

閉鎖性成層水域における吹送密度流に関する実験

Experimental Study on Wind-Driven Stratified Flow in Enclosed Water Body

尹 鍾星*・中辻啓二**・村岡浩爾***

By Jong Seong YOON, Keiji NAKATSUJI and Kohji MURAOKA

Two-dimensional experiments have been performed to clarify the interface movement and mixing phenomena in a two-layered stratified flow system exposed to wind stresses at the surface. The mixed-layer dynamics in the enclosed water body can be classified according to Wedderburn number, represented by the product of the aspect ratio and Richardson number. It is observed that the upwelling phenomena of density interface occur only in the range of Wedderburn number smaller than 4.0. In the case of an inclined bottom, the upwelling at the windward side becomes smaller compared with the flat bottom cases.

keywords: stratified flow, mixed-layer, Wedderburn number

1. 諸 言

自然湖沼など閉鎖性の強い水域で観られる流れは主に風による吹送流である。成層状態の閉鎖性水域に風が吹くと、上層水の吹き寄せと下層水の湧昇、水平循環流の形成、上下層水の混合による密度界面の変動および一様化などの様々な現象が起こる。また、成層度が強くなる夏期にはプランクトンの枯死や河川等を通じて流入する有機浮泥の水底への沈降、堆積による腐敗、分解により底層に低（無）酸素水塊を形成する。この貧酸素あるいは無酸素水塊は、底生生物に直接な被害を及ぼすばかりではなく、風などの外力によって湧昇して様々な水質問題を引き起こす。それによって生物の大量への死ひいては水域の自然浄化機能を喪失される恐れがあることが知られている。

中辻ら¹⁾はこの貧（無）酸素水塊の風外力による湧昇に着目して、風洞付き水槽を用いて二成層密度場を作り、その水表面に風を吹かせたときの密度界面の挙動と混合特性に関する可視化実験を行った。その結果、下層の高密度流（現場では貧酸素水塊あるいは無酸素水塊）の湧昇現象が、Spigel・Imberger²⁾の提案しているリチャードソン数とアスペクト比との関係に基づいた流動形態分類のレジームBあるいはレジームCに対応することを示した。

* 学生員 工修 大阪大学大学院生 工学研究科土木工学専攻（〒565 吹田市山田丘 2-1）

** 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

しかしながら、中辻らの議論は可視観測に基づく定性的な考察の段階に留まっており、風外力による界面の運動と混合の間の水理学的な関係についてまだ不明瞭な点が残っていると考えられる。

そこで、本研究ではリチャードソン数とアスペクト比を単一のパラメータとして表現した Wedderburn数³⁾に基づいて、傾斜面のない場合および傾斜面を設けた場合の湖底地形に対して、二成層状態の水面に風を作用させる吹送密度流の水理実験を行い、吹送密度流の成層度の差異によって生じる内部流動および界面の運動特性の解明を試みる。

2. 既往の研究の考察および本研究の方針

成層化された湖に風応力が作用すれば、水表面の傾きによる圧力勾配を償うために密度境界面の運動が生じる。界面の運動に関する最も簡単なモデルとしては、躍層の厚さを無視した二層モデルが挙げられる。

Wedderburn⁴⁾は、界面の振動周期が Stokesの内部波の位相速度より求めた結果と極めて似ていることから、二層モデルを用いて湖の中心に一つの節をもつ重力波あるいは静振の最低モードの周期を次式で表した。

$$T_i = \frac{2L}{\sqrt{\frac{\Delta \rho g h_1 h_2}{\rho H}}} \quad (1)$$

ここで、 h_1 : 上層水深、 h_2 : 下層水深、 H : 全水深、 g : 重力加速度、 $\Delta \rho$: 上下層の密度差、 L : 湖の長さである。村岡ら⁵⁾は中禅寺湖の内部波の実測から、風の吹き寄せによる界面の応答が定常状態に到達するまでに要する時間、すなわち界面のセットアップに要する時間は $T_i/4$ で評価されることを確認している。

