水工学論文集　第37巻　1993年２月

計画降雨への空間分布特性の導入に関する一考察

On the Design Rainfall Considering the Spatial Distribution of the Rainfall Field

松林宇一郎[1]　林尚一郎[2]　高木不折[3]
Uichiro MATSUBAYASHI[1], Shoichiro HAYASHI[2], Fusetsu TAKAGI[3]

Abstract

The design rainfall is usually determined based on the probabilistic characteristics of point rainfall. Spatial distribution of rainfall, however, plays an important role in run-off process. This paper discus the spatial characteristics of rainfall and proposes a simulation algorithm of design rainfal.

A Fourier series is used to express the rainfall field. In the equation, the linear term is connected to the volumetric design rainfall and Fourier coefficients and phase angles are discussed.

Keywords: design rainfall, spatial distribution, Fourier spectrum

1.　まえがき

計画降雨は河川流域の計画を策定する上で最も基本となる水文量である．この計画降雨を決定するに当たり，現在は地点降雨の一雨雨量（1～3日雨量)の統計解析に基づいて，計画規模に対応するＴ年確率降雨量を算定している．そして，一雨雨量がこの値になる様に実績降雨を引き延ばして計画降雨としている．しかしながら，この方法では降雨の空間分布を考慮することができないという欠点を持っている．この問題を解決するためには，1)降雨の空間分布の模擬発生手法の開発と，2)計画規模に対応した超過確率と降雨の空間分布との対応付けが必要である．このうち，1)については降雨場の持つ空間的確率特性を考慮した模擬発生手法として，Amorocho and Wu(1977), Corotis(1976), Mejia and Rodriguez-Iturbe(1974), Waymire et al.(1984), Kavvas et al.(1987)等，これまでにいくつか考案されている．著者ら(1988)も，温帯低気圧から延びる前線の周りの降雨場のシミュレータを構築しているが，その場合2)の問題について解析出来なかった．

そこで，本研究ではその点を念頭に置き，降雨量（空間的）をパラメータ化して把握できるシミュレータの構築の第１ステップとしてフーリェスペクトルを用いた降雨場の理解ならびにその特性の検討を行った．

[1]　正会員　工博　名古屋大学助教授　工学部土木工学科
[2]　学生員　　　　名古屋大学大学院　工学研究科土木工学専攻
[3]　正会員　工博　名古屋大学教授　工学部土木工学科
（〒464-01　名古屋市千種区不老町）

2．　解析手法

降雨場は極めてランダム性の強い場であるが，一方で，その中に降雨バンド，降雨セルといった異なったスケールの現象が階層的に存在するという規則性をも合わせ持っている．こうした確率過程の表現には余弦関数が用いられることがあり，種々の波数とランダムな位相角を持つ余弦関数の和により降雨場を模擬発生したBras et al. (1984) の研究がある．本研究では，降雨場をフーリエ級数を用いて表現する方法をとる．これは，フーリエ級数が降雨の持つ階層性を表現するのに適していると考えるからである．

降雨場は基本的には２次元であるが，本研究では空間分布特性の検討を容易にするためにまずは１次元の場を取り扱う．すなわち降雨r(x)はフーリェ級数を用いると(1)式で表される．

$$r(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{n} A_i \sin\left(k_i x + \theta_i\right);\quad \text{where}\quad k_i = \frac{i\pi}{L} \qquad (1)$$

