

吹送密度流の流動・混合特性

Flow and Mixing Properties in Wind-Induced Density Currents

道奥康治**・辻本剛三**・宮本仁志***

By Kohji MICHIOKU, Gouzou TSUJIMOTO
and Hitoshi MIYAMOTO

Two-types of wind-induced density currents are analytically examined by using a turbulence model. Discussed here are two-dimensional two-layer stratification systems; they are (1) a completely closed system in which both ends are bounded by fixed walls such as lakes and reservoirs and (2) an open system with no fixed boundaries like oceans. Flow and mixing regimes are related to the dimensionless governing parameters which are scaled in terms of the wind shear friction velocity, the horizontal and vertical dimensions of the water body and the buoyancy anomaly of the thermocline interface.

Keywords: stress-driven density currents, mixing, turbulence,

1. はしがき

密度成層化した水域の水表面に風応力が作用すると、水域の境界条件・密度成層度・吹送時間などに応じて様相を異にする吹送流・鉛直混合現象が発生する。ここでは、(1)湖沼・貯水池のように固定境界によって囲まれた完全閉鎖水域、および(2)外洋のように水平方向には固定境界をもたずに開放されている水域、の2種類の密度成層場を対象として、吹送流と鉛直混合現象の発生・発達過程に関する解析的検討を行う。風応力の摩擦速度 u_* 、水深と水域長の代表量 h, L 、密度成層の安定度を代表する相対浮力差 $\alpha \Delta Tg$ 、によって基礎方程式と $k-\epsilon$ 乱流モデル方程式を規準化すると、

リチャードソン数 $Ri_* = \alpha \Delta Tgh / u_*^2$ 、レイノルズ数 $Re_* = u_* h / \nu$ 、(水域長/水深)のアスペクト比 L/h

が支配パラメーターとなる。上記二種類の吹送密度流に対して平均流・乱流構造・水質混合現象の経時変化過程を再現し、支配パラメーターと動力学的特性との関連性を明らかにする。

* 正会員 工博 神戸大学助教授 工学部建設学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

** 正会員 工博 神戸市立高専助教授 土木工学科
(〒651-21 神戸市西区学園東町8-3)

*** 学生会員 神戸大学大学院工学研究科土木工学専攻
(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

2. 対象とする密度成層場

図-1のような二種類の二次元密度成層場を対象とする。初期段階においては二層系である。水温成層を想定し、初期の上層水温を T_u 、下層水温を T_l ($T_u \geq T_l$) とする。図-1(a)は湖沼・貯水池のように閉鎖された密度場における吹送密度流である。図-1(b)は下層水が閉鎖され、上層水が表面せん断力によって駆動される吹送密度流である。後者は、下層が上層に比べて非常に深く下層水がほとんど流動しない海洋混合層での状況にほぼ対応し、中野・鶴谷⁷⁾(1986)が実験的に検討している。固定境界および水表面境界においては、熱交換がなく断熱されている。流動・混合の起動力である運動量フラックスは、摩擦速度 u_* (一定) を介して水表面より供給される。

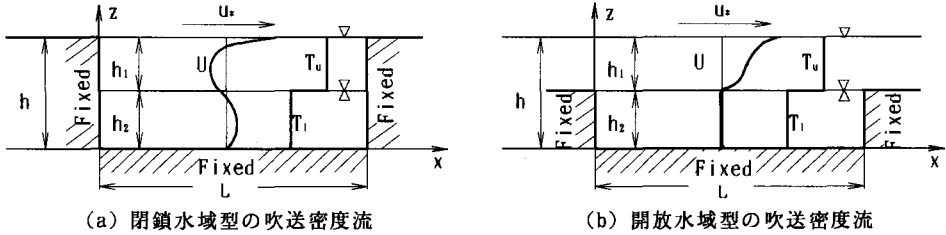


図-1 対象とする二つの吹送密度流の模式図。

このような系における密度流現象を支配する関連物理量は、 u_* 、 T_u 、 T_l 、水深 h 、水域長 L 、上層水深 h_1 、下層水深 h_2 、熱膨張係数 α 、重力加速度 g 、動粘性係数 ν 、熱拡散係数 κ_T 、である。