また、Imberger・Hamblin⁶⁾は二成層湖の風応力に対する応答特性を調べるために、次のような無次元パラメータを導入した。

$$We = Ri \frac{2h_1}{L} \quad (2)$$

ここで、 We : Wedderburn数、 $Ri (= \Delta \rho g h_1 / \rho u_*^2)$: リチャードソン数である。また、Thompson・Imberger⁷⁾は二次元数値モデルを行い、風応力に対する界面の挙動の応答特性を Wedderburn数を用いて表し、界面が風上側の水表面に達する限界値は $We = 3 \sim 4$ であることを示した。したがって、Wedderburn数が限界値に近づくと、界面が風上側に湧昇し、フロント部での混合が激しくなることから、上述の二層モデルの取扱いにはもはや意味のないものとなる。これは、Wedderburn数がある限界値になると、界面でのせん断不安定が混合層の低下に重要な役割を果たし、二層モデルが適合しないことを示す。

以上のことから、成層場における風応力の応答特性を調べるときには、界面の運動に加えて、界面の挙動と混合との間の相互関係を考えることが必要であると考えられる。

Spigel・Imberger⁸⁾は成層化した湖において風外力に呼応する混合層の流動形態の分類を行うときに、Price et.al⁷⁾の連行概念と類似な2つの連行メカニズムを提案している。一つは、風と水の間の圧力変動の釣り合い、吹送流におけるせん断、また表面冷却から生じる対流不安定などが水表面あるいは水表面近傍で乱流運動エネルギーを発生させ、この乱れが躍層まで輸送されて連行を引き起こす Stirring Mechanism (以下ではS Tタイプと称することにする) である。もう一つは、混合層の内部で生じるスケールの大きい平均流のせん断と密度境界面でのReynolds応力との相互作用によって連行が生じる Shear Mechanism (以下ではSタイプ) と呼ばれる。Imberger・Hamblin⁶⁾は $We > 1$ の場合に、混合層の低下は前者により生じ、連行則 $Ue/U_* \sim Ri^{-1}$ であることを示した。また、 $We \leq 1$ の場合には、せん断が $T_i/4$ 時間以内に十分に発達し、後者により混合層の低下が生じることを示した。 $t > T_i/4$ においては S Tタイプより連行が生じることを示した。Sタイプによる連行速度はS Tタイプのそれに比べて大きいので、 $We \leq 1$ の場合の連行則は $Ue/U_* \sim Ri^{-1/2}$ で表される。

道奥⁸⁾は吹送流による鉛直混合過程において二つの連行機構が共存しており、図-1で示しているように、対象とする現象の時間スケールに応じて各々の重要度が変化することを示している。

表-1は連行機構に関する代表的な実験結果を整理したものである。表に示されているように、Wu⁹⁾およびKranenburg¹⁰⁾の実験は $We \gg 1$ であり、 Ri^{-1} の連行則を得ている。また、Kranenburgの他の実験¹¹⁾は $We < 1.0$ であることから、前述したとおり、Sタイプによる連行が卓越し、 $Ri^{-1/2}$ の連行則を得ていることが分かる。さて、浦ら¹²⁾の連行則は、界面の変動が乱れおよび吹送流とその下部に形成される逆流域の大きな速度勾配に起因する組織渦により生じることに着目していることから、他の連行則とは異なって逆流速度を用いた連行則を示している。一方、Kit et.al¹³⁾による連行則がWuおよびKranenburgのそれと異なるのが興味深い。Kit et.alの実験はWedderburn数が1.0~3.0の範囲であることから、密度界面の湧昇による二次元的な混合機構の影響に起因したものであると考えられる。

石川ら¹⁴⁾は霞ヶ浦での実測データを用いて考察を行い、風による日成層の混合がSタイプ（彼らはDIM型連行と呼んでいる）によることを示した。しかし、霞ヶ浦では相対密度差が小さく、水域のアスペクト比が小さいため $We \ll 1.0$ なり、また式(1)で与えられる Ti がきわめて大きくなり、結果的に $t \ll Ti$ となる。実際、彼らが観測したのは短時間に終了する鉛直混合現象、すなわちSタイプによる連行過程が卓越する状況であった。