ここに，$a_0/2$は領域（長さ２Ｌ）内の空間平均降雨強度，A_iは振幅，θ_iは位相角，k_iは波数である．ここで，空間分布の規則性とランダム性はA_i，θ_iに内包されている．したがって，A_iとθ_iの決定論的・確率論的特性を明らかにすれば(1)式によって降雨場を模擬発生させることが出来る．これらの中でA_iについてみるとA_i^2が各成分波のスペクトルで，θ_iとならんで降雨分布を決める要素の一つとなっている．このフーリエスペクトルは数学的には自己相関関数をフーリエ変換したものである．降雨分布の特性を自己相関関数を用いて検討したものにはI.I.Zawadzki(1974)，大島(1992)らの研究があり，こうした研究においては降雨の空間分布の自己相関は直線的あるいは指数関数的に減少していくとされている．したがってスペクトル分布は上記のような相関特性を内包するものであると考えられる．一方，降雨と同じような時間・空間的不規則性を持つ乱流においては，そのエネルギースペクトルの構造にKolmogorovの-5/3乗則がよく適合するといわれている．これは，乱れのエネルギーが長波長の渦から短波長の渦へとカスケード的に伝達され，最終的には粘性による摩擦損失として消散してゆくことを考慮し次元解析的に得られた関係である．これを降雨について考えると，降雨は降雨バンドといった大きなスケールの現象の中に降雨セルといった小さなスケールの現象が無数に存在し雲水が降雨バンドから降雨セルに伝達され最終的に降雨として系外に排出されるという，形式的にではあるが似た構造をしている．したがって，この類似性より降雨場のスペクトルの解析に乱流で得られている成果を援用できると考えられる．本研究ではこうした２種の取り扱いによってスペクトル特性を議論する．

3．　計画論的位置づけ

まえがきで述べた種々のシミュレータによれば，時間・空間的降雨分布を発生させることが出来るが，計画規模いいかえれば確率年Ｔを指定することが出来ない．これに対し，本研究で扱うフーリェ級数による表現(1)式では右辺第１項$a_0/2 \cdot L$が領域Ｌで空間積分した総雨量を表しており，右辺第2項以降は空間的に積分するとゼロになるという特性を持っている．すなわち，(1)式による降雨場の表現は，直流成分が総雨量を表し，A_i，θ_iによる正弦級数の項は総雨量を空間的にいかに配分するかを表現していると言うことができる．この第１項の直流成分が計画規模に対応して決定されることになる．この意味で(1)式は計画規模を陽に表現しうるという利点を持つといえる．

ところで，わが国の流域は利根川(15840km^2)木曽川(9100km^2)等大きな流域もあるが，治水上問題となる流域の多くはその流域面積が数100km^{2}程度であり，領域長Ｌでいえば数10kmである．この場合，降雨域面積が流域面積より大きくなる場合も十分あり得るが，その場合総雨量を確率的にどの様に扱えばよいであろうか？　これを解決するためには，確率を考慮したＤＡＤ解析の考えを採用することが有効と考えられる．すなわち，ある確率年に対するＤＡＤ曲線（ただし，ここでDurationについては今後の検討課題であり，ここではある時刻のDepth-Area曲線があるものと考える）から，対象とする領域スケールに対応する総雨量を求めれば，これから面積平均降雨$a_0/2$を決定することが出来る．あとは，この総雨量を空間的に適切に分布させるA_i，θ_iを求めればよいことになる．そこで以下では，これらのA_i，θ_i特性ついて検討する．

