

雨滴粒径分布データを用いたレーダ換算定数の同定 Radar parameter estimation using raindrop size distribution data

東京大学生産技術研究所 ○沖 大幹*、虫明 功臣**

by Taikan OKI and Katumi MUSIAKE

The raindrop size distribution(DSD) was measured with electro mechanical disdrometers. The measurements discussed here contain around 10,000 distributions, each registered as 5 minute mean. Different types of precipitation at different locations have been used from the period of 1988-1990. The dependence of the DSDs on rainfall intensity was analyzed and the Z-R relation was estimated using DSD parameters and various regression method. Results indicate DSD derived Z-R relation is not always better than regression methods, and the estimated DSD parameters were different between DSD derived ones and Z-R derived ones. One of the Z-R regression method, quasi-least-square method, was applied to the on-line calibration of Z-R parameters, and the capability was pointed out.

*Keywords: Radar rainfall measurements,
raindrop size distribution, non-linear regression,
Z-R relationship, on-line calibration*

1. はじめに

気象レーダによる降水観測は

- 広域の降雨空間分布情報を短時間のうちに入手できる
- 降雨空間分布時間変化が視覚的に捉えられる
- 得られる降雨空間分解能が細かい

といった点が従来の雨量系網に比べて大きな長所としてあげられ、短時間降水予報にもその長所を生かしてレーダ情報は利用されている。気象レーダ情報に基づく降水予測には様々な手法が提案されているが、現時点ではレーダ画像の時間的外挿を基本としており、いずれの手法を用いても1時間先程度までならば有意に予測可能であるとされている。

しかしながら、レーダ画像と地上で観測された降水量とが必ずしも良い一致を見せないことが知られており、そうした降水予測の精度も、レーダ画像からいかに精度良く降水分布を推定するかに依存している。また、都市雨水排除やダム流域の洪水調節にレーダ情報を利用する場合においても、洪水到達時間との兼ね合いから予測を必要とせず、観測された降水分布情報の迅速な伝達で充分役に立つ場合もある^[1]。こうした際には、レーダから得られる降水分布の定量的な信頼性が極めて重要であることはいうまでもない。

定量的精度向上のためには種々の要因を取り除く努力をせねばならないが、レーダ反射因子の観測誤差をどんなに低減しても、雨滴粒径分布の降水強度依存性の変動が大きいため、実時間キャリブレーションの必要性は残るものと考えられる。本研究では、雨滴粒径分布の観測値を用いてレーダによる降水観測の換算パラメータを同定する手法を検討し、さらに実時間キャリブレーションへの適用可能性を明らかにする。

2. 雨滴粒径分布とレーダ観測

レーダ反射因子 Z ($\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$) は、雨滴の粒径分布 $N(D)$ ($\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$) を用いて次のように表現される。

$$Z = \frac{\lambda_m^4}{\pi^5} \left| \frac{\epsilon + 2}{\epsilon - 1} \right|^2 \int_0^\infty \sigma(D) N(D) dD \quad (1)$$

*正会員 工修 東京大学生産技術研究所助手 (〒106 港区六本木7-22-1)

**正会員 工博 東京大学生産技術研究所教授 (〒106 港区六本木7-22-1)

ここに、 λ_m はレーダの波長 (mm)、 ε は雨滴の複素誘電率、 D (mm) は雨滴の体積相当直径であり、 $\sigma(D)$ は雨滴 1 つに対する後方散乱断面積 (mm^2) である。また、降水強度 R (mm h^{-1}) は雨滴の終端落下速度を $V_t(D)$ (m s^{-1}) として、

$$R = 3.6 \times 10^{-3} \int_0^\infty \frac{4\pi}{3} \left(\frac{D}{2}\right)^3 N(D) V_t(D) dD \quad (2)$$

で表現される。雨滴の粒径分布には、雨滴の分裂併合過程を統計的に考慮して Weibull 分布を適用している例^[2] や対数正規分布を適用している例もあるが、一般に次の様なガンマ分布が用いられることが多い。

$$N(D) = N_0 D^m \exp(-\Lambda D) \quad (3)$$

$m = 0$ の場合式 (3) は指数分布となる。便宜のため N_0 および Λ は降水強度の指数関数でパラメタライズされ、

$$N_0 = n R^c (\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}), \quad \Lambda = A R^{-a} (\text{mm}^{-1}) \quad (4)$$

