

都市雨水流出系の排水能力に関する考察

Study on Drainage Capacity of Urban Storm Drainage System

守田 優*, 神田昌吾**

by Masaru MORITA and Shougo JINDA

This paper studied the drainage capacity of rain water drainage system in urban areas. For this purpose we used the linear response model developed for urban runoff analysis and then introduced a linear response relation between rainfall and discharge. Using this relation we produced the method to estimate the drainage capacity of the system of drainage pipes with previously known hydraulic properties. The estimation method proposed here was carried out in the drainage capacity analysis in Nagayama catchment area, Tokyo, and proved to be applicable for urban runoff control.

Keywords: drainage control, drainage capacity,

1. はじめに

都市の雨水流出系の排水能力の不足は、マンホールからの雨水の噴出など無視できない浸水被害を生じる原因となっており、集中豪雨による被害軽減のためには、雨水の貯留浸透事業の促進とともに、雨水流出系の排水能力の向上が望まれている。都市域の雨水流出については、これまで多くの流出モデルによる解析が行われており、その精度も向上してきた。また、降雨レーダーと流出モデルを結びつけた雨水制御も実施の段階に入っている。しかし、ここであらためて、対象とする雨水流出系がシステムとしてどれだけの雨水を排除できるのかという観点から、直接その排水能力、すなわち排水可能降雨そのものについての検討はあまりなされてこなかったと言える。どれだけの規模の降雨を排出できるかということは、雨水管の水理特性だけではなく、降雨の波形や降雨継続時間によっても異なってくる。そのため、雨水流出系の排水能力の評価は、計画降雨だけではなく、様々な降雨波形、降雨継続時間を考慮して検討されなければならない。

本研究では、対象とする雨水流出系の水理諸元から直接その排水可能降雨、具体的にはそのピーク降雨強度を算定する手法について検討した。そのため、流出量から降雨へと流出解析モデルを逆用することになるが、筆者らがすでに提案した流出解析モデルである線形応答モデル^{1), 2)}を雨水流出系の排水能力算定の手法へと組み換えることとした。

* 正会員 工博 芝浦工業大学助教授 工学部土木工学科

** 芝浦工業大学学生 工学部土木工学科

(〒108 港区芝浦3-9-14)

2. 線形応答モデルの基本式と線形応答係数

都市の雨水流出系解析のための線形応答モデルについて、著者らは、その実流域の流出解析への適用性についてすでに検証を行っており、流出現象の再現性は良好な結果を得ている²⁾。ここでは、すでに流出計算の手法として定式化した線形応答モデルをさらに畳み込み積分の形式に導き、線形応答係数の導入により、離散化した変数を用いて降雨と雨水流出量の線形応答関係を表現する。

2. 1 線形応答モデルの基礎方程式

雨水流出系の線形応答モデルは、雨水管における連続の式とマンニングの式を組合せ、管内流速を一定（満管流速）として導いたものであるが、以下の式（1）から式（6）までの詳細な導出についてはすでに報告している¹⁾ので、ここでは結果のみ記す。

雨水管の単位要素（図-1）について、次の基本式が成立する¹⁾。

$$T_i \frac{dq_i}{dt} + q_i - q_{i+1} - re_i = 0 \quad (1)$$

ここに、 q_i 、 T_i 、 re_i は、単位要素 i の流量、時定数、および単位要素 i に流入する有効降雨、そして q_{i+1} は上流から要素 i に結合する雨水管からの流入量である。また、時定数 T_i は、以下のように、雨水管単位要素 i の水理諸元によって表現される。

$$T_i = \frac{l_i}{v_i} = \frac{l_i n_i}{R_i^{2/3} I_i^{1/2}} \quad (2)$$

ここに、 l_i 、 v_i 、 n_i 、 R_i 、 I_i は、要素 i の管長、流速、粗度係数、径深（満管時）、水路勾配である。

この式（2）は、すべての単位要素について成立し、これを雨水流出系のすべての単位要素（ $i = 1 \sim N$ ）について書き表した連立一次常微分方程式をラプラス変換で解くと、以下のように、雨水管単位要素 i の流量 $q_i(t)$ が、上流側の単位要素 j へ流入する有効降雨の多重入力の畳み込み積分の形で表される。

$$q_i(t) = \sum_{j=1}^{m_i} \int_0^t u_{i,j}(t-\tau) re_j(\tau) d\tau \quad (3)$$

