅は一般にこの Δz より大きい。格子において水で満たされている厚さを層厚と呼ぶことにすれば、鉛直方向をこのような Δz で格子分割した場合、潮位に応じて層厚は、 $0 \leq \text{層厚} \leq \Delta z$ の範囲で変化する (もし表層の格子で層厚が 0 になれば、その下層の格子が新たな表層となる)。層厚が著しく小さい格子において通常の計算を行えば、解が計算上、不安定になるおそれがある。つまり、計算を安定に進めるには層厚が 0 または極端に薄くなることを考えに入れておく必要があり、ここでは次の方法によりこの問題を処理する。すなわち、格子の層厚が一定値、例えば Δz の 1% 以下になれば、その一つ下層の格子と合体させた control volume において解を求めることにする。特殊な場合として、浅瀬のような箇所で合体させるべき下層の格子が陸である (自由表面が河床や海底に達し、当該格子が干陸化する) ときには、流速は 0 にし、また密度偏差には前のステップの値をそのまま与えることにする。

(3)せん断応力項に係わる安定性

河床や海底における境界条件である底面せん断応力には次の Manning の抵抗則を適用している。

$$(\tau_{sx}, \tau_{sy}) / \rho_0 = gn^2(u_b, v_b) \sqrt{u_b^2 + v_b^2} / h^{1/3} \quad (8)$$

ここに、 τ_{sx}, τ_{sy} : せん断応力、 u_b, v_b : 底面格子の流速である。潮位に伴う水位の変化が大きい場合、浅瀬のような箇所で上記のように水深が相当小さくなれば、底面せん断応力の値が著しく増大する。せん断応力は流向とは逆向きに作用するから、過大なせん断応力は計算上の 1 ステップの間に流向を逆転させ、これが繰り返されると 1 ステップごとに、流向が入れ替わり流速の符号が反転するという計算上の振動が発生し、計算の不安定につながることもある (Vasiliev の不安定)。そこで Leap-frog 法による差分化において、時間ステップ (n) から $(n+2)$ に進む場合、この不安定を避けるため、せん断応力を次式で評価することにする。

$$(\tau_{sx}^n, \tau_{sy}^n)/\rho_0 = \lambda\{\Theta u_b^{n+2} + (1-\Theta)u_b^n, \Theta v_b^{n+2} + (1-\Theta)v_b^n\}, \quad \lambda = gn^2\sqrt{u_b^{n2} + v_b^{n2}}/h^{n1/3} \quad (9)$$

0.5 ≤ Θ ≤ 1.0であれば、Vasilievの不安定は生じないとされる。上式によれば計算式はimplicitになるが、それは当該格子に限られるので解法は何ら複雑にはならない。通常、Θ = 0.5がとられることが多いが、試算の結果ではΘ = 0.5のとき局所的にわずかながら流速の振動が発生したので、Θ = 1.0としている。

(4) 拡散項に係わる安定性

水深が浅くなり干陸化した格子においては、鉛直方向の拡散項（粘性項）によっても安定性の問題が生ずる。図-2のように隣あう格子の一方が底面に接し（この格子では(3)の考察が適用される）、他方の格子が底面に接していない場合、簡単のため非定常項と拡散項のみに注目すれば、 x 方向の運動方程式はつぎのように表される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} A_z \frac{\partial u}{\partial z} \quad (10)$$

(10) 式を(3)と同様にLeap-frog法によって次のように差分化する。

$$\frac{u^{n+2} - u^n}{2\Delta t} = -\frac{A_z}{\Delta z_m \Delta z/2} \{\Theta u^{n+2} + (1-\Theta)u^n\} \quad (11)$$

ただし、control volumeの上面は自由表面なので、そこでの条件 $A_z \partial u / \partial z = 0$ を用いている。(11)式の増幅因子 ν は次式で与えられる。

$$\nu = \left\{1 - \frac{(1-\Theta)A_z \Delta t}{\Delta z \Delta z_m}\right\} / \left\{1 + \frac{\Theta A_z \Delta t}{\Delta z \Delta z_m}\right\} \quad (12)$$