と書き表される。ここで、雨滴の後方散乱には Rayleigh 近似が成り立つものとし、さらには終端落下速度が指数関数で近似されるとする。すなわち、

$$\sigma(D) = \pi^5 \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right|^2 \frac{D^6}{\lambda_m^4} \quad (5)$$

$$V_t(D) = V_0 D^\gamma \quad (6)$$

とおく。すると、式 (3)~(4) および式 (5) を式 (1) に代入して

$$Z = B R^\beta \quad (7)$$

$$B = n A^{-(7+m)} \Gamma(7+m), \quad \beta = c + a(7+m) \quad (8)$$

という関係が導かれる。ここで、 Γ はガンマ関数である。レーダによる降水観測の基礎を与えるこの式 (7) は、式 (5) の Rayleigh 近似、ならびに式 (4) の雨滴粒径分布パラメータの降水強度依存性が満たされれば導出されることがわかる。一方、式 (3)~(4) および式 (6) を式 (2) に代入した場合には

$$R = 3.6 \times 10^{-3} \frac{n V_0 \pi}{6} A^{-(4+m+\gamma)} \Gamma(4+m+\gamma) R^{c+a(4+m+\gamma)} \quad (9)$$

となるので、雨滴の落下速度式のパラメータと雨滴粒径分布の雨量強度依存性を示すパラメータとは厳密には独立ではなく、両者の間には

$$c + a(4+m+\gamma) = 1, \quad 3.6 \times 10^{-3} \frac{n V_0 \pi}{6} A^{-(4+m+\gamma)} \Gamma(4+m+\gamma) = 1 \quad (10)$$

という関係が満たされていなければならないことになる。すなわち、式 (4) を与えることは落下速度式を仮定していることになる。

このように、雨滴粒径分布はレーダによる降水観測の基礎を与えるものであり、観測精度向上のためにはこれらの知識が重要である。以下では実際に収集されたデータを用いて上記の粒径分布パラメータを求めた結果を示す。

3. 雨滴粒径分布の観測

3.1 雨滴計

使用した雨滴計はディストロメータ RD69 であり、Joss や Waldvogel らが自ら研究用に開発したものである^[3]。マイクロフォン型で、振動コーンに雨滴が衝突する運動量をパルス電圧に変換し、あらかじめ同定しておいた雨滴径に対応づける原理となっている。0.3 ~ 5.0 mm まで 19 チャンネルおよび 5.0 mm 以上の計 20 チャンネルごとに雨滴数を観測できる (最新の A/D 変換処理器では 100 チャンネル以上)。カタログによるとパルス間の最小間隔は $0.84 \times 10^{-3} \text{s}$ である。RD69 は広く用いられており、例えば Ihara et al.^[4] の観測結果では、測器の特性によって小粒径の雨滴は少なめに推定されるもののおおむね Marshall and Palmer の分布に一致することが示されている。単位時間 T_{obs} (s) あたりに落下してくる i クラス (チャンネル) の雨滴の個数 $n(i)$ の計測から、雨滴粒径分布は、

$$N(D_i) = \frac{n(i)}{S \times T_{obs} \times V_t(D_i) \times \Delta D_i} \quad (11)$$

として求められる。ここに、 S はディストロメータ感知部の表面積 ($5 \times 10^{-3} \text{m}^2$)、 ΔD_i は i クラスの粒径の階級幅 (mm) である。

3.2 雨滴粒径分布の観測

観測値に基づいて雨滴粒径分布をガンマ分布にあてはめるパラメータ同定手法については、Ulbrich^[5] の積率法に対して、Wong et al.^[6] が最尤法を用いた手法を示している。Ulbrich の積率法では大きな雨滴に重点が置かれているのに対して、

Wong の最尤法では頻度の多い雨滴に重点が置かれている。どちらの手法でも適切なパラメータ推定ができていると Wong は述べているが、 Z は大きな雨滴の影響を極めて強く受ける^[7] ため Ulbrich の手法の方が良いと考えられる。そこで、本研究では積率法によって雨滴粒径分布パラメータを同定した。具体的には Kozu^[8] に従い、 α 次の積率を $M_\alpha = \int_0^\infty D^\alpha N(D) dD$ として、

$$m = \frac{11F - 8 + \sqrt{F(F+8)}}{2(1-F)}, \quad F = \frac{M_4^3}{M_3^2 M_6} \tag{12}$$

$$\Lambda = (m+4) \frac{M_3}{M_4}, \quad N_0 = \Lambda^{m+4} \frac{M_3}{\Gamma(m+4)} \tag{13}$$