以上のことから、成層した閉鎖性水域における風応力に対する界面の運動および混合機構はWedderburn数との関係により評価できると判断される。そこで、本研究では二成層状態の吹送成層流の水力実験を行い、内部流動および界面の運動特性に関してWedderburn数に基づいて考察を行うことにする。

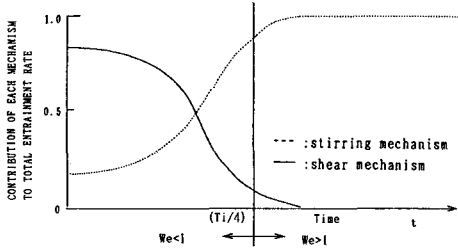


図-1 吹送時間とともに各連行機構の全連行量への貢献度の変化⁸⁾

表-1 実験的研究による連行則

	連行則	Wedderburn 数
Wu(1973)	$0.23 Ri^{-1}$	5.9~40.3
Kit et.al(1980)	$1.3 Ri^{-1/2}$	1.0~3.0
浦ら(1984)	$0.05 Ri^{-1/2}$	4.6~23.1
Kranenburg(1984)	$(0.6 \pm 0.1) Ri^{-1/4}$	0.14~0.92
Kranenburg(1985)	$\propto Ri^{-1}$	1.5~32.9

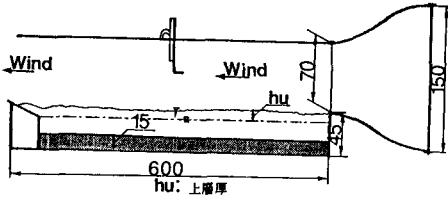


図-2 実験装置

3. 水力実験概要

3. 1 実験装置および実験条件

実験装置は図-2に示す送風付き風洞ならびに長さ600cm、高さ45cm、幅15cmの透明アクリル樹脂製の観測用水路により構成されている。観測用水路に塩水と水道水を用いて初期密度差 $\Delta\rho$ (kg/m³)、上層厚さ h_1 (cm)の二成層密度場を作り、その水面に風を吹かせたときに、①斜面がない場合と、②斜面を設けた場合の二つのケースについて密度界面の挙動や混合

表-2 実験条件

	u , (m/s)	h_1 , (m)	$\Delta\rho$ (kg/m ³)	Ri_*	$L/2h_1$	We
Run 1	6.5×10^{-3}	0.1	38.0	1090	27.5	39.6
Run 2	6.5×10^{-3}	0.1	12.0	360	27.5	13.1
Run 3	6.5×10^{-3}	0.1	7.0	160	27.5	5.8
Run 4	6.5×10^{-3}	0.1	4.0	93	27.5	3.4
Run 5	6.5×10^{-3}	0.1	1.0	23	27.5	0.8

特性を可視化観測した。下層水はメチレンブルーで着色し、風上側から0cm、300cm、550cmの三点において目視観測するとともに、写真撮影、ビデオ解析も同時に行った。なお、界面の変動および混合の素過程を定量的に検討するために流速や密度分布を計測した。本研究で行った実験条件を表-2に示す。

3. 2 実験結果

(a) 斜面がない場合

送風中と送風を停止した後の各測点における界面位置の時間変動および定常状態に達した後の流速分布を図-3～図-7に示す。

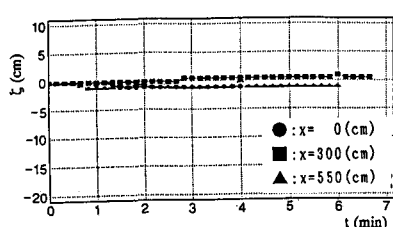
図中のシンボルは●、■、▲はそれぞれ風上端($X=0$ cm)、水路中央($X=300$ cm)、風下端($X=550$ cm)において観測された界面の鉛直方向位置を示す。図の縦軸は初期界面からの相対的な高さであり、横軸は送風開始ならびに停止からの経過時間を示す。また、密度界面の変動周期の観測値と内部静振周期の関係式(1)を用いた計算値との比較を表-3に示す。