ここに、 m_i は、要素 i 及びその上流の要素を表す。 $u_{i,j}$ は線形応答関数である。

以上から、雨水流出系について、管内流速を一定と仮定することにより、上式のように有効降雨と流出量の線形応答関係を理論的に導出することができた。

2. 2 モデル変数の離散化と線形応答係数の導出

線形応答モデルで流出計算を行う場合、その理論式（3）を直接用いることはせず、離散化された降雨データに対応して、右の3式を用いて k 期の各単位要素 i の流量を計算した^{1), 2)}。

ここで式（4）の $\alpha_{i,j}$ は時間単位 Δt の関数であり、連立常微分方程式（1）を数值的に解くことによって求まる。また、離散化した変数は図-2のように定義する。

これらの式は、流出計算に適用するために導いたものであるが、理論式（3）に対応する形式になってい

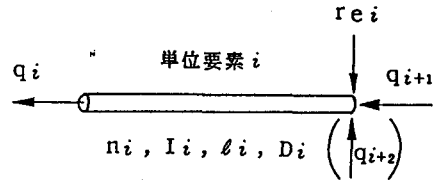


図-1 雨水管の単位要素と水理諸元

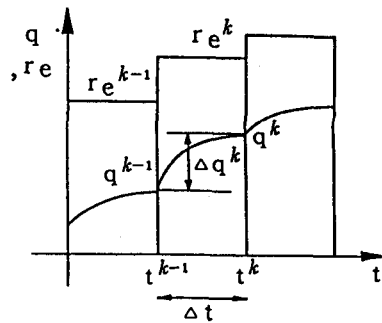


図-2 離散化した変数の定義

$$\Delta q_i^k = \sum_{j=1}^{m_i} \alpha_{i,j}(\Delta t) \Delta re_j^k \quad (4)$$

$$\Delta re_j^k = re_j^k - \sum_{r=1}^{m_j} c_{j,r} q_r^{k-1} \quad (5)$$

$$q_i^k = q_i^{k-1} + \Delta q_i^k \quad (6)$$

$$c_{j,r} = \begin{cases} 1 & (j=r) \\ -1 & (r \text{ が } j \text{ の直上流}) \\ \text{それ以外では、} c_{j,r} = 0 \end{cases}$$

ない。そこで、離散化した変数を用いてこの式(3)に対応する式を導くことにする。

まず、式(5)の有効降雨増分 $\Delta \bar{r}e^k$ を有効降雨変化量 Δre^k ($=re^k - re^{k-1}$)を用いて、式(7)の形に整理する(補遺1)。

さらに、この式(7)を式(5)に代入し、有効降雨増加分 $\Delta \bar{r}e^k$ をさらに展開していくと、式(8)が得られる(補遺2)。ここで $\omega_{i,j}^p$ は式(9)のとおりである。

この式(8)をすべての時間(1~k)について合計すると式(10)を得る。この式(10)は、すでに示した式(3)の多重入力の畳み込み積分を離散化して表現したものである。

ここで $\omega_{i,j}$ に対応する $\omega_{i,j}^p$ を線形応答係数と呼ぶ。この係数 $\omega_{i,j}^p$ は、方程式(1)を数値的に解くことによって得られる $\alpha_{i,j}$ から計算することができ、離散化した時間単位 Δt の関数である。また、方程式(1)の時定数 T のなかに、各雨水管の水力定数が含まれることから、この線形応答係数は雨水流出系の水力諸元によって一義的に決まる。

3. 雨水流出系の排水能力の算定式

雨水流出系の排水能力は、基本的にその系の水力特性によって決まるが、本論文では、排水能力を降雨の指標で表現することを意図しているので、ここで排水能力について定義しておく必要がある。排水能力の対象として降雨総量やピーク降雨強度などが考えられるが、都市域の雨水流出系で浸水害に影響するのはピーク降雨強度であるので、本論文では、その雨水流出系が排水しうる降雨のピーク降雨強度を排水能力の指標とする。ただ、ピーク降雨強度といってもハイトグラフの時間単位によって値が異なってくるため、常に単位時間 Δt を指定する。これは、上述の線形応答係数の場合も同様である。