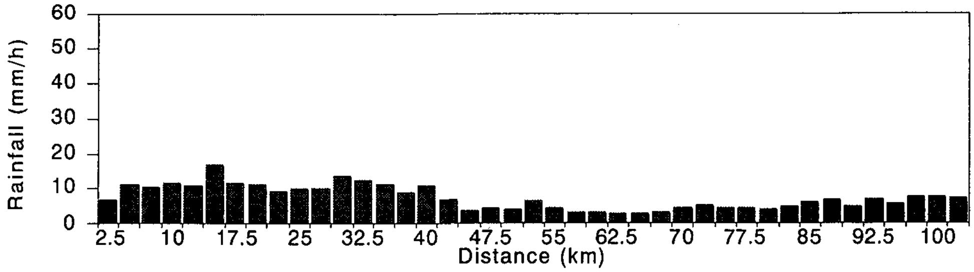

図-1-a.　気象レーダによって観測された降雨分布（１９８８．９．２５）

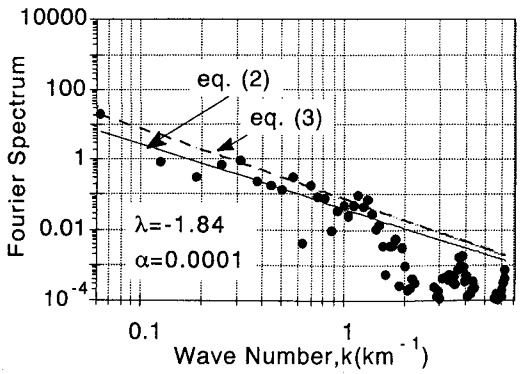

図-1-b.　フーリエスペクトルの分布

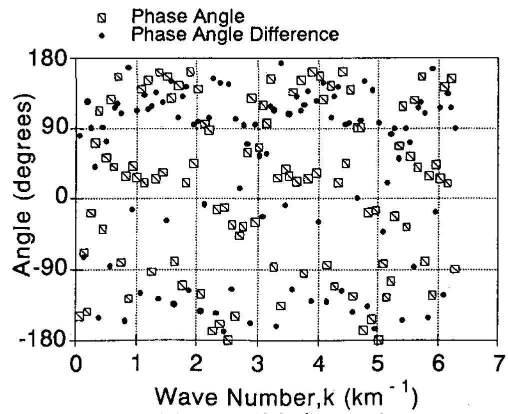

図-1-c.　位相角の分布

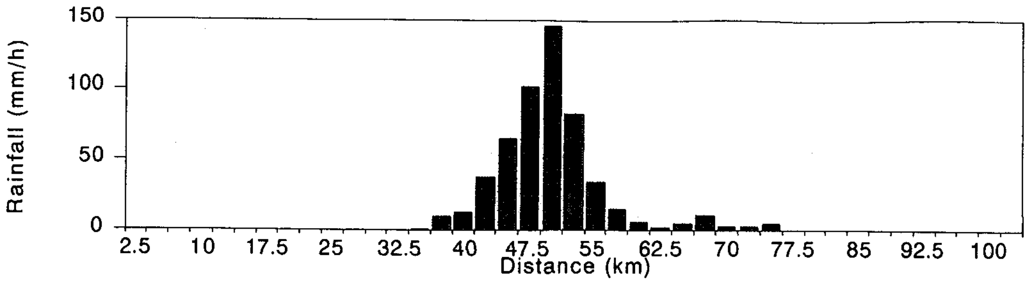

図-2-a.　気象レーダによって観測された降雨分布（１９８８．９．２０）

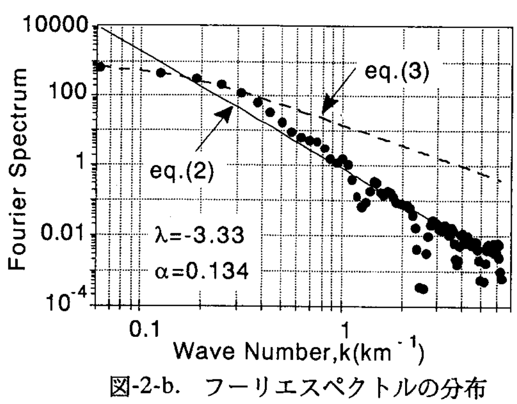

図-2-b.　フーリエスペクトルの分布

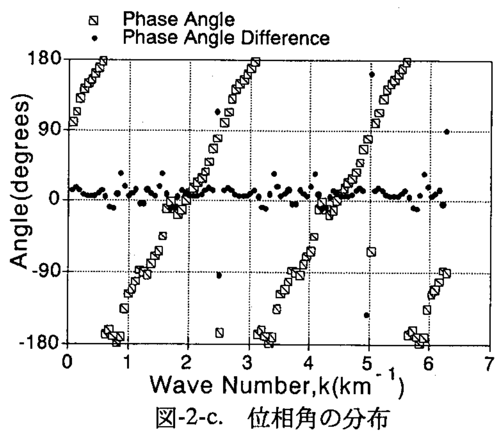

図-2-c.　位相角の分布

4. 降雨データ

用いた降雨データは名古屋地方気象台において観測された気象レーダデータである．これは，名古屋を中心に東西500km，南北500kmの範囲を2.5km間隔の直交座標系のメッシュで分解し，それぞれのメッシュでのエコー強度を1時間に8回　(1回/7.5分) 計測し，磁気テープに記録されたものである．降雨データは1988年において名古屋気象台での1日地点降雨量が大きなもののうち5ケースを選定した．今回の解析においては時間分布を考慮しないため1時間の平均降雨分布を算定した．さらに，降雨場を1次元として扱っているため，東西方向の各観測線に沿うデータを切り出して用いた．降雨の日付，時刻，特徴を表－1にまとめて示す．