から、粒径分布パラメータを同定した。 R 、 Z 、 N_0 、 Λ の時間変化の例を図-1 に示す。なお、本報告では、従来の研究との比較のため $m = 0$ に固定して指数分布を仮定した。

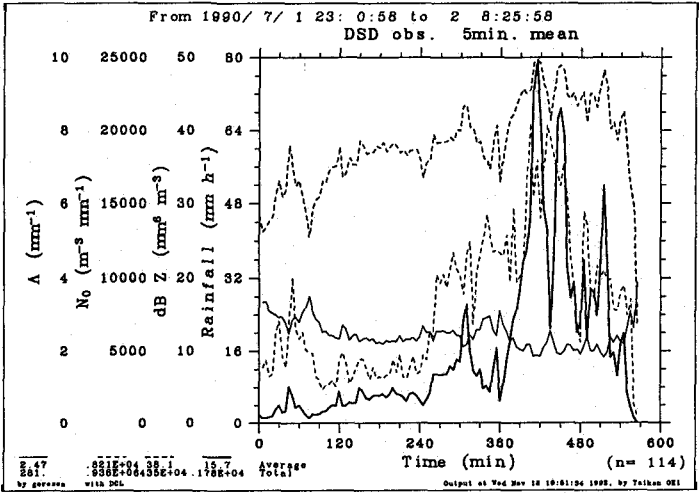


図 1: 1990 年 7 月に久留米市で観測された雨滴粒径分布関数パラメータと、算定された R および Z の時間変化。太い実線が降水強度、太い破線がレーダ反射因子(対数値)、細い破線が N_0 、そして細い実線が Λ を示す。

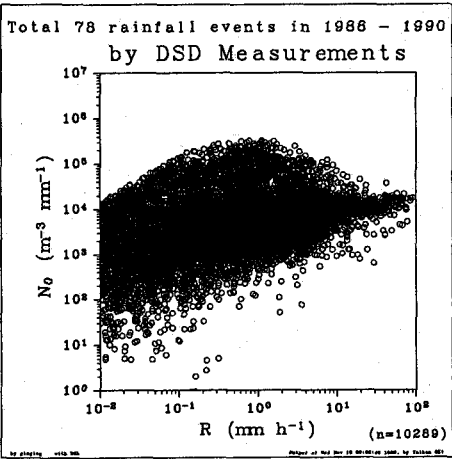


図 2: 雨滴粒径分布 (5 分間平均値) のパラメータ N_0 の降水強度依存性。両対数軸上にプロットしてある。

3.2 雨滴粒径分布の降水強度依存性

1988 年から 1990 年にかけて、建設省土木研究所所有の雨滴計によって観測された 100 余りの降雨事例について解析を行った。観測地点は北九州から東北の日本海側までの広い範囲におよび、降水種別にも雷雨性や前線性、台風性のものまでが含まれている。生データに対して適宜図-1 の様な図などを参照しながらクオリティチェックを行ない、80 近くの降雨を選定した。これらの降水について、5 分間平均の粒径分布を求め、それらに対して式 (13) によってパラメータを定めて、 N_0 および Λ の降水強度 R 依存性を散布図で示したのが図-2 及び図-3 である。

N_0 の方はばらつきが極めて大きい、降水強度に依存した上限と下限とが存在するように見える。 Λ には相対的にばらつきが少なく、特に降水強度の強い領域ではその幅が狭まっている。なお、横軸の降水強度は 0.01 mm h^{-1} からプロットしてある点に注意されたい。すなわち、 1 mm h^{-1} 以上の領域だけで考えると N_0 にはほとんど降水強度依存性がない様に見えるが、それ以下の領域では全体として左下がりになっているし、逆に Λ では、 1 mm h^{-1} 以上の方が R に対する依存性ははっきりしている。レーダ観測の実用面から考えると強い降水が主な対象なので 1 mm h^{-1} 以上のみで充分かも知れないが、ここでは 0.01 mm h^{-1} 以上全てを取り扱った。