Θ = 0のexplicitの場合、層厚が小さく（ Δz_m が小さく）なれば、 $\Delta t \rightarrow 0$ でない限り $|\nu|$ は1より大きくなり、計算は不安定になることが分かる。0.5 ≤ Θ ≤ 1.0ならば Δt の如何にかかわらず $|\nu| \leq 1$ であるが、底面せん断応力の場合と同様に、Θ = 1.0をとることにする。

4. 現地への適用

以上の塩水遡上解析モデルを図-3に平面図が示されるA川とその河口領域に適用する。現地の地形によることであるが、海域を含めると解析の主な対象である河道域よりも海域の方が広大な領域になりがちであるので、3(1)で述べた工夫が実際上欠かせない。適用例における差分格子の大きさは、河道域では $\Delta x = \Delta y = 100\text{m}$ 、海域では $\Delta x = \Delta y = 200\text{m}$ 、鉛直方向にはいずれの領域でも $\Delta z = 1.0\text{m}$

である。計算上の最上層格子の上面の標高はTP+5.0mに設定している。この標高は、計算実施中に水位が最上層格子の上面にまでは達しないように（すなわち層厚が最上層においても Δz を越えることがないように）、

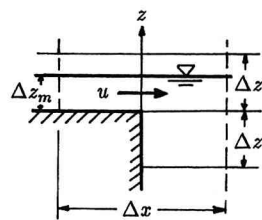


図-2 拡散項の安定性

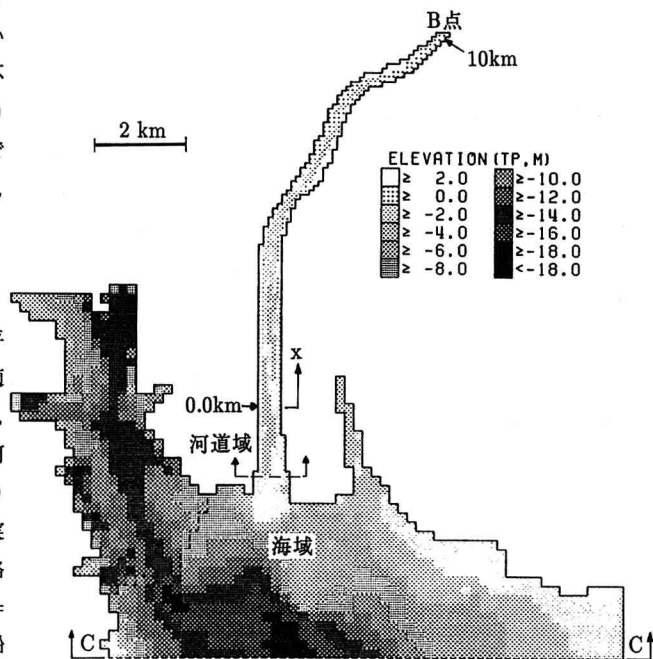


図-3 対象領域の平面図

対象水域で通常生じている水位よりかなり高くとられている。以上の格子分割の結果、 $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ の格子の総数は約20,000、 $\Delta x \times \Delta y \times$ 水深の平面格子の総数は約2,000となった。なお、計算時間間隔は海域と河道域で同一にとり、 $2\Delta t=4.0s$ である（Leap-frog法を採っている）。

初期条件としては、境界条件である潮位ハイドログラフの初期値の水位で静止した状態を考える。密度は、海域では海水密度 $\rho=1022\text{kg/m}^3$ （ Cl^- 濃度にして約16100mg/l、これを基準密度 ρ_0 とする）、河道域では淡水密度 $\rho=1000\text{kg/m}^3$ （ Cl^- 濃度0 mg/l）とする。境界条件は、河川上流端（B点）では流量ハイドログラフおよび淡水密度を与え、海域開境界（C-C線上）では潮位ハイドログラフおよび海水密度を与える。適用例では現地で行われた塩水遡上観測の再現による検証を行おうとしているので、計算上問題になるのは、上記の実際とは異なる初期条件（水位、流速および密度）の影響がどの程度及ぶかである。ここではとくに時間的な影響範囲を考慮して、境界条件である観測日の24時間分の流量および潮位ハイドログラフをそのまま観測日の前3日間にも拡張して適用する（つまり、ハイドログラフは24時間周期で、観測日を含めて4日間続く）。この境界条件により、計算を4日間にわたって行い、最後の1日を観測日とみなす。計算結果をみると、計算の3日目と4日目とは、解はほぼ周期的な変化を示しているので、この方法により初期条件の影響がほとんど残存していない解が得られると考えられる。