さて、雨水流出系を構成する雨水管 i の最大可能流量を $Q_{i,MAX}$ とすると、各雨水管の流下能力の範囲内で雨水を排除するためには、すべての雨水管 i 、すべての時間 k について $q_i^k \leq Q_{i,MAX}$ が必要であり、これを式(10)を用いて表すと式(11)の条件となる。ここで、 re_j^k は、雨水管 j に流入する有効降雨(流量と同じ次元)である。これを、流域への降雨強度 r^k を用いて表すため、各雨水管の流入排水区の面積 A_i 、そのうち流出域の面積を a_i とすると式(12)が得られる。各排水区を浸透域、不浸透域に分割し、浸透域の面積を $\bar{a}_i$ 、浸透強度を f (流域で一定と仮定)とすると式(13)が得られる。

これらの条件は、雨水管の本数を N 本と降雨継続時間を $(\Delta t \times M)$ とすると、 $M \times N$ 個の式からなり、例えば、図-3(a)のように降雨波形を予め $\{e_{1r}, e_{2r}, e_{3r}, \dots, e_{Mr}\}$ の形で決めておけば、式

$$\Delta \bar{r}e_j^k = \Delta re_j^k + \sum_{\sigma} \beta_{j,\sigma} \Delta \bar{r}e_{\sigma}^{k-1} \quad (7)$$

$$\beta_{j,\sigma} = \delta_{j,\sigma} - \sum_r c_{j,r} \alpha_{r,\sigma} \quad (\delta_{j,\sigma} : \text{クロネッカーのデルタ})$$

$$\Delta q_i^k = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^m \omega_{i,j}^p \Delta re_j^{k-p} \quad (8)$$

$$\omega_{i,j}^p = \sum_{\sigma} \alpha_{i,\sigma} \sum_{\alpha_1} \beta_{\alpha,\alpha_1} \sum_{\alpha_2} \beta_{\alpha_1,\alpha_2} \dots \sum_{\alpha_{p-1}} \beta_{\alpha_{p-2},\alpha_{p-1}} \beta_{\alpha_{p-1},j} \quad (9)$$

$$q_i^k = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^m \omega_{i,j}^p re_j^{k-p} \quad (10)$$

$$\sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^{m_j} \omega_{i,j}^p re_j^{k-p} \leq Q_{i,MAX} \quad (\text{for all } k) \quad (11)$$

$$\sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^{m_j} \omega_{i,j}^p a_j r^{k-p} \leq Q_{i,MAX} \quad (12)$$

$$\sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^{m_j} \omega_{i,j}^p A_j r^{k-p} \leq f \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^{m_j} \omega_{i,j}^p \bar{a}_j + Q_{i,MAX} \quad (13)$$

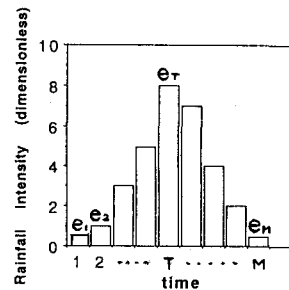


図-3(a) 降雨の波形ベクトル

(12) の条件から最小の r が求まり、雨水流出系が排水できるピーク降雨強度 $e_r r$ が決まる。ここで $\{e_1, e_2, e_3, \dots, e_m\}$ を波形ベクトルと呼ぶことにする。一般に、小規模の雨水流出系では、流量のピークは、降雨のピーク付近に起こると考えてよいので、近似的に、式(12)では、ピークまでの降雨波形 $\{e_1, \dots, e_r\}$ で計算してもよい。

式(12)では、各雨水管ごとに排水能力を検討することになり、これらのうち最小のピーク降雨強度がそのままその雨水流出系の排水能力になる。また、その最小のピーク降雨強度に対応する雨水管が、雨水流出系の排水能力のネックになっていることになる。