3. 数値シミュレーション

3.1 基礎方程式と代表物理量

基礎方程式は質量保存式、運動方程式、熱（浮力）保存式であり、これらを差分近似し数値解析を行う。乱流項を完結するために、 $k-\varepsilon$ 二方程式モデルを採用し、さらに壁面せん断層での乱流項に関する修正を施す（後述）。基礎方程式と乱流方程式を規準化するために、代表スケールを以下のように設定する。

a) 長さ: $L_0=h$, b) 速度: $U_0=u_*$, c) 温度: $T_0=T_u-T_l=\Delta T$, d) 時間: $t_0=L_0/U_0=h/u_*$

以上の物理量を用いて、次のように無次元物理量（ $\sim$ を冠した量）を定義する。

$$\tilde{t}=t/t_0, (\tilde{x}, \tilde{z})=(x, z)/L_0, (\tilde{U}, \tilde{W})=(U, W)/U_0, \tilde{k}=k/U_0^2, \tilde{\varepsilon}=\varepsilon L_0/U_0^3, \tilde{T}=(T-T_l)/T_0$$

3.2 モデル方程式と無次元パラメーター

上記の各種代表量を用いて、方程式系を無次元化し二次元場へ適用すると、次のようになる。

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} = 0 \quad (\text{質量保存式}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{U} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} - \tilde{W} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{z}} - \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_*} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} \right\} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_*} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{z}} \right\} \quad (\tilde{x} \text{-方向運動方程式}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{U} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{x}} - \tilde{W} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} - \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_*} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{x}} \right\} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_*} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} \right\} + R_i \cdot \tilde{T} \quad (\tilde{z} \text{-方向運動方程式}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{U} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} - \tilde{W} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_* Pr} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right\} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_* Pr} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \right\} \quad (\text{平均水温の保存式}) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial \tilde{t}} = & -\tilde{U} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial \tilde{x}} - \tilde{W} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_*} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial \tilde{x}} \right\} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left\{ \left(\frac{1}{Re_*} + \tilde{\nu}_t \right) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial \tilde{z}} \right\} \\ & + 2\tilde{\nu}_t \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right\} + \tilde{\nu}_t \left(\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 - R_i \cdot \frac{\tilde{\nu}_t}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} - \tilde{\varepsilon} \quad (\text{乱流エネルギーの方程式}) \quad (5) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{U} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \tilde{x}} - \tilde{W} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left\{ \left(\frac{1}{R_{e*}} + \frac{\tilde{\nu}_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \tilde{x}} \right\} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left\{ \left(\frac{1}{R_{e*}} + \frac{\tilde{\nu}_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \tilde{z}} \right\} + c_{1\varepsilon} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} (P+G) (1+c_{2\varepsilon} R_f) - c_{2\varepsilon} \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{\tilde{k}}$$

ここで、(乱流エネルギー逸散率の方程式) (6)

($\tilde{U}, \tilde{W}$) : 各々($\tilde{x}, \tilde{z}$)方向の平均速度成分, $\tilde{P}$: 平均圧力, $P_r = \mu_{eff}/\lambda = \nu/\kappa_t \approx 7.0$: Prandtl数,
 $\tilde{T}$: 平均水温, $\tilde{k}$: 乱流運動エネルギー(TKE), $\tilde{\varepsilon}$: 乱流エネルギー逸散率,
 $\tilde{\nu}_t = c_\mu \tilde{k}^2 / \tilde{\varepsilon}$: 渦動粘性係数, $\sigma_\varepsilon = 1.0$: 乱流Prandtl数, $R_f = -G/(P+G)$: Flux-type Richardson数,
 $(C_{\mu}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}) = (0.09, 1.0, 1.3, 1.44, 1.92, 1.0)$: モデル定数,
 $R_{e*} = U_0 L_0 / \nu = u_* h / \nu$: Reynolds数, $R_i = agT_0 L_0 / U_0^2 = ag\Delta Th / u_*^2$: Overall Richardson数, である.