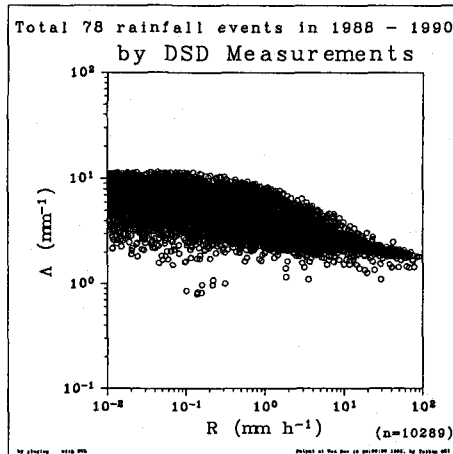


図 3: 雨滴粒径分布 (5 分間平均値) のパラメータ Λ の降水強度依存性。両対数軸上にプロットしてある。

図-2、および図-3 の散布図データに対して非線形回帰計算を行ない、

$$N_0 = 14760 R^{0.05527}, \quad \Lambda = 3.925 R^{-0.1353} \quad (14)$$

との結果が得られた。式 (8) に式 (14) のパラメータを代入して、 $\beta = 1.002$ 、 $B = 740.5$ が導出される。一方、観測された雨滴粒径分布を式 (1) 及び式 (2) に当てはめ、 Z_d と R_d の組を算出した。ここで、 $\sigma(D)$ には、気温を 25°C と仮定し、Pruppacer and Pitter^[9] の方法で変形雨滴の形状を定め、レーダ仰角を 3° として最小自乗法と組み合わせたポイントマッチング法によって Mie 散乱理論に基づいて算定された後方散乱係数^[10] を用いた。 $V_i(D)$ は Gunn et al.^[11] の測定データに Best^[12] が fitting した次の様な実験式を用いた。

$$V_i(D) = 9.58 \left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{D}{1.77}\right)^{1.147}\right\} \right] \quad (\text{m s}^{-1}) \quad (15)$$

得られた Z と R とのデータペアに対して、種々の回帰法によって式 (7) の換算定数 B 及び β を算出した。結果を表-1 に示す。推定された B 、 β を用いて Z_d から計算される R_e と、雨滴粒径分布及び $V_i(D)$ から算定される R_d について、総和の比及び各データペアでの残差の平方自乗平均 (RMS) を指標として得られたパラメータの精度評価を行った。この例でも重みつき線形回帰法^[13] が非線形回帰法に最も近く良い推定値を与えていることがわかる。非常に興味深いのは、雨滴粒径分布から算出された B 及び β が、総和 (真値との比) では最も良い結果与えるのに対して、RMS では他に比べてかなり悪い結果となっていることである。総和がほぼ 1.0 に等しくなっているのは、 N_0 や Λ の決定、並びに $N_0 \sim R$ 関係や $\Lambda \sim R$ 関係のパラメータ推定が良好に行なわれたことを示している。しかしながら、 N_0 や Λ は 3 次及び 4 次のモーメント M_3 、 M_4 から定められているので、得られた雨滴粒径分布では R_e の方が Z_d よりも再現性が良く、その影響で粒径分布に基づく B 及び β から推定される降水量の誤差分散が大きくなったものと考えられる。この点はガンマ分布を適用して 6 次モーメントの情報を利用することによって改善されることが期待される。

表 1: 雨滴計データから同定されたレーダ換算定数 B 及び β と降水強度の推定誤差

同定手法	B	β	真値との比	RMS 誤差
線形回帰	311.7	1.409	0.92944	1.66622
層別平均値法	302.6	1.424	0.93019	1.68746
重みつき線形回帰	284.8	1.419	0.97705	1.62006
非線形回帰	276.2	1.412	1.00927	1.60374
指数型雨滴粒径分布	740.5	1.002	0.99927	5.04620

B および β を求める手法として、雨滴粒径分布観測に基づく‘気象学的な方法’と、レーダで観測される Z_e 及び地上雨量計等で観測される R_g のデータに基づく‘統計的な方法’とにわけて説明される場合もある^[14]。しかしながら両者は式(8)によって結び付いているので、いくつかの雨滴粒径分布パラメータを固定することによって Z_e と R_g との対応づけから逆に雨滴粒径分布を推定することも可能である。例えば雨滴粒径分布を指数関数とし($m=0$)、Marshall and Palmer^[15] にならって N_0 を固定すると、 $c=0$ かつ n が定数となるので、式(8)を用いて B 及び β から A 、 a が推定できる。 $n=N_0=8000$ として表-1の非線形回帰の結果を当てはめると、 $A=4.14$ 、 $a=0.20$ となって、Marshall and Palmer の示した $A=4.1$ 、 $a=0.21$ に非常に近い値が得られる。一方、雨滴粒径分布の観測値から式(4)のパラメータを決定する際にも統計操作が不可欠である。このように、両者は物理的か統計的かという違いがあるというよりも、用いるデータが Z と R の組であるか雨滴粒径分布であるかの違いに起因して、統計処理するパラメータが異なるに過ぎないと考えられる。