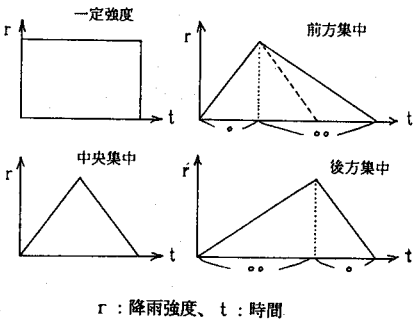


図-3 (b) 降雨波形のパターン

4. 雨水流出系の排水能力の解析

以上、線形応答モデルを用いた雨水流出系の排水能力の算定についてその基本式と算定手順について説明した。ここで、実流域を対象に排水能力の検討を行う。

4. 1 対象流域の水理諸元

本解析の対象流域は、すでに流出解析を行い、線形応答モデルの適合性の検証を行っている東京都の多摩ニュータウン永山試験流域とした。表-1に流域の諸元、図-4に雨水管網を示した。本流域では、図-4のA地点において2.5分単位で雨量と流量の観測が行われている。線形応答モデルを用いた本流域の流出解析において、雨水管93本の管径、勾配、管路長をパラメータとして入力し、粗度係数は、コンクリート管の値である0.010～0.020の範囲で検討し、最終的に $n = 0.014$ の値を採用した。有効降雨の算出においては、全体で38のブロックについて、浸透域と不浸透域に分割し、前者については、初期損失および17mm/hrの終期浸透能を与え、後者については、損失ゼロとして有効降雨を算出した。以上の条件で流出解析を行い、最下流の流量観測地点Aにおいて実測ハイドログラフを再現することができた¹⁾、²⁾。本論文においては、同じ管径、勾配をもつ雨水管をまとめ、38本の雨水管から構成される雨水流出系として排水能力の計算を行うことにした。ここで採用する雨水流出系の水理諸元は、各雨水管の管径、勾配、管路長、及び粗度係数であり、流出解析と同じ数値を用いた。

4. 2 4種類の降雨波形による排水能力の計算

雨水流出系の排水能力の算出式については、3.で述べたとおりである。この計算では、事前に雨水流出系の線形応答係数を算出する必要がある。図-5

表-1 永山試験流域の概要

諸元	概 要
流域面積	2.8 ha
地形勾配	1/47
土地利用	集合住宅
不浸透域率	48%
下水道整備	分流式100%
雨水管管径	200～600mm
雨水管勾配	1～70‰
最長管路長	384m

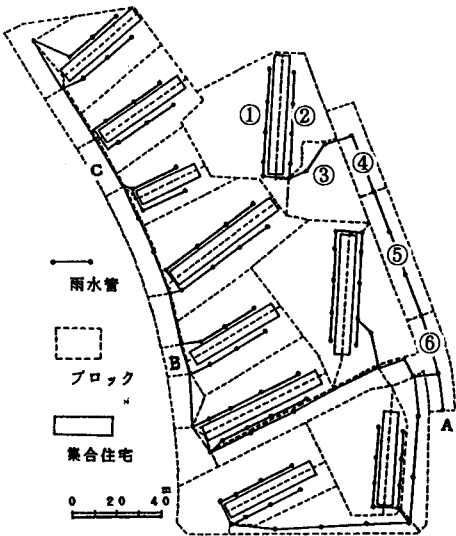


図-4 永山流域の雨水管網

に式(9)における線形応答係数 $\omega_{i,j}^k$ の計算例を図-4の雨水管①から⑥の部分について示した。図中の○-○は、 i, j に当たる。ここでは、単位時間を2.5分にとって計算している。さて、排水能力の計算では、対象とする降雨波形を波形ベクトルで与え、雨水流出系を構成する各雨水管ごとに(12)式によりピーク降雨強度を算定し、そのなかで最小の降雨強度が、雨水流出系の排水能力となる。ここでは、図-3(b)に示した一定強度、中央集中型、後方集中型、前方集中型の4種類の降雨波形について1)の永山流域の雨水流出系の排水能力を計算した。この計算では、浸透をゼロとし、(12)式で $A_j = a_j$ とした。その結果を、図-6に示した。