表－1　降雨データの日付・時刻・特性

生起年月日	時間	降雨の特性
86.6.29	9:00-10:00	温暖前線性降雨
86.7.10	5:00-6:00	停滞前線性降雨
88.6.30	6:00-7:00	温暖前線性降雨
88.9.20	6:00-7:00	温暖前線性降雨
88.9.25	11:00-12:00	停滞前線性降雨

5. 解析結果

5．1　フーリェ係数A_iの分布特性

図-1-a，図-2-aは解析データの1例であり，それぞれ広範囲に一様に降る降雨と明瞭なピークを持つ（以下単峰形分布と呼ぶ）長さ500kmの降雨の分布の実測値から降雨の中心より東西50kmづつを切り出したものである．図-1-b，図-2-bはそれらのフーリェスペクトルA_i^2を波数k_iに対して示したものである．スペクトルは全体としては右下がりの傾向を示しており波数の増大とともに急速に減少しているものの，降雨分布によってある特徴がみられる．すなわち，降雨が単峰形分布をなす場合にはスペクトルは全体的に大きな値となり，上に凸の分布を示す一方，地雨の様な広域に一様に降る降雨ではスペクトルは比較的小さな値となり，両対数紙上で直線的に減少する．こういったスペクトルの分布は一体どのくらいの波数まで降雨分布に影響を与えているのだろうか．図-3は解析で得られたスペクトルならびに位相角を用いて，フーリエ級数の項数を変えて再合成させ，実降雨分布との誤差を各点での誤差の二乗平均として示したものである．誤差は項数が増大するにしたがって当然減少するが，注目すべき点は単峰形の降雨において，誤差が急速に減少する部分となだらかに減少する部分に分れるということである．このことは，スペクトル分布中に降雨分布の骨格となる部分とその後につづく細かな変動をもたらす部分があるということを示している．そしてこの骨格となる部分こそが降雨分布の特性を示すと考えられる．

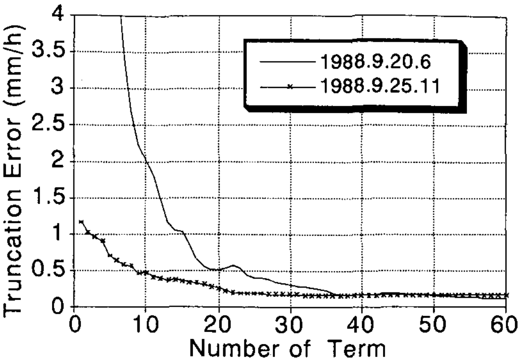

図-3.　フーリエ級数の項数と打ち切り誤差

スペクトル分布の検討にあたり，本研究では(a)Kolmogorovの関係と類似した関係式(2)式ならびに，(b)指数関数形の自己相関関数を持つ過程のスペクトル分布式(3)式を用いて，先述の打ち切り誤差が落ち着く項数までの範囲のスペクトル分布に当てはめた．図-1-b，図-2-bには，(2)，(3)式でフィッティングした曲線をそれぞれ実線及び破線で示している．図から，まず(2)式のタイプは，一様な降雨分布のスペクトル