図-3は最も成層度の強い例であり、送風開始とともに分子拡散によって形成された密度界面近くの間層が上層に形成される循環流によって下流側から上流側に移動しながら、疑似定常状態に達する。この場合は、界面の振動も混合もほとんどなく、全体的にみて密度界面は鋭く鮮明である。送風を停止すると風による吹き寄せ効果から解放された中間層が下流側に向かって移動し、それにともない界面は内部静振的な挙動を示す。その周期は約70秒で、振幅は最大3cm程度であった。

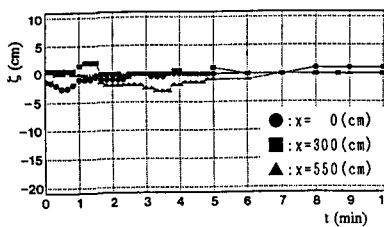
$We=13.1$ の場合(図-4)は、図-3の場合に比べて混合および界面の変動がやや大きい、定性的には類似している。送風開始時に上流側で最大1cm、下流側で最大4cmの密度界面の振動が観測された。送風開始6分後には疑似定常状態になり、中間層と上層との密度境界面の勾配は約1/60、下流側の密度界面

表-3 密度界面変動の計算値と観測値の比較

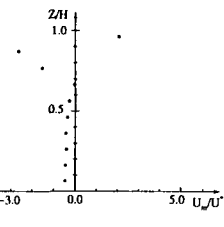
	Calculated				Observed		
	Ri.	We	Ti(sec)		内部静振周期(sec)		Damping Time (sec)
			first mode	Third mode	送風中	送風停止後	
Run 1	1090	39.6	70	23		70	360
Run 2	360	13.1	124	41		120	600
Run 3	160	5.8	509	170	170	170	720
Run 4	93	3.4	674	225		240	600
Run 5	23	0.8	1346	449			1290



(a) 送風中

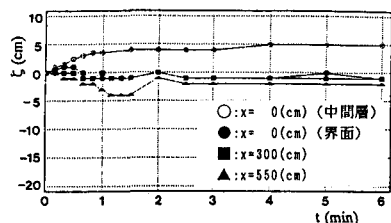


(b) 送風停止後

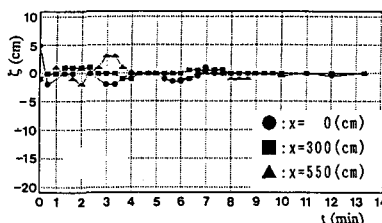


(c) 流速分布($x=300$ cm)

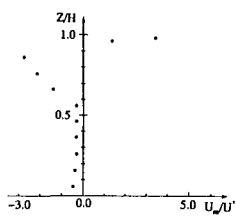
図-3 密度界面の経時変化 ($We = 39.6$)



(a) 送風中



(b) 送風停止後



(c) 流速分布($x=300$ cm)

図-4 密度界面の経時変化 ($We = 13.1$)

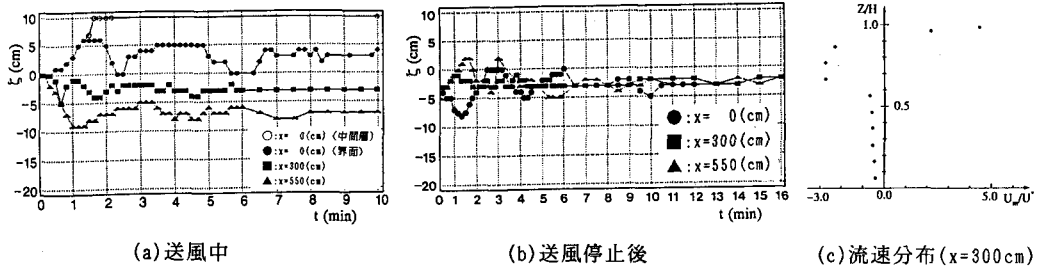


図-5 密度界面の経時変化 ($We = 5.8$)