以上, 基礎方程式の規準化によって, 二つの独立な無次元支配パラメーター, R_{e*}, R_i , が見い出された. さらに後述の初期条件・境界条件に関連して, 上層水深 h_1 の全水深 h に対する比 $\eta = h_1/h (0 \leq \eta < 1)$, 水域のアスペクト比(L/h), が加わり, 合計4つのパラメーター($R_{e*}, R_i, \eta, L/h$)が現象を支配することになる.

3.3 境界条件・初期条件および壁面近傍の取り扱い

水表面は, 一定の摩擦応力 τ_s が作用するMoving Screenとして取り扱い, 水表面流速 $\tilde{U}_s$ はせん断力の連続条件より求められる. 圧力に関してはRigid Lidを仮定する. 表-1および図-2に各境界での条件を示す.

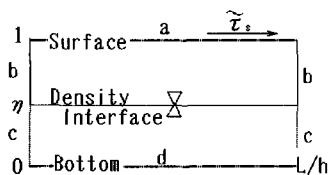


図-2 境界条件の分類

- (a: $0 < \tilde{x} < L/h, \tilde{z} = 1$,
b: $\tilde{x} = 0, L/h, h_2/h \leq \tilde{z} < 1$,
c: $\tilde{x} = 0, L/h, 0 < \tilde{z} \leq h_2/h$,
d: $0 \leq \tilde{x} \leq L/h, \tilde{z} = 0$)

初期条件として, 流速に関して

は, $\tilde{U}, \tilde{W} = 0$, 温度に関しては, 上層

で $\tilde{T} = 1$, 下層で $\tilde{T} = 0$, $\tilde{k}, \tilde{\varepsilon}$ については, 適当に小さな値を与えた.

$k-\varepsilon$ モデルは高レイノルズ数モデルのため, 粘性の影響のある壁面・水表面近傍には適用できない. 特に, ここで対象とするような吹送流に対しては, 大きなせん断力が負荷される水表面での乱流量が適切に与えられず, 標準型モデルをそのまま用いると計算に破綻をきたす. 実際, 本研究初期の段階において, 平均量 $\tilde{U}, \tilde{W}, \tilde{T}$ については壁法則, 乱流量 $\tilde{k}, \tilde{\varepsilon}$ についてはRodi¹⁾(1984)によって示された

$$k/u_*^2 = 1/\sqrt{c_\mu}, \quad \varepsilon/u_*^3/\kappa y \quad (30 < y^+ < 100)$$

$$\text{ここで, } y^+ = u_* y / \nu \quad (7)$$

なる条件を用いたが, 乱れが微小な壁面極近傍の $y^+ < 30$ での流れがうまく再現できず, 合理的な計算結果を得ることができなかった. そこで, $y^+ < 30$ の領域の $\tilde{k}, \tilde{\varepsilon}$ に対しては, Patelら²⁾(1985)によって示されている実験的関数形を導入することにより壁面近傍における乱れを表現することにした.