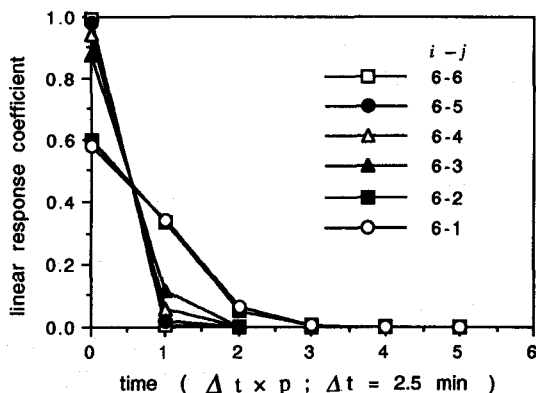


図-5 線形応答係数 $\omega_{i,j}^p$ の計算例

計算結果をみると、予想されるとおり一定強度の降雨波形のときが排水可能ピーク降雨強度は最小であり、また、降雨継続時間が短いほど、排水能力は大きくなっている。同じ降雨継続時間では、前方集中、中央集中、後方集中の順で、排水能力が小さな値となっている。図-3(b)の前方集中型で点線で示したように、例えば、前方集中の30分の継続時間の降雨は、中央集中の20分に相当し、計算結果もそのようになっている。つまり、降雨初期からピーク時までの部分で考えれば、中央集中型に換算することができ、排水能力の計算では、中央集中型のハイトグラフで排水能力を算定しても誤差は少ないことがわかる。

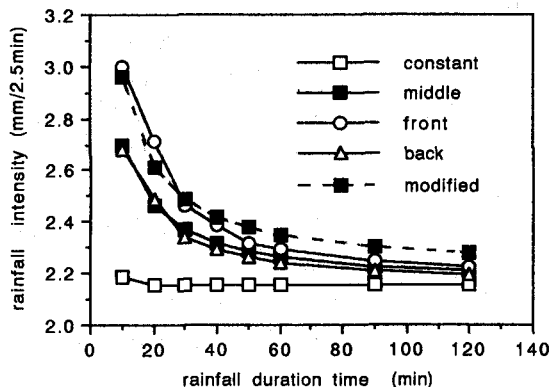


図-6 雨水流出系の排水能力の計算結果

5. 考察

5.1 排水能力と実測降雨との対応

以上、実流域を対象に雨水流出系の排水能力をピーク降雨強度の指標で計算したが、この計算結果を実績降雨と照合する。

図-7は、1974年から1983年までの降雨でピーク降雨強度が2.5mm/2.5min以上の降雨を図-3(b)のタイプに分け、さらに上述の考えに基づき中央集中型に換算し、ピーク降雨強度と継続時間をプロットしたものである。4.2の排水能力の計算では、図-4のA地点の直上流の雨水管が排水のネックになっていることがわかっている。

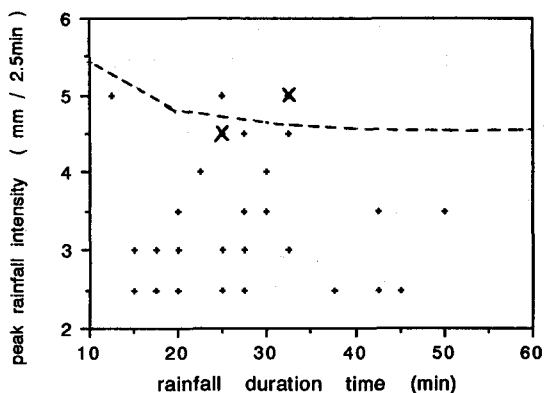


図-7 実績降雨と排水能力の対応

そこで、A地点で観測された流量が、この雨水管の満管流量を超えた降雨を図-7に×で示した。つまり、

この降雨は明らかに排水能力を超えていると言える。図-6とこの図を対比すると、排水能力の計算値の2.2～3.0mm/2.5minに対して実績値では5mm/2.5min前後の値が排水可能降雨強度に相当しているように思われる。しかし、この差は、浸透による降雨損失をどう評価するかということで説明できる。4.2の計算では、雨水流出系の排出能力を対象にして、浸透をゼロとして計算しており、降雨の浸透による損失（初期損失および一定損失）を考慮すれば、浸透域からの流出の評価によって最大限4.5～5.5mm/2.5minの排水能力（図-7の点線：中央集中型）が推定できる。排水能力の算定式（12）、（13）に浸透に関するパラメータが含まれることは問題をやや複雑にするが、算定式と実測降雨データの間で一応合理的な説明はできる。