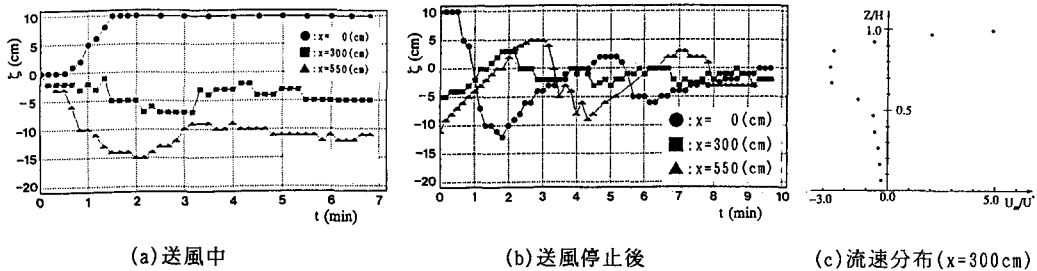


図-6 密度界面の経時変化 ($We = 3.4$)

の勾配は約 $1/300$ であった。 $x \leq 300 \text{ cm}$ において界面での内部波はほとんど観測されないが、界面のセットアップ後に中間層近傍で小規模の乱れ雲が間欠的に上層内に運ばれる現象が観測された。送風停止後に見られる界面振動も図-3の場合と類似したのであった。振動周期は約 120 秒であり、界面の振幅も次第に減衰し、送風停止後約 10 分で水槽内は安定した状態になった。

$We = 5.8$ の実験 (図-5) では、送風開始とともに、上流端の密度境界面は上昇し始め、約 80 秒後に最大値に達する。この間 $x \leq 300 \text{ cm}$ の上流側の密度境界面で内部波が発生し、その発達と砕波を通して混合が進む。上流側に運ばれた中間層は約 100 秒後に水表面に達し、さらに下流側へと拡がっていく。これは、風応力により中間層から上層水に連行されるものに対する圧力勾配の釣り合いを保つために、そのフロント部が下流側に前進する形になると考えられる。また、明瞭な内部静振が密度境界面で観察され、その周期は約 170 秒であった。流動は 9 分後に疑似定常状態に達し、中間層のフロント部は上流端から約 50 cm の位置で鉛直方向に切り立った形をして停止していた。密度境界面のセットアップ後、 $150 \leq x \leq 300$ の領域にわたって界面から上層へ運ばれる乱れの雲状のものがより頻繁に観測された。送風を停止すると、中間層は内部段波を形成しつつ、下流側へ急激に移動し、送風停止後約 190 秒に下流端に達して砕けた。その流動は弱まるが、密度境界面はその後も減衰しながら振動を続ける。その振動周期は約 170 秒であった。

$We = 3.4$ の場合の流動形態 (図-6) は、 $We = 13.1$ と 0.8 との中間型である。送風開始後、上流側の界面は急激に上昇し始め、約 90 秒後には水表面に到達する。その後、界面のフロント部が下流側へ前進しながら、界面の広い範囲にわたって、下層水が上層水に連行される。密度界面の勾配はかなり大きく、特に上流側の最大勾配は $1/20$ まで達した。フロント部は前進・後退運動を繰り返しながら、送風開始 6 分後には $x = 200 \text{ cm}$ の位置に存在し、鉛直方向に切り立った形状を呈しているのが観察された。送風停止 30 秒後から上流端の界面が急激に下降し、110 秒後に上昇に転じるまでの 80 秒間で 22 cm も変動している。初期界面の位置から 12 cm 下方まで下降した界面は、中間層が下流側に移動するにしたがって上昇を始める。その際、中間層は大きく乱れ、内部段波を形成しつつ下流側へ向かって進行し、送風停止後 150 sec 後には下流端に達した。内部段波の進行により中間層と密度界面は不安定になり、中間層厚さが 8 cm 前後まで増加した。

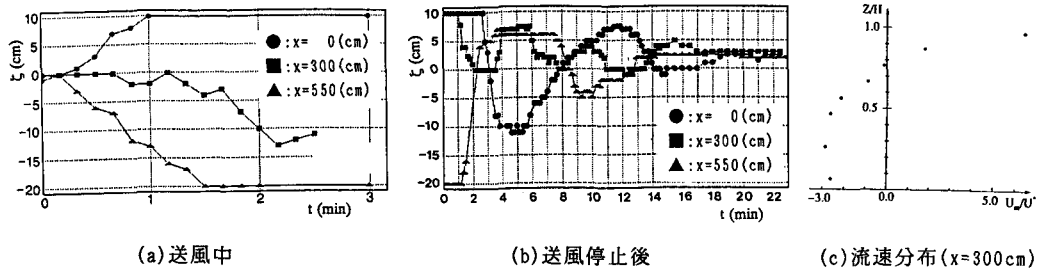


図-7 密度界面の経時変化 ($We = 0.8$)