表-1 二つの吹送密度流に対する境界条件の一覧,
(I)閉鎖水域型吹送密度流, (II)開放水域型吹送密度流

	a	b	c	d
$\tilde{U}$	$\partial \tilde{U} / \partial \tilde{z} = \tilde{\tau}_s / (R_{e*} \nu)$	0	0	0
$\tilde{W}$	0	0	0	0
$\tilde{T}$	$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} = 0$	$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{x} = 0$	$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{x} = 0$	$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} = 0$
$\tilde{k}$	0	0	0	0
$\tilde{\varepsilon}$	$2R_{e*}^{-1} (\partial \tilde{k}^{1/2} / \partial \tilde{z})^2$	$2R_{e*}^{-1} (\partial \tilde{k}^{1/2} / \partial \tilde{z})^2$	$2R_{e*}^{-1} (\partial \tilde{k}^{1/2} / \partial \tilde{x})^2$	$2R_{e*}^{-1} (\partial \tilde{k}^{1/2} / \partial \tilde{z})^2$
$\tilde{U}$	$\partial \tilde{U} / \partial \tilde{z} = \tilde{\tau}_s / (R_{e*} \nu)$	$\partial \tilde{U} / \partial \tilde{x} = 0$	0	0
$\tilde{W}$	0	0	0	0
$\tilde{T}$	$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} = 0$	$\partial^2 \tilde{T} / \partial \tilde{x}^2 = 0$	$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{x} = 0$	$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} = 0$
$\tilde{k}$	0	$\partial^2 \tilde{k} / \partial \tilde{x}^2 = 0$	0	0
$\tilde{\varepsilon}$	$2R_{e*}^{-1} (\partial \tilde{k}^{1/2} / \partial \tilde{z})^2$	$\partial^2 \tilde{\varepsilon} / \partial \tilde{x}^2 = 0$	$2R_{e*}^{-1} (\partial \tilde{k}^{1/2} / \partial \tilde{x})^2$	$2R_{e*}^{-1} (\partial \tilde{k}^{1/2} / \partial \tilde{z})^2$

ここで, $\tilde{\tau}_s = \tau_s / \rho u_*^2 = 1$ は無次元水面せん断力である.

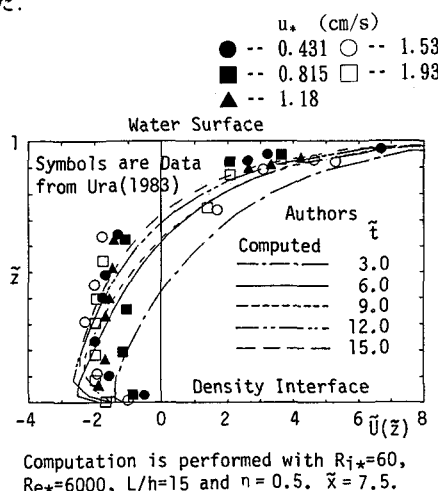


図-3 閉鎖水域型吹送流における水平流速 $\tilde{U}$ の鉛直分布 (浦⁴⁾の実験値との比較)

3.4 数値計算法

Patankarらの手法を用いた既成の層流解析用コード“SIMPLE”アルゴリズム，“SUNSET”⁸²⁾に $k-\varepsilon$ モデルを組み込むことによって数値シミュレーションを行った。

4. 解析結果と考察

4.1 閉鎖水域型吹送密度流（図-1(a)のType）の流動特性

閉鎖水域型の $\tilde{x}$ 方向流速 $\tilde{u}$ の鉛直分布を，浦⁴²⁾(1983)の実験値とともに図-3に示す(上層内のみ)。風応力により水表面で大きな水面流速が誘起される。また，密度界面の存在によって，上層内で逆流部が生じ鉛直循環流が形成されている。時間の経過と共に流れが発達し，実験値と良好な一致を示す。

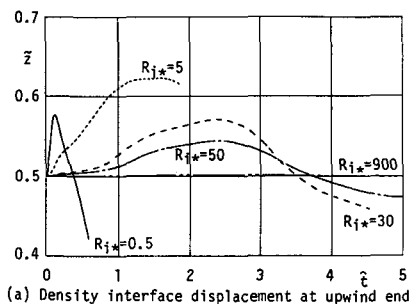
図-4に閉鎖水域型吹送流の両端における密度界面位置の時系列を示す。ここでは，基本モード内部セイシュの1/4周期 $T_1/4=L/2\sqrt{g h_1 h_2/(h_1+h_2)}$ で無次元化を施した無次元時間 $\hat{t}=4t/T_1=\tilde{t} R_{i*}^{-1/2}(h/L)$ を新たな時間軸として採用した。二層系の内部長波理論に基くと， $\hat{t}=1$ で密度界面のセットアップが完了する。計算値は定性的には現象を再現しているが，セットアップは $\hat{t}>1$ まで継続しており，二層系の理論よりゆっくりした現象となっている。実際の現象でも，時間とともに鉛直混合によって密度界面での浮力復元力が減少するため，固有周期が増加し二層系より緩慢な内部運動になるものと予想される。