4. 雨滴計を用いた実時間キャリブレーション

表-1で表示桁数が多いのは B 及び β を少し変化させただけで評価指標が大きく変わるためである。こうしたことから、あらかじめ B 及び β を定めておいて精度の良い R の推定値を求めることは難しいことがわかるであろう。現実的な実時間キャリブレーション手法の開発を念頭に置いて、ここでは雨滴計データを用いて B 、 β の逐次推定を検討する。雨滴計のデータから算出される Z_d と R_d とには、1) unknown loss がない、2) 観測時刻のずれがない、3) 高い時間分解能を持つ、4) 観測サンプル体積が同一である、といった利点があり、基礎的な検討には非常に適している。ここでは特に、高い時間分解能を利用して、レーダ換算パラメータの時間変化に着目するが、実際にレーダで測定された Z_e を Z_d と比較することによって逆に unknown loss を推定することなども可能である^[16]。

実時間キャリブレーションの運用状況を次の様に想定する。

- 雨滴粒径分布、もしくは短時間の降水量とそれに対応するレーダ反射因子の情報は T_d 分平均ごとに取得される
- 情報伝達に T_{lag} 分必要とし、しかも古い情報は棄却して、比較的新しい情報のみを用いる

ここでは、 $T_d=5$ 分、 $T_{lag}=15$ 分として、40 分前から 15 分前までの 25 分間の 5 データを用いて重みつき線形回帰法によって B 、 β を同定し、レーダ反射因子 Z_d に適用して推定される R_e を R_d と比較した。図-1と同じ期間・場所に対する結果を図-4に示す。細い実線が B 、破線が β である。降水量と区別するため、縦軸はずらしてある。太い実線が R_d 、菱形のマークが R_e を示す。一部極端に変動の大きなところでは両者はずれているが、それでもかなり良く一致していることがわかる。今後、様々な T_d 及び T_{lag} に対して適用可能性を調べていきたい。

5. まとめ

日本の様々な地域で取得された雨滴粒径分布観測のデータから、雨滴の粒径分布の降水依存性は、

$$N(D) = N_0 \exp^{-\Lambda D}, \quad N_0 = 14760 R^{0.05527}, \quad \Lambda = 3.925 R^{-0.1353} \quad (16)$$

と決定された。ただし、雨滴粒径分布から求めた $Z \sim R$ 関係から N_0 を与えて逆推定した場合には、

$$N(D) = N_0 \exp^{-\Lambda D}, \quad N_0 = 8000, \quad \Lambda = 4.14 R^{-0.20} \quad (17)$$

と、Marshall and Palmer の提示した式に極めて近い値が得られた。それぞれ B 、 β に換算すると (740.5、1.002) および (276.2、1.412) となる。同一のデータに基づいていても推定手法の違いによってこのように異なった最適パラメータが得られる。さらに、レーダによる降水観測の精度向上のために極めて有望であると考えられるレーダ定数の実時間キャリブレーション手法について雨滴粒径分布のデータに基づいて検討を加えた。1 地点での観測結果に対して適用した結果は、良好であり、今後さらなる解析が期待される。また、空間的なレーダ換算パラメータの分布についても別途検討する必要がある。この目的のため、安価な雨滴計システムの開発を準備中であるが、今回示された雨滴計データの有用性は雨滴粒径分布が測定できることではなく、どちらかといえば短時間の降水強度 (及びレーダ反射因子) が測定できる点であったので、降水レーダデータに対応するような数分単位の雨量強度観測用測器の開発も検討されねばならないであろう。