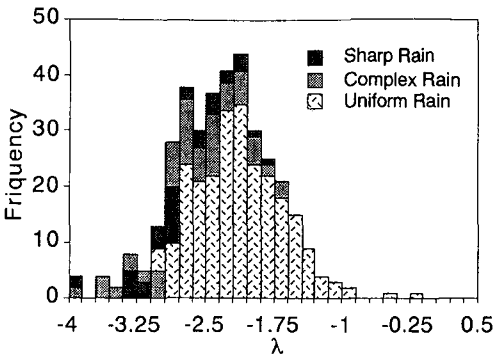

図-4.　λのヒストグラム

に対しては，大きな波数に対しても適用性が良く，データはこの直線を中心にして分布している．しかしながら，単峰形の降雨に対しては波数の小さな部分で直線は実測値から大きくはずれる傾向があり，縦軸が対数であることを考えあわせると適用性はあまり良くないといえる．また図-4は(2)式のλの値の分布をヒストグラムに示したものであるが，λ(<0)の値は一様な雨では比較的大きく，図-1のような単峰形の降雨では小さな値となる．全体的に見るとλは-3.63～-0.21の範囲に分布しておりその平均値は-2.28で，Kolmogorovの-5/3と似た値を示している．一方，(1)式のタイプは波数の小さな領域で一致度が高く，波数が大きくなるとはずれる傾向があるが，この部分の誤差は見かけより小さく，打ち切り誤差が急激に減少することから，(2)式の方が適合性がよい．図-5は，(2)式のパラメータαの分布を示したものであり，一様降雨では小さく，単峰形の降雨では大きな値を取る傾向がある．

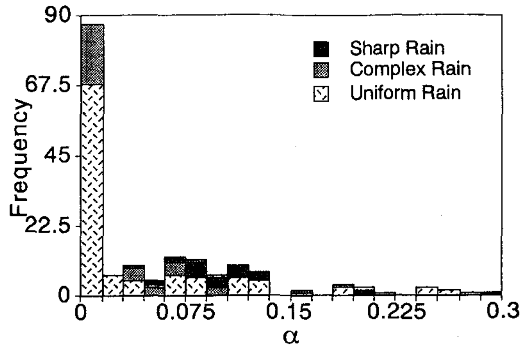

図-5．αのヒストグラム

$$A^2_i = \beta\, k_i^{\lambda} \qquad (2)$$

$$A^2_i = \frac{4b\alpha}{\alpha^2 + k^2_i} \qquad (3)$$

5．2　位相角θの分布特性について

図-1-c，図-2-cは位相角θ_iと級数の各項間の位相角差$\Delta\theta_i$（$=\theta_i-\theta_{i+1}$）の分布を示したものである．ここで位相角θは本来,相対的に意味を持っていることに注意する必要がある．特にθ_1は降雨波形を全体的に見たときの山の生ずる位置を規定しており，それ以外のθ_iはθ_1との相対的な関係でのみ意味がある．さらに，降雨の分布パターンとの関係で比較すれば明らかなようにθ_iとの間にある関係の存在が認められる．すなわち，降雨が一様な図-1の場合はθはランダムに分布しているが，ピークを持つ図-2の場合にはθ_iはk_iに対し直線的に並ぶことがわる．

5．3　降雨規模と乱れ規模の関係

前述したように降雨分布を(1)式で表した場合，空間的降雨強度$\bar{r}$と分布特性，つまり乱れの強さという2つの指標を得ることができる．ではこれら$\bar{r}$と乱れの強さの間にはどのような関係が存在するのだろうか．ここでは降雨規模を代表する値として1次元での平均降雨強度の2乗をとり，スペクトル分布がほとんど右下がりの分布となることを考慮して乱れの強さを代表する値としてスペクトル分布の第一項目の値を用いて両者の比較をおこなった．図-6は数多くおこなった解析結果の中から単峰形降雨分布，一様な降雨分布をもつものを抜き出してグルーピングし，それぞれの平均降雨強度の2乗とスペクトル第一項目の関係をプロットしたものである．図より両者の間には線形関係が存在すると考