4.2 閉鎖型吹送密度流における流動・鉛直混合形態の分類

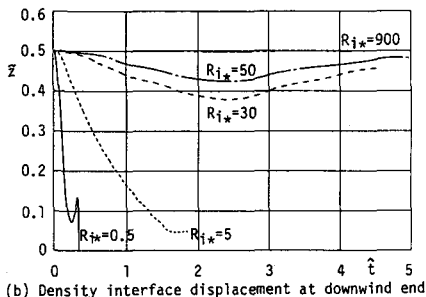
Spigel・Imberger⁶²⁾(1980)は密度成層度と時間をパラメーターとして閉鎖成層水域における流動特性・混合形態に関する模式的分類図を示した。中辻ら⁶³⁾(1991)も水理実験を行い，Spigelらの考察が妥当であることを確認しているが，これらはいずれも定性的かつ概念的な記述にとどまっている。ここでは，形態分類を図-5のように定量的に表示する。同図は，密度成層度として R_{i*} を，時間として無次元時間 $\tilde{t}$ をとり， $(R_{i*}, \tilde{t})$ 平面上での流動・混合形態の変遷に関する解析結果をあらわす($L/h=30$ の場合)。個々の図の中の矢印は平均流速ベクトル，細線は等密度線である。同図によって密度成層度 R_{i*} にともなう混合・流動形態の時間発展特性の差異が明快に表現されている。ところで，定常二層系を仮定した場合，底層水の湧昇限界は，Wedderburn数 W によっておおそ $W=R_{i*}*(h/L)\approx 1$ であるとされている。本解析の最終段階($\tilde{t}=24.8$)においても， $W<1$ のケースでは底層水が湧昇し， $W>1$ のケースでは湧昇が見られないことが同図より確認される。しかし，実際の現象は非定常でありしかも鉛直混合を生じている。底層水の湧昇現象に関してはより厳密な議論を展開し，湧昇限界条件を評価する必要があるだろう。

4.3 開放水域型吹送密度流（図-1(b)のタイプ）の流動特性

図-6, 7は開放水域型吹送密度流における流速ベクトル・等密度線図と水域中央断面上層部での $\tilde{x}$ 方向流速 $\tilde{u}$ の鉛直分布を示す。ここでの計算は，実験との比較検証を行うために中野・鶴谷⁷³⁾(1986)と同じ水理条件のもとで行われた。水表面および密度境界面の二ヶ所でせん断層が発達するなど，流速の分布形状は定性的によく再現されているが，本解析で得られた流速は彼らの実験値よりかなり小さい値をとる。Frankeら⁸¹⁾(1986)のように水面流速を既知量として与えれば，本解析においても実験値と適合する結果を得ることは容易である。しかし，工学的に要請されるのは風の応力から流れを予測することであり，本研究では水表面せ