計算式に含まれる諸定数のうち、Manningの粗度係数は $n=0.030$ 、渦動粘性係数および渦動拡散係数は、 $A_h=K_h=10\text{m}^2/\text{s}$ 、 $A_{v_0}=K_{v_0}=0.01\text{m}^2/\text{s}$ 、(6)式の m, n は $m=1.5, n=3.0$ としている。

図-4は大潮における満潮時の計算結果より、河道域の最深部に沿った流速および Cl^- 濃度の縦断分布であって、図-5は同じ時期に観測された Cl^- 濃度分布の結果である。また、図-6および図-7は小潮における満潮時の同様の結果である（図中の x は図-3に示される河道の縦断方向の距離を表す）。図より本報でのモデルによる塩水遡上計算の特徴として、計算では観測よりも水深方向の混合（鉛直混合）が強く現れる傾向があることが挙げられる。とくに小潮においては、計算では、大潮と比較すればかなり鉛直混合が抑制され、いくらか弱混合的になっているものの、それでもなお観測の $x=0\sim 2\text{km}$ に顕著にみられる弱混合の急な鉛直濃度こう配は再現されず、鉛直混合がかなり進んでいることが分かる。2(3)で述べたように、水深方向の塩分輸送を表す方法をさらに検討しなければならないといえよう。流れ方向の混合に関しては、 Cl^- 濃度が200mg/lの

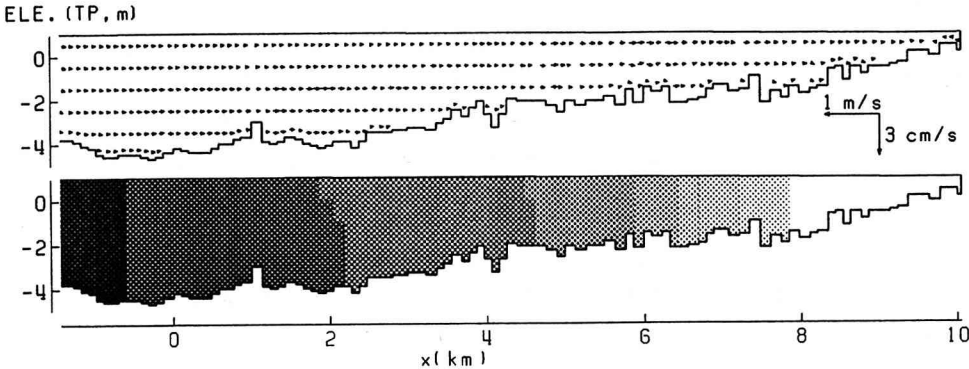


図-4 大潮・満潮時の計算結果

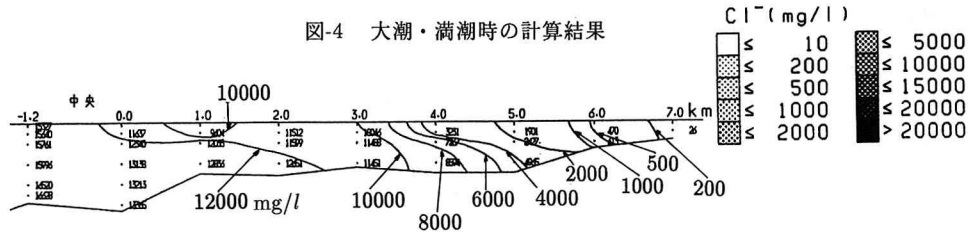


図-5 大潮・満潮時の観測結果

ELE. (TP, m)