密度境界面はその後減衰しながら、約 240 秒の周期で振動を続け、定常状態になかなか到達しない。最終的に密度境界面は初期界面位置より約 3cm 程度下方で安定したが、上層水は全体的に薄く着色されている。これは、内部段波の進行にともなう混合への寄与によるものであると考えられる。この場合は密度境界面が水面まで到達することから、Thompson & Imberger⁶⁾ の指摘のとおり、密度境界面が水面まで湧昇する限界範囲は $We \leq 4$ であることが認められる。

$We=0.8$ (図-7) の場合は、他の実験とは違って、送風開始と同時に密度境界面に K-H 不安定に起因する過剰や巻き込みが観察され、上下層の流体間で激しい混合が始まる。時間の経過とともに、密度境界面の勾配が急になり、約 1 分後には上流側の界面が水面に到達した。その際、密度境界面上には内部せん断力によって生じる大規模な内部波が観測され、その波長は約 1m であった。中間層と下層の流体の識別は難しい。また、同時に、下流端の界面も急速に降下し、約 90 秒後には底面に到達する。上流側から下流側へ運ばれた下層水は、180 秒後には上流端から 400cm 付近にまで達し、フロントの中央部が弓なり状の形状を呈する状態になった。その先端部の進行速度は約 1.7cm/s であった。

以上の実験から、密度境界面の挙動ならびに混合形態は Wedderburn 数を用いて次のように分類できる。

- $We > 10$ の密度境界面の運動は表-3 から分かるように 1 次モード運動にしたがうと判断できる。
- $We \leq 6$ の場合の送風中には、界面は明瞭な内部静振運動を示し、界面は 3 次モードの運動にしたがうと判断できる。送風停止後にも、同様に 3 次モードの運動にしたがうと判断できるが、内部段波の形成および進行が特徴的に見られた。
- $We \leq 4$ の場合は Thompson & Imberger⁶⁾ の二次元数値モデルの結果と同様に、密度境界面が水面まで湧昇する限界範囲であることが確認された。なお、密度境界面が水面まで湧昇すると、風のせん断力によって鉛直方向および縦断方向の密度変化が生じることから、 $We \leq 4$ の混合現象は振動格子の実験のように鉛直方向のみの 1 次元的な混合ではなく、混合現象が送風方向にも変化することが認められる。
- $We \leq 1$ の場合は、K-H 不安定によって上・下層の混合が生じ、最終的には界面はほとんどなくなり、密度分布が一様になる。そのことから、この場合は S T タイプによる連行への寄与はほとんどなく、S タイプによる連行が卓越していると判断できる。

(b) 斜面がある場合

実際の水域の地形性を考慮に入れる目的で水路上流側に勾配 1/7.5 の傾斜面を設置し、(a) の実験と同様の方法で実験を行った。測定内容は前述したものと同様である。

密度界面の経時変化と観測した混合現象の概要を図-8 (a)~(e) に示す。同図における上端は水面、右端および左端はそれぞれ風洞の吹送口 ($x=0\text{cm}$) と水路下流端 ($x=550\text{cm}$) を示す。また、密度境界面の位置を実線で、中間層と上層水の境界面を破線で、初期界面の位置を一点鎖線で表す。図中の右端の黒ぬり部分は傾斜面を表し、数字は送風開始後の時間を示す。