(a) Density interface displacement at upwind end



(b) Density interface displacement at downwind end

図-4 密度界面位置の時系列（上下層の平均密度に相当する位置を密度界面としている）(a) 風上側，(b) 風下側

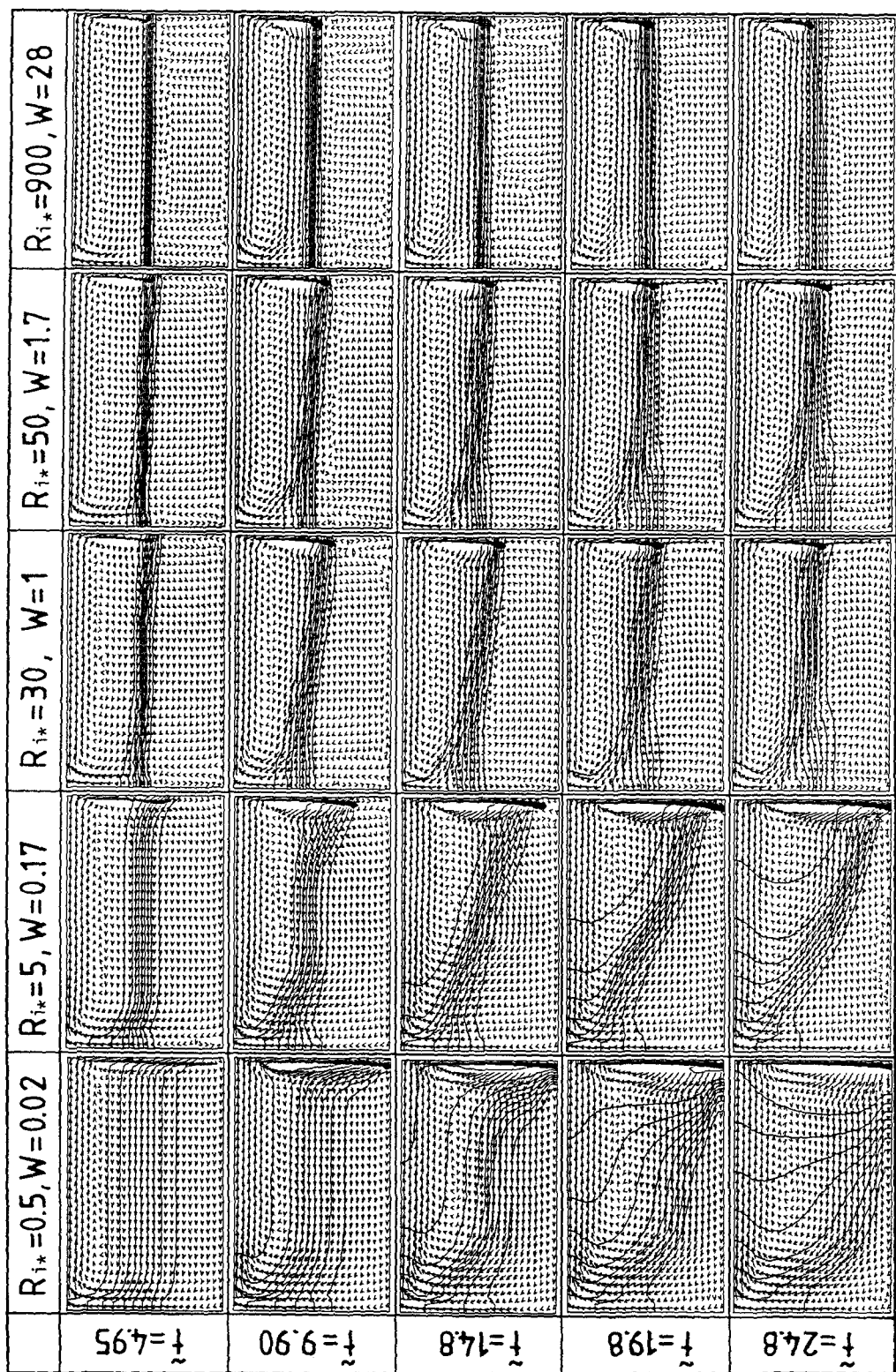


図-5 閉鎖水域型吹送密度流における流動と混合の形態分類図。外枠の横軸は密度成層度をあらわすOverall Richardson数, R_{i*} , とWedderburn数, $W=R_{i*}*(h/L)$, 外枠の縦軸は無次元時間 $\tilde{t}$ 。各図の横軸・縦軸は各々, 無次元座標, $\tilde{x}=x/h$ ($0 \leq \tilde{x} \leq L/h$), $\tilde{z}=z/h$ ($0 \leq \tilde{z} \leq 1$), 矢印群は平均流速ベクトル, 細線群は等密度線。 $L/h=30$ 。