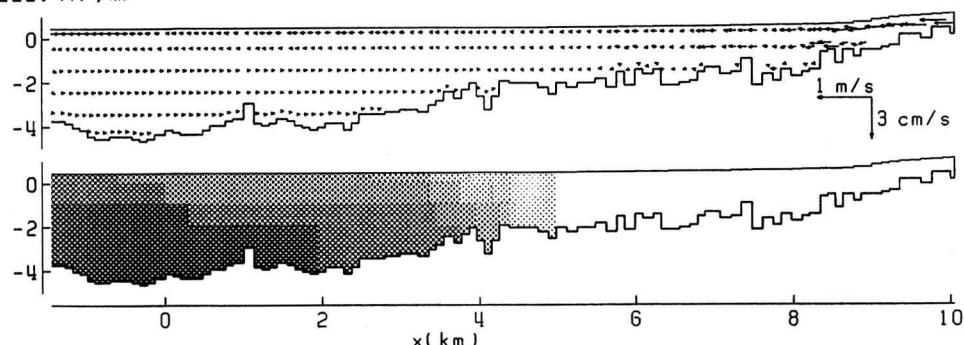


図-6 小潮・満潮時の計算結果

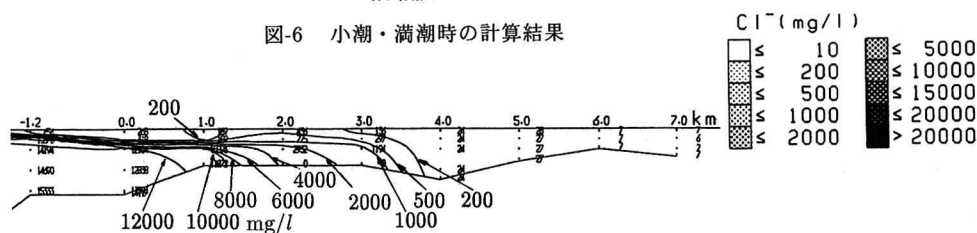


図-7 小潮・満潮時の観測結果

塩水浸入長をみると、この計算では大潮のとき $x \approx 7.5\text{km}$ 、小潮のとき $x \approx 4.0\text{km}$ であり、これらは観測値よりわずかに大きいようであるが、だいたい一致しているとみられる。

河川流量は、大潮のときは $8.3\text{m}^3/\text{s}$ 、小潮のときは $44.1\text{m}^3/\text{s}$ であった。この流量の違いの特徴は、流速分布の計算結果に現れている。すなわち、図-4（大潮の満潮時）においてはほぼ全域において上流向きの流速になっているのに対し、図-6（小潮の満潮時）においては $x \approx 4\text{km}$ 付近に位置する密度フロントより上流では水深方向に一樣に下流向き、それより下流では表層で下流向き、深層で上流向きとなっており、流速でみれば二層流の特徴が少し現れているといえる。

一般に大潮では tidal prism（上げ潮の間に河口から河川に流入する海水量）は大きく、小潮では小さい。この適用例では、大潮のときに河川流量が少なく、小潮のときに大きい。したがって、河川水の流入量と tidal prism の比は大潮のとき小さく、小潮のとき大きくなっており、そのときの混合型が大潮では強混合に近く、小潮では緩混合（観測では弱混合）に近いことは、Simmonsら⁶⁾の分類法と定性的に一致するとみられよう。

5. むすび

3次元モデルを適用することにより、鉛直2次元モデルのもつ問題点をかなり打開することができ、モデルの向上と実用化がある程度図れたと考えている。今後は観測と計算との比較をさらに広い範囲の水理条件のもとで行い、とくに水深方向の塩分輸送について考察をすすめたい。

参考文献

- [1] 岩佐義朗・井上和也・田中 靖：河口感潮域の流れと拡散の数値シミュレーション，京大防災研年報，第25号，B-2，pp.585-596，1982
- [2] 岩佐義朗・井上和也・吉村義朗：大川における塩分遡上の解析について，京大防災研年報，第29号，B-2，pp.539-548，1986
- [3] 井上和也・岩佐義朗・木下昌樹：沿岸水域における埋立が河口からの洪水流出に及ぼす影響の解析，京大防災研年報，第35号，B-2，1992
- [4] 日本海洋学会編：海洋観測指針，気象庁，pp.91-92，p.149，1970
- [5] 広瀬昌由：細粗格子法を用いた湖流の数値解析法の研究，京都大学修士論文，pp.22-42，1990
- [6] Simmons, H.B. and F.R. Brown: Salinity effects on estuarine hydraulics and sedimentation, Proc. 13th Congress of I.A.H.R., Vol.3, pp.311-325, 1969