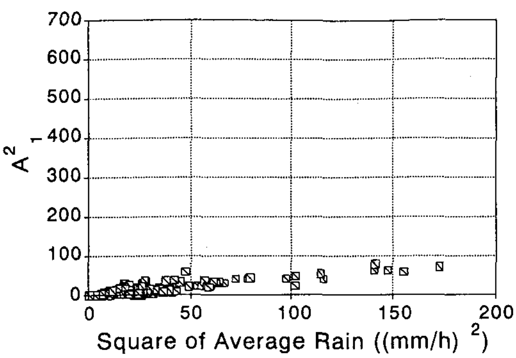

図-6-a．一様降雨の降雨規模と乱れ規模の比較

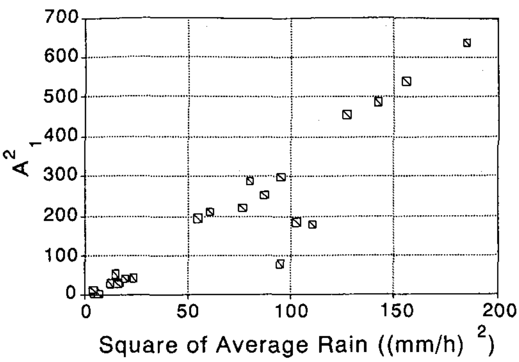

図-6-b．単峰形降雨の降雨規模と乱れ規模の比較

えられる．また単峰形降雨分布を持つものは，傾きが大きく，降雨規模に対する乱れ規模の割合が大きいことを示している．反対に一様降雨分布を持つグループでは傾きが小さく，ほぼ平均降雨をもって降雨分布とすることができると思われる．

一方，降雨のシミュレーションという面からこの結果を見るとA_1は$\bar{r}$となんらかの一価関係が認められ，降雨規模が与えられるとA_1が求められることになる．そしてさらに(2)式あるいは(3)式によりスペクトル全体，さらには降雨の空間分布を模擬発生させることができる．

6． 結論

本研究では，１次元降雨場をフーリェ級数を用いて表現し，フーリェ係数A_iや位相角θ_iの特性について検討した．得られた結果を要約すると以下の通りである．

1）フーリェ級数の直流成分は計画規模とＤＡＤ解析によって決まる総降雨量と関係づけて決定することが出来る．

2）フーリェ係数と位相角は総降雨量を空間的に配分する仕方を決める．

3）一様降雨におけるフーリェスペクトル分布には平均的にみると乱流におけるKolmogorovの-5/3乗則と同様な関係が認められる一方，単峰形降雨のフーリエスペクトル分布には，指数関数的な空間相関特性を内包した関係が見られる．

4）降雨分布が一様に近い場合にはスペクトルの勾配｜λ｜は小さく，単峰形分布をする場合には大きくてスペクトルは波数の広い範囲に分布する傾向がある．

5）降雨分布が一様に近い場合には位相角θはランダムに分布するが，降雨分布がシャープな場合にはθは波数に対し直線的に変動する．

なお，A_iとくにA_1の決定法についてはまだ不確実な要素が残っており今後検討を要する．そのほかの問題点としては，諸パラメータの確率的変動特性の検討，降雨の時間軸方向の変化に対する特性の検討，地形性降雨など地域性の導入などが残っている．

参考文献

1)J.Amorocho & B.Wu : Mathematical models for the simulation of cyclonic storm sequences and precipitation fields,Jour.Hydrology, 32,pp.329-345,1977.

2)R.B.Corotis:Stochastic considerations in thunderstorm modeling,Jour.of the Hydroulic Division, ASCE,HY7,pp.865-879,1976.

3)J.M.Meija & I.Rodriguez-Iturbe: On the synthesis of random field sampling from the spectrum: An application to the generation of hydrologic spatial process,Water Resour.Res.,Vol.10,No.4, pp.705-711,1974.

4)E.Waymire,V.K.Gupta & I.Rodriguez-Iturbe:A spectral theory of rainfall intensity at theme soscale,WaterResour.Res., Vol.20, No.10,pp.1453-1465,1984.

5)M.L.Kavvas,M.N.Saquib & P.S.Puri:On a stochastic description of the time-space behavior of extratropical cyclonic precipitation field,Stochastic Hydraulics,Vol.1,pp.37-52,1987.

6)松林宇一郎:温帯低気圧にともなう前線による降雨のシミュレーション，名古屋大学総合研究資料館報告,No.4,pp.81-94,1988

7)R.L.Bras,I.Rodoriguez-Iturbe:Random Functions and Hydrology,Adison Wesley Pub.,1984

8)I.I.Zawadzki,Statistical properties of precipitaion,Fourth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability,Vol.3,1974

9)大島時生:降雨域のもつ統計的空間構造に関する研究,名古屋大学卒業論文,1992.3