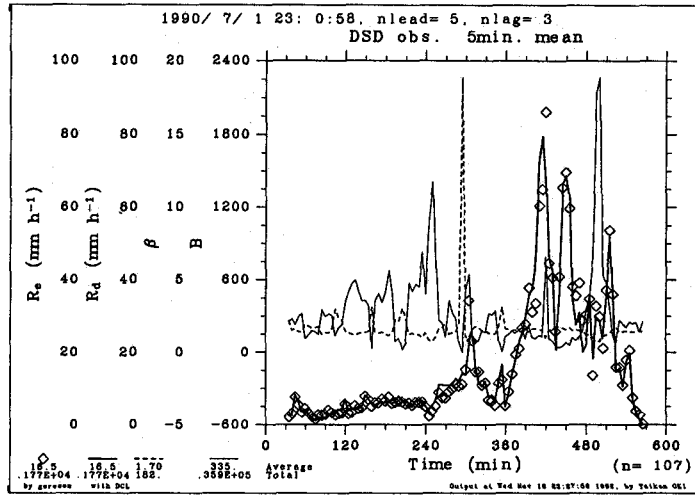


図 4: 模擬的な実時間キャリブレーションによって同定された B (細い実線) 及び β (破線) の時間変化と、得られたパラメータを用いて推定されたレーダ降水強度 (菱形マーク) の、'真値' (太い実線) に対する比較

謝辞：本研究で用いた雨滴計データは、主に建設省土木研究所水文研究室の御尽力によって取得されたものです。建設省土木研究所の吉野文雄博士と益倉成水文室長には多大なる研究の便宜をはかっていただきました。また、前水文研究室研究員の水野雅光さん、水野秀幸さん、そして井川貴史さんには雨滴粒径分布とレーダ観測について丁寧に教えていただきました。皆様に心から深く感謝致します。また、本研究は(財)河川情報センター研究開発助成の援助の下に行なわれました。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 沖大幹. 水文・水資源学のための気象予測概論. 気象予測とその水文・水資源学への応用, pp. 1-28. 水文・水資源学会, 1992.
- [2] M. Sekine and G. Lind. Rain attenuation of centimeter, millimeter and submillimeter radio waves. In *Proc. 12th European Microwave Conf.*, pp. 584-589, Helsinki, Finland, 1982.
- [3] A. Waldvogel. The N_0 jump of raindrop spectra. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 31, pp. 1067-1078, 1974.
- [4] T. Ihara, Y. Furuhashi, and T. Manabe. Inference of raindrop size distribution from rain attenuation statistics at 12, 35, and 82 GHz. *The Trans. of the IECE of Japan*, Vol. E67, No. 4, pp. 211-217, 1984.
- [5] C. W. Ulbrich. Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution. *J. Appl. Meteor.*, Vol. 22, pp. 1764-1775, 1983.
- [6] R. K. W. Wong and N. Chidambaram. Gamma size distribution and stochastic sampling errors. *J. Climate Appl. Meteor.*, Vol. 24, pp. 568-579, 1985.
- [7] 沖大幹, 虫明功臣. レーダによる降雨観測と雲物理実験, pp. 17-24. 雲を掴む実験・マジックモンキープロジェクト 実行委員会編, 雲物理現象研究会刊, 1990.
- [8] T. Kozu and K. Nakamura. Rainfall parameter estimation from dual-radar measurements combining reflectivity profile and path-integrated attenuation. *J. of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 8, No. 2, pp. 259-270, 1991.
- [9] H. R. Pruppacher and R. L. Pitter. A semi-empirical determination of the shape of cloud and rain drops. *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 28, pp. 86-94, 1971.
- [10] T. Oguchi. Electromagnetic wave propagation and scattering in rain and other hydrometeors. *Proc. of the IEEE*, Vol. 171, No. 9, pp. 1029-1078, 1983.
- [11] R. Gunn. and G. D. Kinzer. The terminal velocity of fall for water drops in stagnant air. *J. Meteor.*, Vol. 6, pp. 243-248, 1949.
- [12] A. C. Best. Empirical formulae for the terminal velocity of water drops falling through the atmosphere. *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, Vol. 76, pp. 302-311, 1950.
- [13] 沖大幹, 虫明功臣. 重みつき線形回帰法によるレーダ定数の同定. 第46回年次学術講演会概要集, pp. 44-45. 土木学会, 1991.
- [14] 上林好之, 山口高志, 山本晃一. レーダ定数 (B, β) の同定手法の提案. 土木学会論文集, Vol. 399, No. II-10, pp. 121-130, 1988.
- [15] J. S. Marshall and W. McK. Palmer. The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, Vol. 5, pp. 165-166, 1948.
- [16] 沖大幹, 虫明功臣, 吉野文雄. 雨滴計データを用いたレーダ雨量計の校正. 水文・水資源学会 1989 年研究発表会要旨集, pp. 239-242, 1989.