5.2 狭隘な雨水管の改良による排水能力の増大

線形応答モデルを用いた雨水流出系の排水能力の計算では、式（12）によって流出系を構成する各雨水管ごとに排水可能量を検討する。そのため、どの雨水管がネックになって雨水流出系の排水能力を限界づけているかが明らかになる。4.2の解析では、上述のとおりA地点の直上流の管及びB、C地点の管がネックになっていることがわかった。そこで排水能力の増大のため、これらの管の管径を400mmから450mmへ、600mmから650mmへと大きめの管と交換する案で排水能力を再計算した。その結果を図-6（modified）に示した。中央集中型の改良前の排水能力と比較すれば明らかにその値は増大している。

6. 結論

以上の解析により、次のような結論が得られた。

- 1) 雨水流出系において、有効降雨と流出量の線形応答関係を、連続の式とマンニングの式から、管内流速一定の仮定で導いた。この線形応答係数は雨水流出系の水理諸元から一義的に決定できる。
- 2) 線形応答係数を用いて雨水流出系の排水能力を算定する手法を定式化し、一定強度、中央集中、前方集中、後方集中の降雨波形について具体的に計算を行った。実績降雨との対応から、雨水流出系の排水能力と流域全体のそれとの間に差が生じたが、後者の排水能力の推定のためには、さらに浸透の評価が必要となる。
- 3) 雨水流出系において排水能力を制限している雨水管を特定し、それを改良することにより、雨水流出系全体の排水能力を向上できることを確認した。

今後の課題として、浸透を考慮した流域の排水能力の算定手法を検討する必要がある。

参考文献

- 1) 守田 優：都市域への雨水流出解析への線形応答モデルの適用について，第31回水講演文集，1987。
- 2) M. Morita et al: Linear response model for storm drainage control, Proceedings of the 5th international conference on Urban Storm Drainage, 1990, Osaka.

補遺 1

$$\begin{aligned}\Delta \bar{r}_{\sigma}^k &= r_{\sigma}^k - \sum_j c_{j,r} q_j^{k-1} \\ &= r_{\sigma}^k - r_{\sigma}^{k-1} + r_{\sigma}^{k-1} - \sum_j c_{j,r} (q_j^{k-2} + \Delta q_j^{k-1}) \\ &= \Delta r_{\sigma}^k + (r_{\sigma}^{k-1} - \sum_j c_{j,r} q_j^{k-2}) - \sum_j c_{j,r} \sum_{\sigma} \alpha_{r,\sigma} \Delta \bar{r}_{\sigma}^{k-1} \\ &= \Delta r_{\sigma}^k + \sum_{\sigma} (\delta_{j,\sigma} - \sum_j c_{j,r} \alpha_{r,\sigma}) \Delta \bar{r}_{\sigma}^{k-1} \\ &= \Delta r_{\sigma}^k + \sum_{\sigma} \beta_{j,\sigma} \Delta \bar{r}_{\sigma}^{k-1}\end{aligned}$$

補遺 2

$$\begin{aligned}\Delta q_i^k &= \sum_j \alpha_{i,j} \Delta \bar{r}_{\sigma}^k = \sum_j \alpha_{i,j} (\Delta r_{\sigma}^k + \sum_{\sigma} \beta_{j,\sigma} \Delta \bar{r}_{\sigma}^{k-1}) \\ &= \sum_{j=1}^{m_i} \alpha_{i,j} (\Delta r_{\sigma}^k + \sum_{\sigma} \beta_{j,\sigma} (\Delta r_{\sigma}^{k-1} + \sum_{\alpha} \beta_{\alpha,\sigma} \Delta \bar{r}_{\alpha}^{k-2})) \\ &= \sum_{j=1}^{m_i} \alpha_{i,j} (\Delta r_{\sigma}^k + \sum_{\sigma} \beta_{j,\sigma} \Delta r_{\sigma}^{k-1} + \sum_{\sigma} \beta_{j,\sigma} \sum_{\alpha} \beta_{\alpha,\sigma} \Delta \bar{r}_{\alpha}^{k-2}) \\ &= \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^{m_i} \omega_{i,j}^p \Delta r_{\sigma}^{k-p} \\ \omega_{i,j}^p &= \sum_{\sigma} \alpha_{i,\sigma} \sum_{\alpha_1} \beta_{\alpha_1,\sigma} \sum_{\alpha_2} \beta_{\alpha_2,\alpha_1} \cdots \sum_{\alpha_{p-1}} \beta_{\alpha_{p-1},\alpha_{p-2}} \beta_{\alpha_{p-1},j}\end{aligned}$$