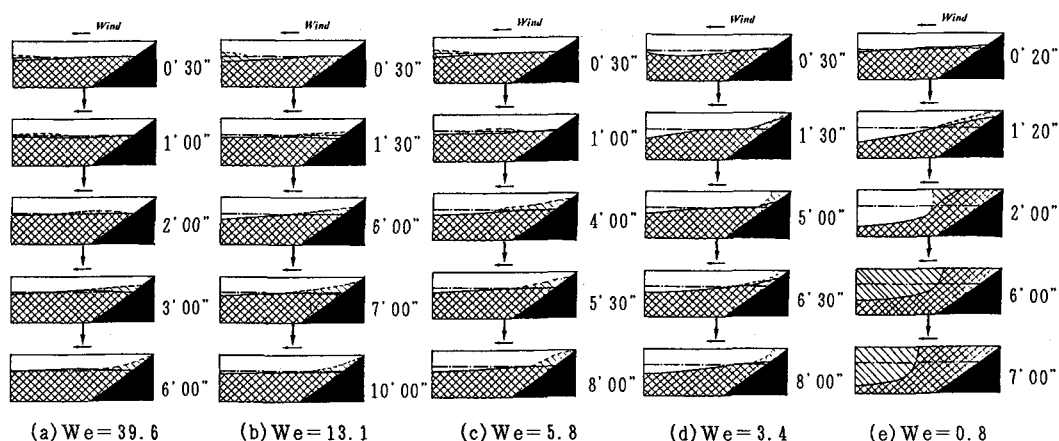


図-8 傾斜面を設けた場合の密度界面の経時変化と混合現象の概要

We=39.6の場合(図-8(a))は、送風開始直後に実験初期状態を設定する際に形成された薄い中間層の下流端で弱い混合が生じ、その流体塊が上層の鉛直循環流に乗って上流側へ運ばれる。その後、上層の循環流に引きずられる形で界面が細片状に上層に運ばれるが、水域全体では際立った混合は見受けられない。中間層はくさび型の形状を有し、最大勾配約 1/100でその形状を維持していた。約5分後に界面形状は疑似定常状態となり、その時の密度境界面は凸型の形状を呈していた。全体的な流動として傾斜面を設けていない場合とほぼ同様の傾向が見られた。

We=13.1(図-8(b))は、最大振幅の絶対値、中間層を含む密度境界面の勾配、時間的なスケールなどを除いては、その流動特性はRun 1とほぼ同様の傾向が認められた。上層と中間層との境界面の勾配は約 1/90であり、Run 1で得られた結果と比べ若干急になっている。しかしながら、中間層自体の容積に大きな差は見られなかった。

We=5.8(図-8(c))に、上流側の界面は送風とともに斜面を若干遡上するが、下流側に発生した中間層の流体塊が接近するのにもなって下降する。上流側に移動した流体塊は斜面に沿って徐々に上昇してくさび型の中間層を形成する。疑似定常状態において密度境界面は $x \leq 300\text{cm}$ では水平、それより下流側では約 1/80の勾配を有する形状を呈し、前の2つの実験の凸型の形状とは異なる。この実験では上流側において中間層と上層との境界面で渦や波が存在することが確認できた。しかし、斜面がない場合と違って、中間層は水表面まで到達しなく、中間層自体に際立った連行現象は見られない。全過程を通して流動特性は傾斜面のない場合のそれと比べて非常に異なるものであった。これは、前の2つの実験と同様に、風のせん断力との釣り合いを保つための界面のセットアップは上流端の傾斜面での摩擦力の影響によって減衰されるためであると考えられる。なお、上流側での密度境界面は底面粗度の影響によって上昇および混合が妨げられ、風のせん断力による密度境界面の変動が小さくなると思われる。

We=3.4(図-8(d))では、送風開始とともに界面上に大きなうねりが生じ、密度境界面の形状が水槽全体を通して凹型になる。その後、循環流の形成・発達にもなって界面は勾配を変化させ、上流側では斜面に沿って上昇し、下流側では下降する。斜面を遡上した下層水は水表面に到達し、上層水に連行されるものに対する圧力勾配のバランスを保つ形で下流側へ運ばれる。そのフロント部が5分後には約 80cmの位置に達する。しかし、その後上・下流端での界面はともにゆっくりと上下に変動を繰り返し、それに呼応してフロント部の位置も前進・後退を繰り返すのが観測された。これは、傾斜面のない実験においても観られたように内部静振に類似した現象である。