ん断力 τ_s をあえて境界条件として与えている。実験値と一致しないことから、水面極近傍の表皮層における乱れが本解析では正確に記述されていない可能性がある。

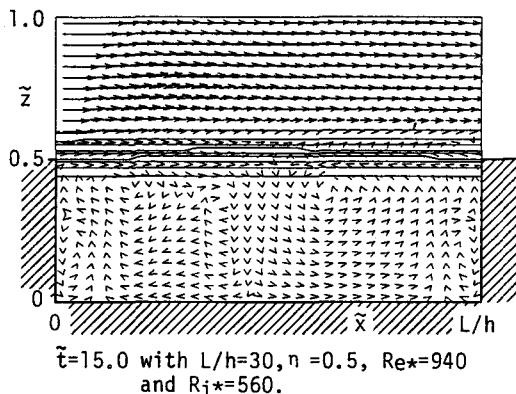


図-6 開放水域型の吹送密度流における流速ベクトル・等密度線図の一例
($Ri^*=560.0$, $\tilde{t}=15.0$, $L/h=30.0$)

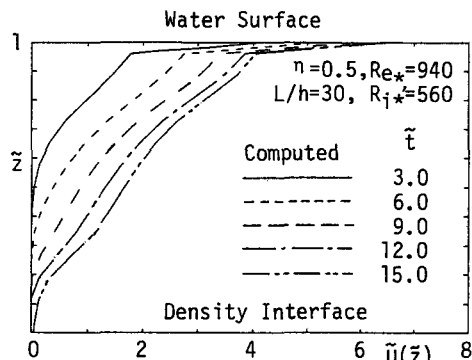


図-7 水路中央断面における水平流速 $\tilde{U}$ の時間発展 ($\tilde{x}=15.0$)

5. あとがき

二種類の吹送密度流現象を $k-\varepsilon$ モデルによって解析した。閉鎖水域型吹送密度流の平均流速・密度分布は、ほぼ良好に再現されている。しかし開放水域型吹送流の解析より、水面表皮層での乱れの取扱いについて検討の余地があることがわかった。さらに、吹送密度流に関連する水工学的諸問題を解決するためには、平均場のみならず鉛直混合量・乱流輸送量などを正確に記述しなければならない。その際、密度成層効果による乱流の非等方性を記述できるような、より高いバージョンの乱流完結モデル⁹⁾を用いて現象を再現する必要がある。

本研究は、平成4年度文部省科学研究費試験研究B(1)(代表者：神戸大学 神田徹)の援助のもとに行われた。データ整理に際しては、神戸大学工学部不二秀人君の協力を得た。以上記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Rodi, W.: Turbulence models and their application in hydraulics - A state of the art review, Book publication of International Association for Hydraulic Research, 2nd Ed., 1984.
- 2) Patel, V.C., Rodi, W. and Scheuerer, G.: Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows: A review, AIAA J., Vol. 23, No. 9, pp. 1308-1319, 1985.
- 3) Franke, M.A., Leschziner, M.A. and Rodi, W.: Time-dependent simulation of wind-shear-driven flow in stratified water bodies, Proc. Intl. Sympo. on Buoyant Flows, pp. 394-407, 1986.
- 4) 浦勝：風のせん断力による密度界面の変動と連行速度，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 561-565, 1983.
- 5) Spigel, R.H. and Imberger, J.: The classification of mixed-layer dynamics in lakes of small to medium size, J. Physical Oceanography, Vol. 10, pp. 1104-1121, 1980.
- 6) 中辻啓二・長坂誠司・村岡浩爾：東京湾の青潮の発生機構に関する基礎実験，水工学論文集，第35巻，pp. 603-608, 1991.
- 7) 中野晋・鶴谷広一：二成層海域での吹送流の乱流特性と界面での混合について，第30回水理講演会論文集，pp. 691-696, 1986.
- 8) 香月正司・中山顕：熱流動の数値シミュレーション，森北出版，1990.
- 9) Mellor, J. and Yamada, T.: A hierarchy of turbulence closure model for planetary boundary layer, J. Atmos. Sci., Vol. 31, pp. 1791-1806, 1974.