We=0.8(図-8(e))は、送風開始と同時に界面上にうねりが生じ、上流側の界面は斜面に沿うように

上昇し始め、下流側では下降し始める。上流側では界面上の内部波の発達・崩壊の過程を通して混合が生じ、傾斜面のない場合に観られるK-H不安定に原因する渦列や巻き込み現象は観測されなかった。送風開始後約1分には界面が水面まで到達し、上層流れの移流効果および圧力釣り合い効果により下流側へ前進する。上流側から下流側へと運ばれるフロント部は弓なり形状を有し、6分後には上流端から320cm、7分後には350cmの位置にあり、徐々に進行するがその速度は遅くなる。下流側の密度境界面は下降した1分後にはゆっくり上昇し始め、さらに6分後には再び下降する。傾斜面を設けない場合には、下流側の界面が底面に到達していたが、今回の実験ではそのようなことは観られなかった。

以上のことから、傾斜面を設けた場合は斜面のない場合と比べ界面の変動特性が若干異なる。傾斜面の存在によって風による表層水の吹き寄せ力が変化することから、密度境界面に作用する圧力勾配も変化する。また、上流側での界面上昇は底面粗度などの影響によって抑制され、界面自体の変動が傾斜面を設けない場合よりも全体的に小さくなったと考えられる。

4. 結論

吹送密度流の密度成層度の違いにより生じる内部流動および密度境界面の運動特性を把握することを目的として、傾斜面のない場合および傾斜面を設けた場合の両方に対して、可視化実験および水理諸量の測定を行った。得られた結果をWedderburn数に基づいてまとめると以下に示すとおりである。

(1) 水表面に作用する風のせん断力が一定の場合、閉鎖性の二成層場における吹送流による界面の変動および混合形態は、Wedderburn数によって分類が可能である。その分類が実内実験においても十分に適用可能なことが分かった。

(2) 密度境界面の水表面まで湧昇する限界範囲は $We \leq 4$ であることが確認できた。これは閉鎖性水域における下層の貧酸素あるいは無酸素水塊の湧昇する限界範囲を意味していると考えられる。

(3) 傾斜面を設けた場合は、上流側での界面上昇は底面粗度などの影響によって抑制され、傾斜面を設けない場合よりも密度境界面自体の変動が全体的に小さくなることが分かった。

謝辞：本研究の遂行に際して平成2・3年度文部省科学研究費補助金試験研究（研究代表者：神田徹神戸大学教授）の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 中辻啓二・長坂誠司・村岡浩爾：水工学論文集，vol.35，pp.603-608，1991.
- 2) Spigel, R. H. and Imberger, J.: J. Phys. Oceanogr., vol.10, pp.1104-1121, 1980.
- 3) Imberger, J. and Hamblin, P. F.: Annu. Rev. Fluid Dynam., vol.14, pp.153-187, 1982.
- 4) Wedderburn, E. M.: Tran. Roy. Soc. Edinburgh, vol.48, pp.629-695, 1912.
- 5) 村岡浩爾・平田健正：第27回水理講演会論文集，pp.179-184，1983.
- 6) Thomson, R. O. R. Y. and Imberger, J.: Proc. Int. Symp. Stratified Flows, 2nd, pp.562-570, 1980.
- 7) Price, J. F., Mooers, C. N. K. and Leer, J. C. V.: J. Phys. Oceanogr., vol.8, pp.582-599, 1978.
- 8) 道奥康治：Japanese J. Multi. Flow, vol.6, No.2, pp.132-148, 1992.
- 9) Wu, J.: J. Fluid Mech., vol.61, pp.276-287, 1973.
- 10) Kranenburg, C.: J. Hydraulic Eng., ASCE, vol.111, No.9, pp.1279-1297, 1985.
- 11) Kranenburg, C.: J. Fluid Mech., vol.145, pp.253-273, 1984.
- 12) 浦 勝：第30回海岸工学講演会論文集，pp.561-565，1983.
- 13) Kit, E., Berent, E. and Vajda, M.: J. Hydraulic Res., vol.18, pp.35-58, 1980.
- 14) 石川忠晴・田中昌宏：土木学会論文集，vol.417/II-13, pp.99-108, 1990.